

# 최적화된 매개변수를 적용한 적응적 3차 회선 보간 기법

박대현<sup>○</sup> 유재욱 김만배 정인범 김윤

강원대학교 컴퓨터정보통신공학과

{dhpark509<sup>○</sup>, wodnrns, manbae, ibjung, yooni}@kangwon.ac.kr

## An Adaptive Cubic Convolution with Optimized Parameter

Daehyun Park<sup>○</sup> Jaewook Yoo Manbae Kim Inbum Jung Yoon Kim

Department of Computer and Communications Engineering, Kangwon National University

### 요 약

본 논문에서는 낮은 해상도의 영상을 높은 해상도의 영상으로 변환하는 과정에서 최적화된 매개변수를 적용하는 적응적 3차 회선 보간 기법을 제안한다. 제안된 알고리즘은 먼저 주어진 영상 신호에 3차 회선 보간 기법을 수행하여 높은 해상도로 변환시킨다. 변환된 영상 신호는 다시 3차 회선 보간 기법으로 변환 과정을 통해 처음 주어진 원 영상 신호와 같은 해상도로 변환시킨다. 여기서 변환된 영상 신호와 원 영상 신호의 차이를 최소화 만드는 매개변수는 적응적으로 최적화된다. 적응적으로 최적화된 매개변수는 보간 커널을 최적화하여 3차 회선 보간 기법의 성능을 향상시킨다. 본 논문에서 제안한 알고리즘을 알려진 여러 영상으로 기존에 존재하던 보간 기법들과 비교하는 실험을 하고, 도출된 실험 결과를 객관적인 지표로 제시하여 우수함을 입증한다.

### 1. 서 론

영상 보간은 이산 신호의 샘플들로부터 공간적으로 연속적인 신호를 정의하는 기술이다. 보간은 많은 디지털 영상 처리 응용, 특히 영상 리샘플링(resampling)에 요구되는 연산에 사용되고, 스케일링(scaling), 워핑(warping), 기하학적 영상 왜곡의 보정 등에 사용된다[1].

일반적인 보간은 주어진 데이터를 연속적인 모델로 설정하고, 새로운 일정한 간격으로 보간 함수를 사용하여 리샘플링하는 것이다. 선형적이고 정지된 시스템의 이상적인 공간에서 최적의 보간 기법은 무한대의 대역폭을 가지는 신호를 완벽하게 복원할 수 있는 sinc 함수를 적용하는 것이다[2]. 그러나 sinc 함수는 실제적인 기능을 구현하기가 불가능하기 때문에 근접하는 다른 방법들이 연구되어 왔으며, 일반적으로 영상이 가중치가 적용된 보간 커널(kernel)과의 유사 회선 보간 기법(convolution interpolation)을 통해 보간된다[1, 2]. 기존에 존재하는 회선 방식(convolution method)을 사용하는 보간 기법들로는 인접 화소 보간(nearest neighbor), 양선형 보간(bilinear), 고등 차수 보간(bicubic)등의 선형(linear) 보간 기법과 b-스플라인 보간(b-spline), 3차 스플라인 보간(cubic spline)등의 스플라인(spline) 보간 기법 등이 있다[3, 4].

0차(zero-order) 보간 기법의 인접 화소 보간은 낮은 복잡도를 가지며, 쉽게 구현이 가능하여 빠르게 결과 영상을 얻을 수 있지만, 결과 영상이 인접한 신호의 패턴을 많이 수용하지 못하여 화질이 떨어지는 단점이 있다. 이 보다 좋은 성능을 가지는 양선형 보간은 인접한 픽셀

과의 거리에 반비례하여 가중치를 적용하는 일반적인 1차 보간 기법이다. 3차 보간 기법으로 3차 스플라인 보간은 결과 영상의 화질이 우수하지만, 복잡도가 높아 이를 대체할 3차 회선 보간 기법(cubic convolution)이 제안되었다[2]. 3차 회선 보간 기법은 복잡도와 보간된 결과 영상의 화질에 대해 모두 만족할 수 있는 보간 기법이다[5]. 따라서 영상 보간이 필요한 여러 분야에서 많이 사용되고 있으며, 3차 회선 보간 기법의 매개변수를 조절하여 원(original) 영상과의 왜곡된 값을 줄여주는 연구가 진행되었다.

본 논문에서는 최적화된 매개변수를 적용한 적응적 3차 회선 보간 기법을 적용하여 낮은 해상도의 영상을 높은 해상도의 영상으로 변환하는 알고리즘을 제안한다. 먼저, 주어진 원 영상 신호에 3차 회선 보간 기법을 적용하여 높은 해상도의 영상 신호를 얻는다. 얻은 영상 신호는 다시 원 영상 신호와 같은 해상도의 영상 신호로 변환한다. 변환된 영상 신호와 원 영상 신호는 비교되어 왜곡된 값이 최소가 될 경우를 찾는다. 여기서 왜곡된 값이 최소가 되었을 경우의 구해진 매개변수는 보간 연산에 사용된 신호에 적응적이고, 보간 커널에 최적화된다. 따라서 적응적으로 최적화된 매개변수는 이웃한 화소사이에는 상관관계(correlation)가 있다는 가정아래에 최종적인 영상 신호 보간에 사용된다. 이와 같은 과정을 통해 생성 되는 보간 영상은 기존의 기법들에 비해 주관적인 화질과 객관적인 화질에서 보다 나은 결과가 제공됨을 실험결과를 통해 입증한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 이상적인 보간 커널과 3차 회선 보간 기법의 일반적인 사항에 대

\* 본 연구는 산업자원부와 한국산업기술재단의 지역혁신인력양성사업으로 수행된 연구결과임.

해 서술한다. 3장에서는 본 논문에서 제안한 최적화된 매개변수를 적용하는 개선된 적응적 3차 회선 보간 기법에 대해 서술하고, 4장에서는 제안한 알고리즘을 기존의 보간 기법들을 대상으로 비교한 실험결과 자료에 대해 설명한다. 그리고 최종적으로 5장에서는 결론을 맺는다.

## 2. 보간 기법의 일반적인 사항

주어진 이산 신호에 대해 연속 신호의 보간 커널을 사용하여 보간된 신호를 생성하는 일반적인 과정을 식으로 나타내면 아래와 같다.

$$\hat{f}(x) = \sum_k f(x_k) \beta(x - x_k). \quad (1)$$

이 식에서  $f(x)$ 는 주어진 이산 신호이고,  $\hat{f}(x)$ 는 보간 커널이 적용되어 보간된 신호이다.  $\beta(x - x_k)$ 는 보간 커널의 일반적인 표현이며,  $x$ 는 연속적인 값을 나타내고,  $x_k$ 는 일정한 간격의 이산적인 값을 나타낸다.

식 (1)은 주어진 이산 신호인  $f(x)$ 와 보간 커널인  $\beta$ 의 유사 회선 보간 기법을 통해 보간된 신호  $\hat{f}(x)$ 를 생성한다. 따라서  $\hat{f}(x)$ 는  $f(x)$ 와 대응하는 보간 커널  $\beta$ 에 따라서 상이한 결과로 보간될 수 있다.

샤논(Shannon)의 표본화 이론에 의하면, 신호  $f(x)$ 의 대역폭이 구간  $(-\pi, +\pi)$  이내로 제한된다면,  $f(x)$ 의 보간 값인  $f(x_k)$ 으로부터 원(original) 연속 신호를 완벽하게 복원할 수 있다. 이 과정은 다음과 같이 식 (2)로 표현된다 [6].

$$\hat{f}(x) = \sum_k f(x_k) \sin c(x - x_k). \quad (2)$$

$$\sin c(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}. \quad (3)$$

식 (3)은 보간 커널로 사용되는  $\sin c()$ 를 표현한 것이고, 이상적인 보간 커널(ideal interpolation kernel)로 알려져 있다. 식 (2)는 이상적인 보간 커널을 사용하는 보간 기법으로 표현된다. 이상적인 보간 커널인  $\sin c()$ 를 적용한 식 (2)을 통해 보간된  $\hat{f}(x)$ 는 원 영상과 일치하는 값을 갖게 된다. 그러나 보간 커널의 범위가 무한대값을 갖기 때문에 실제로 정확한 계산은 구현될 수 없다. 그래서 이상적인 보간 커널에 가까운 성능을 가질 수 있는 보간 기법에 대한 연구가 진행되었다.

여러 보간 기법 중 하나로 계산량을 많이 필요로 하지 않아 복잡도면에서 유리한 간단한 1차 보간 기법인 양선형 보간은 아래 식 (5)와 같이 표현할 수 있다.

$$s = x - x_k, 1 - s = x_{k+1} - x, \quad (x_k \leq x \leq x_{k+1}, 0 < s \leq 1). \quad (4)$$

$$\hat{f}(x) = (1 - s)f(x_k) + sf(x_{k+1}). \quad (5)$$

이산 신호  $f(x)$ 에 대해 보간 기법을 적용하여 생성되는  $\hat{f}(x)$ 는 인접한 신호인  $f(x_k)$ 와  $f(x_{k+1})$ 에 대하여 일정한 거리 가중치가 곱해진 합으로 구해지며, 여기서 가중치는  $x$ 의 위치를 기준으로 결정된다. 위 식 (5)에서 인접한 신호에 적용되는 거리 가중치는 보간될 신호에 반비례로 적용된다.

보간 커널을 3차로 구성하면 인접한 신호를 더욱 많이 참조하기 때문에 인접한 신호들의 패턴이 보간될 신호에 반영되어 1차 보간 커널보다 좋은 성능을 지닐 수 있다. 3차 보간 커널로는 고등 차수 보간, 3차 스플라인 보간 등이 있지만 각각 밝기 값에 리플(ripple) 현상이 일어나는 단점과 복잡도가 높아 실제적으로 사용하기에 부적합한 단점 등이 있다. 높은 복잡도와 리플 현상등의 단점을 보완한 3차 커널인 3차 회선 보간 기법의 보간 커널은 다음의 식 (6)으로 표현된다[5, 6, 7].

$$\beta(x) = \begin{cases} (\alpha + 2)|x|^3 - (\alpha + 3)|x|^2 + 1, & 0 < |x| \leq 1 \\ \alpha|x|^3 - 5\alpha|x|^2 + 8\alpha|x| - 4\alpha, & 1 < |x| \leq 2 \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases} \quad (6)$$

위의 식 (6)을 보간 커널로 사용하고, 식 (4)의 가중치 표현을 적용하여 일반적인 과정인 (1)에 대입해서 정리하면 다음 식 (7)로 표현된다[6].

$$\begin{aligned} \hat{f}(x) = & f(x_{k-1})[\alpha s^3 - 2\alpha s^2 + \alpha s] \\ & + f(x_k)[(\alpha + 2)s^3 - (\alpha + 3)s^2 + \alpha s] \\ & + f(x_{k+1})[-(\alpha + 2)s^3 + (2\alpha + 3)s^2 - \alpha s] \\ & + f(x_{k+2})[-\alpha s^3 + \alpha s^2]. \end{aligned} \quad (7)$$

위의 식 (7)에는 거리 가중치  $s$  이외에도  $\alpha$  값이 존재하여 보간될 신호에 영향을 미친다. 따라서  $\alpha$  값의 조절에 따라 보간된 신호는 원신호에 일치하거나 근접할 수 있다. 3차 회선 보간 기법을 제안한 Keys[8]는  $f(x_k)$ 가 3차 미분이 존재한다는 가정에 Taylor급수전개를 이용하여  $\alpha = -1/2$ 을 제시하였고, Rifman[5]과 Bernstein[9]은  $x=1$ 에서 보간 커널의 기울기를  $\sin c(x)$ 의 기울기인  $-1$ 과 일치시키게 하기 위해  $\alpha = -1$ 로 선정하였다[6, 7].

본 논문에서는 주어진 영상 신호 각각에 대해 보간 과정을 통해 생성된 영상 신호와 왜곡된 값이 최소가 되는 적응적으로 최적화된  $\alpha$ 를 찾고, 여기서  $\alpha$ 를 이웃한 화소사이에는 상관관계가 있다는 가정아래에 최종적으로 보간될 이웃한 화소에 적용하는 알고리즘을 제안한다.

## 3. 제안한 알고리즘

본 장에서는 주어진 낮은 해상도의 영상을 적응적으로 최적화된 매개변수를 가지는 3차 회선 보간 기법을 적용하여 우수한 화질의 높은 해상도로 보간하는 알고리즘을 제안한다.

제안된 알고리즘은 주어진 영상으로부터 3차 회선 보간 기법으로 보간 과정을 수행하여 최적화된 매개변수를 얻어서 최종 결과 영상의 보간에 사용한다. 과정을 자세히 설명하면 다음과 같다. 먼저 주어진 낮은 해상도의 영상을 3차 회선 보간 기법으로 높은 해상도의 영상으로 보간한다. 그리고 보간된 영상에서 초기에 주어진 낮은 해상도의 영상을 제외하고, 다시 3차 회선 보간 기법으로 보간을 수행하여 최초로 주어진 낮은 해상도의 영상과 같은 해상도의 영상을 생성한다. 여기서 생성된 신호는 최종적으로 구할 적응적으로 최적화된 매개변수  $\alpha$ 에 대한 함수이다. 따라서 생성된 신호와 최초로 주어진 영상의 왜곡된 값이 최소가 되는  $\alpha$ 를 얻을 수 있으며, 얻은  $\alpha$ 는 적응적으로 최적화된다. 최종적으로  $\alpha$ 는 이웃한 화소는 서로 상관관계가 있다는 가정아래에 3차 회선 보간 기법의 보간 커널을 최적화시켜 보간될 이웃한 화소에 사용된다. 본 논문에서는 이와 같은 과정을 그림 1과 같이 시스템으로 구성한다. 시스템을 통해 적응적으로 보간된 결과 영상은 일반적인 보간법보다 나은 화질을 제공하게 된다.

그림 1의 시스템에서  $f(x)$ 는 주어진 낮은 해상도의 영상 신호의 집합이고,  $\hat{f}(x)$ 는 영상 신호의 집합으로 보간과정을 거쳐 보간된 영상 신호의 집합 또는 영상 신호이며,

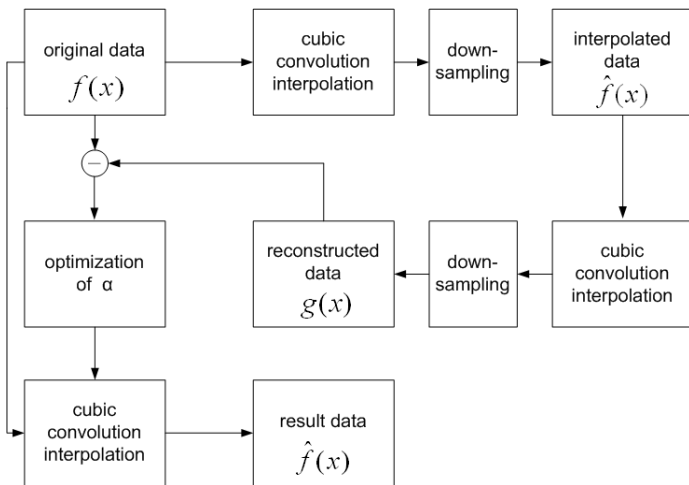


그림 1. 제안된 최적화 보간 시스템 블록 다이어그램.

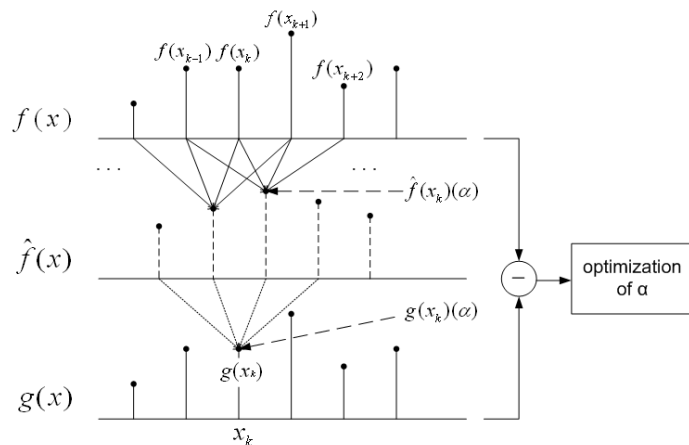


그림 2. 최적화된  $\alpha$ 를 구하는 과정.

식 (7)을 통해 그 값을 구할 수 있다. 그리고  $\hat{f}(x)$ 의 신호로 입력으로 주어진  $f(x)$ 와 같은 위치로 보간된 영상 신호  $g(x)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} g(x) = & \hat{f}(x_{k-1})[\alpha s^3 - 2\alpha s^2 + \alpha s] \\ & + \hat{f}(x_k)[(\alpha + 2)s^3 - (\alpha + 3)s^2 + \alpha s] \\ & + \hat{f}(x_{k+1})[-(\alpha + 2)s^3 + (2\alpha + 3)s^2 - \alpha s] \\ & + \hat{f}(x_{k+2})[-\alpha s^3 + \alpha s^2]. \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)을 통해 얻어진 영상 신호  $g(x)$ 는 초기에 주어진  $f(x)$ 가 변환과정에서 이상적인 보간 커널을 사용하였다면 두 신호는 일치하여야 한다. 따라서 두 신호간의 왜곡을 최소로 조절해주는  $\alpha$ 를 그림 2와 같은 과정을 통해 얻을 수 있다.  $f(x)$ 와 보간 과정을 통해 구한  $g(x)$ 사이의 왜곡된 값은 다음 식 (9)로 표현된다.

$$E(\alpha) = [f(x_k) - g(x_k)]^2. \quad (9)$$

따라서 식 (9)를 통해  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 왜곡된 값은  $\alpha$ 에 의해 상이한 결과를 얻을 수 있으며, 이때 왜곡된 값을 최소로 하는  $\alpha$ 를 구하여 최종적인 결과 영상의 보간에 사용하여 우수한 화질의 결과 영상을 얻을 수 있다. 왜곡된 값을 최소로 하는  $\alpha$ 를 구하는 방법은 다음 식 (10)으로 표현된다.

$$\frac{\partial E(\alpha)}{\partial \alpha} = 0. \quad (10)$$

여기서 구해지는  $\alpha$ 는 주어진 영상 신호  $f(x)$ 에 대해 적응적으로 최적화된 값을 가지게 된다. 따라서  $\alpha$ 는 이웃한 화소와 상관관계가 있다는 가정아래에 최종적으로 보간되는 이웃한 화소에 적용된다.

일반적인 예로 주어진 영상 신호인  $f(x)$ 에서 보간된  $\hat{f}(x)$ 에 대하여  $s=1/2$ 인 부화소 기반으로 보간을 하게 될 경우 식 (7)을 정리하면 다음 식 (11)로 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{f}(x) = & f(x_{k-1})\left(\frac{1}{8}\alpha\right) \\ & + f(x_k)\left(-\frac{1}{8}\alpha + \frac{1}{2}\right) \\ & + f(x_{k+1})\left(-\frac{1}{8}\alpha + \frac{1}{2}\right) \\ & + f(x_{k+2})\left(\frac{1}{8}\alpha\right). \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)의  $\hat{f}(x)$ 를 보간될 식 (8)의  $g(x)$ 에 대해 정리하면 다음 식 (12)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 g(x) = & \hat{f}(x_{k-1})\left(\frac{1}{8}\alpha\right) \\
 & + \hat{f}(x_k)\left(-\frac{1}{8}\alpha + \frac{1}{2}\right) \\
 & + \hat{f}(x_{k+1})\left(-\frac{1}{8}\alpha + \frac{1}{2}\right) \\
 & + \hat{f}(x_{k+2})\left(\frac{1}{8}\alpha\right).
 \end{aligned} \tag{12}$$

#### 4. 실험 결과

본 장에서는 제안된 알고리즘의 성능 평가를 위해서 그림 1의 시스템을 구성하여 실험하였다. 실험 영상으로는 알려진 영상을 사용하고, 기존에 존재하던 보간 기법들과 본 논문에서 제안한 보간 기법을 적용해 실험을 수행하였다. 이 실험 결과를 비교하여 각각 보간 기법에 대해 원 영상과 주관적 화질 비교 및 객관적 화질 비교를 수행하였다.

표 1의 실험 결과는 객관적 화질 비교를 위해 PSNR(Peak Signal to Noise Ratio) 단위로 측정하여, 각각의 보간 기법에 대해 성능 평가를 하였고, 비교 대상으로 고려된 보간 기법은 인접 화소 보간, 양선형 보간, 3차 회선 보간 기법이다. 표 1의 PSNR 값들을 보면 제안한 알고리즘을 사용한 보간 기법이 기존의 보간 기법들보다 상대적으로 높은 값을 가져 우수한 화질을 제공한다.

주관적 화질 비교를 위해 그림 4에서는 기존에 존재하던 보간 기법과 제안하는 보간 기법을 적용한 결과 영상을 확대하여 보여주고 있다. 결과 영상에서 나타나듯 기존에 존재하던 보간 기법인 양선형 보간, 고등 차수 보간, 3차 회선 보간 기법에 비해 제안한 알고리즘을 적용하였을 경우 에지(edge)가 선명하면서 부드럽고 자연스러운 영상을 얻을 수 있었다.

본 실험을 통해 일반적으로 사용하는 알려진 선형 보간들 보다 모든 영상에 대해 높은 PSNR이 나왔으며, 영상에 동일한 매개변수를 적용한 3차 회선 보간 기법보다 결과가 우수함을 보였다.

표 1. 기존 보간 기법과 제안한 보간 기법의 PSNR 비교.

	Lena	Pepper	Barbara	Church	Bridge
Bilinear	28.64	29.00	31.81	30.65	26.83
Bicubic	28.17	28.50	31.03	29.96	26.11
Cubic Convolution	29.19	29.54	32.72	31.41	27.56
Proposed	29.37	29.70	33.05	31.67	27.81

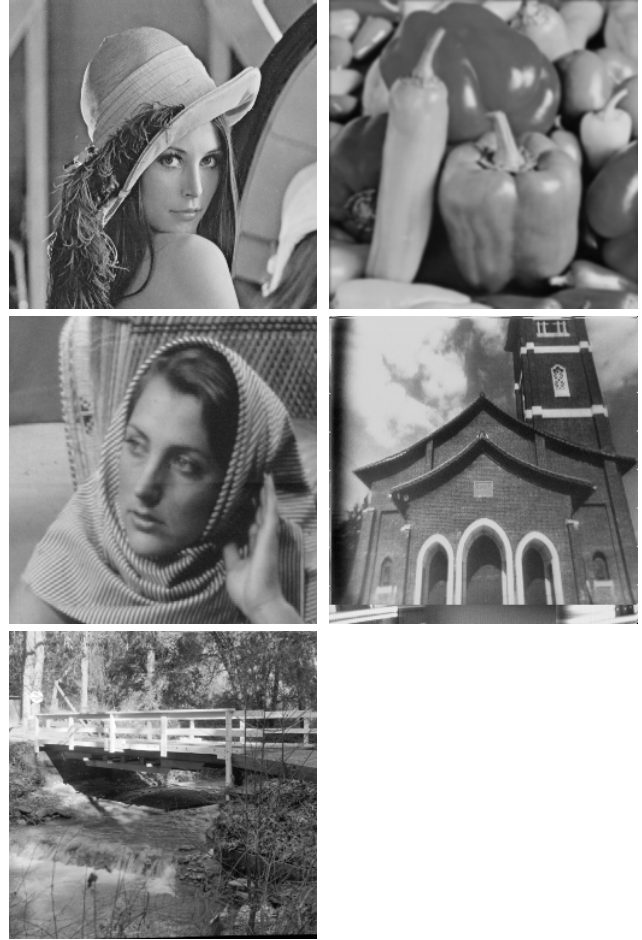


그림 3. 실험에 사용된 영상들.(Lena, Pepper, Barbara, Church, Bridge).

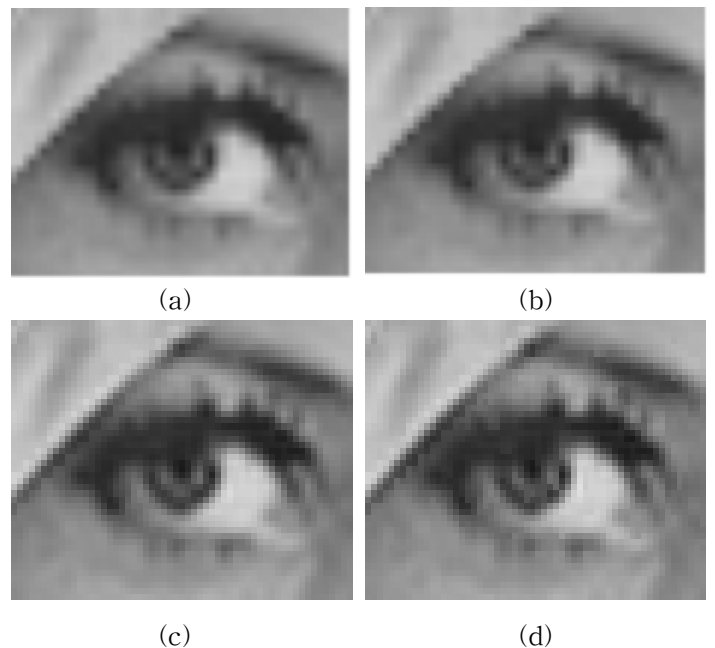


그림 4. Lena영상에 대한 주관적 화질 비교 : (a) 양선형 보간, (b) 고등 차수 보간, (c) 3차 회선 보간 기법 (d) 제안하는 보간 기법.

## 5. 결 론

본 논문에서는 3차 회선 보간 기법의 매개변수  $\alpha$ 를 원 영상과 보간된 영상, 두 영상의 왜곡된 값이 최소가 되는 적응적으로 최적화된 값을 구한다. 여기서 매개변수  $\alpha$ 를 이웃한 화소사이에는 상관관계가 있다는 가정아래에 최종적으로 보간될 영상에 적용하였다. 한 영상에 대해 같은  $\alpha$ 를 적용하는 이전 방법과 달리 보간될 각각의 신호는 인접한 신호들과 구성을 이루는 특성을 반영하고, 보간 과정을 통해 신호들 사이의 왜곡된 값이 최소가 되는 매개변수를 이웃한 화소에 적용하는 적응적인 방법으로 보간 기법의 성능이 향상됨을 보였다. 따라서 실험결과로 나타나듯 제안된 최적화 매개변수를 적용한 적응적 3차 회선 보간 기법은 기존에 존재하던 보간 기법들보다 주관적인 화질과 객관적인 화질에서 우수한 성능이 나타남을 입증하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] J. Shi and S. E. Reichenbach, "Image Interpolation by Two-Dimensional Parametric Cubic Convolution," IEEE Trans. on Image Processing, vol. 15, no. 7, pp. 1857-70, July 2006.
- [2] J. K. Han and S. U. Baek, "Parametric Cubic Convolution Scaler for Enlargement And Reduction of Image," IEEE Trans. on Consumer Electronics, vol. 46, no. 2, pp. 247-256, May 2000.
- [3] T. M. Lehmann, C. Gonner, and K. Spitzer, "Survey: Interpolation methods in medical image processing", IEEE Trans. Med. Imag., vol. 18, no. 11, pp. 1049-1075, Nov. 1999.
- [4] E. Meijering, "A chronology of interpolation: From ancient astronomy to modern signal and image processing", Proc. IEEE, vol. 90, no. 3, pp. 319-342, Mar. 2002
- [5] S. S. Rifman, "Digital Rectification of ERTS Multispectral Imagery," Proc. Symposium Significant Results Obtained from ERTS-1(NASA SP-327), I, Sec. B, pp. 1131-1142, 1973.
- [6] 한종기, "국지적 신호 특성에 적응하는 개선된 cubic convolution scaler," 한국통신학회 논문지, vol. 27, no. 5A, pp. 404-413, May 2002.
- [7] 유훈, "적응적인 선형 보간을 이용한 부화소 기반 영상 확대," 멀티미디어학회 논문지, vol. 9, no. 8, pp 1000-1009, Aug. 2006.
- [8] R. G. Keys, "Cubic Convolution Interpolation for Digital Image Processing," IEEE Transactions on Acoustics, Speech, And Signal Processing, Vol. ASSP-29, No. 6, pp. 1153-1160, Dec. 1981.
- [9] R. Bernstein, "Digital Image Processing of Earth Observation Sensor Data," IBM J. Res. Develop., vol. 20, pp. 40-57, Jan. 1976.



(b)



(d)

그림 4 . Lena eye 영상에 대한 주관적 화질 비교:

(a) 선형보간법. (b) 왜곡거리 보간. (c) 이동 선형 보간. (d) 제안된 방법.



(c)