

전위그래프의 위상적성질과 심플 방송알고리즘

심 현*, 이형옥**, 오재철*

*순천대학교 컴퓨터학과

**순천대학교 컴퓨터교육과

e-mail:simhyun@sunchon.ac.kr, oklee@sunchon.ac.kr

Topological Properties and Broadcasting Algorithm of Transposition Interconnection network

Sim Hyun* Lee Hyeong-Ok** Oh Jae-Cheul**

*Dept of Computer Science, Sunchon National University

**Dept of Computer Education, Sunchon National University

요 약

본 논문에서는 높은 고장허용율과 다른 모든 종류의 망에 임베딩 가능한 전위(Transposition) 그래프의 방송알고리즘을 분석한다. 본 논문에서 분석한 심플 방송알고리즘에서는 각각의 해당 차원의 방송횟수는 $\lceil \log 2^n \rceil$ 이며, K차원의 방송횟수는 각각의 해당 차원들의 총 방송횟수를 모두 합한 $\sum_{k=1}^{k=n} \lceil \log 2^n \rceil$ 임을 보여준다.

1. 서론

컴퓨터 기술의 발전으로 종전에는 과학계산 분야로 한정되었던 컴퓨터의 사용 범위가 문자나 음성, 영상 등 새로운 형태의 정보를 처리하는 방향으로 넓어지고 있다. 컴퓨터를 이용하는 현대의 과학과 공학 분야의 문제들은 많은 계산을 수행하여야 하면서도 빠른 시간에 해를 구해야 하므로 기존의 컴퓨터 보다 더욱 빠른 계산 능력을 갖는 고성능 컴퓨터에 대한 요구가 증가하고 있다. 최근 컴퓨터 설계에서 성능 향상을 위한 방법으로써 병렬 처리(tarallel trocassing) 기술이 널리 사용되고 있다. 이러한 병렬처리에 응용되는 연결망들이 매우 다양하데, 그중에서도 하이퍼큐브 연결망이 가장 널리 사용되고 있다. 하이퍼큐브 연결망은 각종 응용 분야에서 요구하는 통신망 구조를 쉽게 제공할 수 있는 장점이 있어 기존의 연구용 및 상용 시스템에 널리 사용되고 있는 대표적인 상호 연결망이다. 노드 및 에지 대칭이고 간단한 라우팅 알고리즘과 최대 고장 허용도와 단순한 재귀적 구조를 가지고 있으며, 기존에 제안된 다양한 상호 연결망과 쉽게 임베딩이 가능하다는 장점을 가지고 있어 하이퍼큐브 연결망을 기반으로 한 다양한 상호 연결망이 많이 발표되었다. 이러한 다양한 상호 연결망 중에서 대표적인 연결망으로는 스타 그래프, 버블-소트 그래프, 메쉬, 하이퍼큐브 연결망 그리고 전위(Transposition)그래프를 들 수 있다[1,2,3,4,6]. 여러 상호 연결망 중에서 전위(Transposition)그래프에서 주목할 점은 스타 그래프, 버블-소트 그래프, 메쉬, 하이퍼큐브 연결망 등 모두에 임베딩이 가능하며 최대 고장 허용도와 유용한 확장성을 가지고 있으며, 이분할 그래프이다는 점이다.[5]

2. 관련연구

전위(Transposition)그래프 T_n 은 다음과 같이 정의될 내린다. n -차원 전위(Transposition)그래프 T_n 은 $n!$ 개의 노드와 $n(n-1)n!/4$ 개의 에지로 구성된다. 각 노드의 주소는 n 개의 서로 다른 심볼의 순열로 표현될 수 있고, 노드 V 와 W 의 n 개 비트 스트링에서 임의의 위치의 두개 심볼만 교환된 순열을 갖는 노드 V 와 W 사이에 에지가 존재한다. n 개의 서로 다른 심볼 집합을 $\langle n \rangle = \{1, 2, \dots, n\}$ 이라 하고,

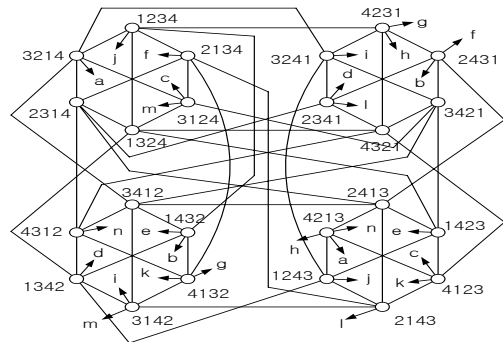
$\langle n \rangle$ 의 순열을 $T = t_1 t_2 \dots t_n$, $t_i \in \langle n \rangle$ 이라 할 때 전위(Transposition)그래프 T_n 은 다음과 같이 정의된다[7,8].

$$V(T_n) = \{ (t_1 t_2 \dots t_i \dots t_n) \mid t_i \in \langle n \rangle, i \neq j, t_i \neq t_j \}$$

$$E(T_n) = \{ (t_1 t_2 \dots t_i \dots t_j \dots t_n) (t_1 t_2 \dots t_j \dots t_i \dots t_n) \mid (t_1 t_2 \dots t_i \dots t_j \dots t_n) \in V(T_n), 1 \leq i < j \leq n, i \neq j \}$$

n 개의 심볼로 구성된 순열과 그 순열에서 임의의 서로 다른 두개 심볼이 교환된 순열을 갖는 노드 사이에 에지가 있으므로 T_n 은 분지수가 $n(n-1)/2$ 인 정규 그래프이다. 그림 1은 4-차원 전위(Transposition)그래프의 예이다. 전위(Transposition)그래프 T_n 은 에지에 고장(fault)이 발생했을 때 고장난 에지를 제외한 나머지 에지들과 노드들을 통하여 스타(star) 그래프와 bubblesort 그래프를 서브 그래프로 구성할 수 있도록 에지를 추가하여 구성한 상호 연결망이다.

정의 1 전위(Transposition)그래프의 특징은 다음과 같다. a. N -차원 전위(Transposition)그래프 T_n 은 $n!$ 개의 노드와 $n(n-1)n!/4$ 개의 에지로 구성된다. b. 각 노드의 주소는 n 개의 서로 다른 심볼의 순열로 표현될 수 있고, 노드 V 와 W 의 n 개 비트 스트링에서 임의의 위치의 두개 심볼만 교환된 순열을 갖는 노드 V 와 W 사이에 에지가 존재한다. c. n 개의 심볼로 구성된 순열과 그 순열에서 임의의 서로 다른 두개 심볼이 교환된 순열을 갖는 노드 사이에 에지가 있으므로 T_n 은 분지수가 $n(n-1)/2$ 인 정규 그래프



[그림 1] 4-차원 Transposition 그래프
제한다. c. n 개의 심볼로 구성된 순열과 그 순열에서 임의의 서로 다른 두개 심볼이 교환된 순열을 갖는 노드 사이에 에지가 있으므로 T_n 은 분지수가 $n(n-1)/2$ 인 정규 그래프

래프이다. d. 지름, 고장 지름(fault diameter): 전위(Transposition)그래프 T_n 의 지름은 $n-1$ 이고, 고장 지름은 n 이다. e. 고장 허용도: 전위(Transposition)그래프 T_n 의 노드 연결도는 분지수 $n(n-1)/2$ 과 같으므로 T_n 은 최대 고장 허용도를 갖는다. f. 대칭성, 이분할 그래프 : 전위(Transposition)그래프 T_n 은 노드 대칭적이다. 또한 전위(Transposition)그래프 T_n 은 이분할 그래프이다. g. N -차원의 전위(Transposition)그래프는 $N-1$ 차원의 전위(Transposition)그래프가 차원수 n 개가 존재한다. h. 전위(Transposition)그래프는 모든 노드가 연결된 완전그래프이다. i. 전위(Transposition)그래프에서 한 노드는 자신의 그룹이외의 모든 다른 그룹에도 반드시 1개이상의 연결을 가진다. 본 논문에서 “그룹”이란 N -차원 전위(Transposition)그래프에서 1차원부터 $N-1$ 차원에 이르기까지 각각의 해당 차원의 전위(Transposition) 그래프에 속한 모든 노드들의 모임을 그룹이라고 지칭한다. 그룹의 설정에 관해서는 정리 1을 참고한다. j. 전위(Transposition)그래프에서 n 차원 그래프의 그룹은 $n-1$ 차원의 전위(Transposition)그래프가 n 개로 이루어진다. 4차원의 전위(Transposition)그래프를 예로들어 설명하면 3차원 전위(Transposition)그래프가 차원수인 4개 존재한다.

3. 방송

통신 네트워크에서 어떤 한 호스트가 가지고 있는 메시지를 전체 호스트에게 메시지를 전송하는 것을 방송(broadcasting)이라고 한다. 최선의 방송 시간은 노드가 중복되지 않고 최대한 빠른 시간에 모든 노드에 전송하는 것이다. 본 연구에서는 전위(Transposition) 그래프에서 메시지를 중복해서 받지 않고 일-대-다 방송하는 알고리즘을 알아보고자 한다. 전위(Transposition)그래프는 (정의 1.c)에 따라 임의의 한 노드 t 에서 다른 노드로 연결하는 분지수가 $n(n-1)/2$ 이므로, 임의의 한 노드 t 에서 방송할 수 있는 경우의 수는 $n(n-1)/2$ 가 된다. 이때 임의의 한 노드 t 에서 방송 하기 위한 링크의 순서는 다음과 같은 방법을 따른다.

<begin>

단계 1. 메시지를 가진 시작노드 자신이 1-차원 노드이다. 시작노드인 1-차원의 노드에서 같은 차원인 1-차원 노드로 방송한다. 이때 메시지를 가진 두개의 1-차원 노드는 하나의 2-차원 그룹이 된다.

단계 2. 메시지를 전달받은 노드들의 2-차원 그룹은 다른 2-차원 그룹과 일대일 노드로 방송 한다.

단계 3. 각각의 2-차원 그룹의 모든 노드가 방송되었다면, 이때 하나의 3-차원 전위(Transposition)그래프가 만들어진다. 메시지를 전달받은 3-차원 그룹은 다른 3-차원 그룹에 일대일 노드로 방송한다.

단계 4. 위의 단계 1, 2, 3의 과정을 차원을 1씩 증가하여 2, 3, 4, ..., n 차원까지 반복한다. 이때 $n-1$ 차원 그룹들의 메시지 전달은 결국 n -차원 전위(Transposition)그래프가 된다.

<end begin>

[정의]

차원을 표시하는 n 과 무한대를 뜻하는 ∞ 를 구별하기 위해서 차원을 의미하는 알파벳을 K 라고 표시하도록 한다.

전위(Transposition)그래프에서 각각의 해당 차원의 방송횟수는 $\lceil \log_2^n \rceil$ 이며, K 차원의 방송횟수는 각각의 해당

차원들의 총 방송횟수인 $\sum_{k=1}^{k=n} \lceil \log_2^n \rceil$ 이다. 이에 대한 증명

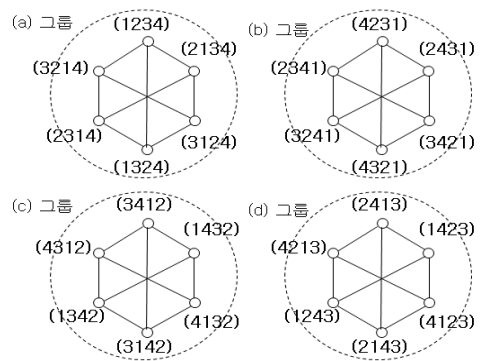
과 방송알고리즘은 다음과 같이 “보조정리”를 통해서 설명한다.

정리 1 노드의 주소 사상(mapping)방법

방송을 하기 위해서는 우선, 전위(Transposition)그래프에서 방송을 시작하려는 노드의 주소 값을 설정해야한다. 이때 시작 노드가 가질 수 있는 주소 값의 경우의 수는 $n(n-1)/2$ 가지이다. 하지만 심플 방송 알고리즘을 위해서 시작 노드의 주소 값을 가장 단순한 값으로 셋트하며, 이때 시작 노드의 주소값은 $(t_1 t_2 \dots t_i \dots t_j \dots t_n)$ 라고 정의한다.

증명

방송하기위한 데이터 값을 가지고 있는 노드의 주소 값을 $(t_1 t_2 \dots t_i \dots t_j \dots t_n)$ 로 셋트(맵핑)한다. 이때 t_1 은 본 논문에서는 1차원번째 심볼이라고 지칭한다. t_2 는 2차원번째 심볼, ' t_n '은 n -차원번째 심볼을 의미하며, 현재 전위(Transposition)그래프가 N -차원임을 의미한다. 앞의 전위(Transposition)그래프 (정리 1.g)에서와 같이 전위(Transposition)그래프 N 차원은 $N-1$ 차원의 그래프가 차원수 n 개 존재함을 의미한다. 이때 $N-1$ 차원의 그래프 그룹은 해당 그룹의 노드의 주소 값 마지막 N -차원 번째 값이 각각 t_1 또는 t_2 또는 t_3 또는 ... 또는 t_n 이 된다. 이때 최초의 데이터를 가지고 있는 노드의 N -차원번째 주소 값이 t_n 이며, 결국 이 노드가 속한 그룹의 전체 노드들의 마지막 N -차원번째 주소 값들은 모두 t_n 이 된다. 나머지 그룹에 속해있는 노드들의 주소는 $(t_{n-1} t_{n-2} \dots t_{n-(n-1)})$ 순서로 임의로 정해 주면 된다. 다음 그래프를 살펴보자. [그림1]는 4차원 전위(Transposition)그래프이다. 그림에서 3차원 그래프($n-1$ 차원 그래프) 그룹 4개가 하나의 4차원 전위(Transposition)그래프를 구성한다. 이때 3차원 그래프 각각의 마지막 n -차원번째 심볼 주소값이 a 그룹은 '4', b 그룹은 '1', c 그룹은 '2', d 그룹은 '3'임을 알 수 있다. 즉, n -차원번째 심볼 주소값이 같은 노드들을 묶어준 형태를 **그룹**이라고 하겠다. 이때 k 를 심볼개수에 해당하는 4라고 지정하며, a 그룹의 마지막 심볼값은 k 에 해당하는 '4'가 된다. $k-1$ 은 d 그룹의 '3'이, $k-2$ 는 c 그룹의 '2'가 그리고 마지막 $k-3$ 은 b 그룹의 '1'이 된다. 이것은 전위(Transposition)그래프의 차원이 N -차원 만큼 커지더라도 항상 적용된다. 또한 [그림 2]에서 보여주듯이 (정리 1.f)에 따라 전위(Transposition)그래프는 노드 대칭적이므로, 최초의 메시지를 가지고 있는 어떠한 노드의 주소값을 $(1 2 3 \dots i \dots j \dots n)$ 로 심볼을 적용하여도, 모든 전위(Transposition)그래프에서 항상 적용된다.

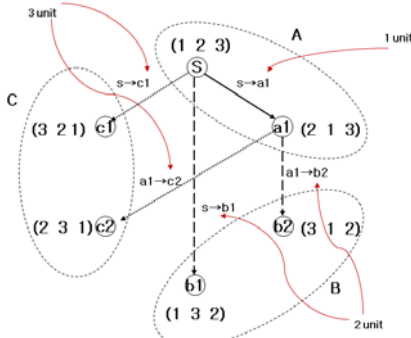


[그림 2] 4차원 전위(Transposition)그래프

정리 2 전위(Transposition)그래프에서 메시지를 갖고 있는 한 노드 $(t_1 t_2 \dots t_i \dots t_j \dots t_n)$ 에서 연결 가능한 예지는 $n(n-1)/2$ 가지이며, 이때 방송하기 위한 최초의 연결노드는 $(1 t_2 \dots t_i \dots t_j \dots t_n)$ 노드이다. 즉, 최초의 메시지를 갖고 있는 임의의 한 시작 노드는 자신의 노드가 속한 가장 낮은 차원의 그룹에 있는 노드에게 가장 먼저 방송한다. 그 다음 자신의 노드가 속한 차원의 그룹과 같은 레벨 차원의 그룹에 속해 있는 전체 노드에게 일-대-일 대응으로 일괄 방송한다. 이때 차원의 순서를 $(1 2 3 \dots i \dots j \dots n)$ 순서로

1씩 증가시키면서 반복해서 방송한다. ($1 \leq t_n \leq n$)

증명 [그림 3]은 3차원 전위(Transposition)그래프를 보여준다. 이때 그룹 A에 속한 시작노드 s가 방송할 수 있는 노드는 A그룹, B그룹, C그룹 모두에 존재한다. 하지만 B그룹의 노드들과 C그룹의 노드들은 시작노드 s에서 보면, 자신의 내부 그룹 차원을 넘어서기 때문에 우선적으로 자신의 그룹차원 내에 존재하는 에지 순차과정을 따라 방송한다. 그러므로 자신과 가장 가까운 차원 즉, 자신의 그룹 차원인 노드 a1 (213)으로 방송한다. 이때 A 그룹 전체에 메시지가 전달된다. 이제 시작노드 s가 속한 A 그룹이 모두 방송되었다면, 그룹과 그룹차원의 노드로 일괄 방송한다. [그림 3]에서는 A그룹이 완성된 후, A그룹의 노드들에서 B그룹의 노드 그리고 C그룹의 노드로 일괄 방송하는 순차적인 과정을 보여준다.



[그림 3] 노드들 사이의 방송 순서

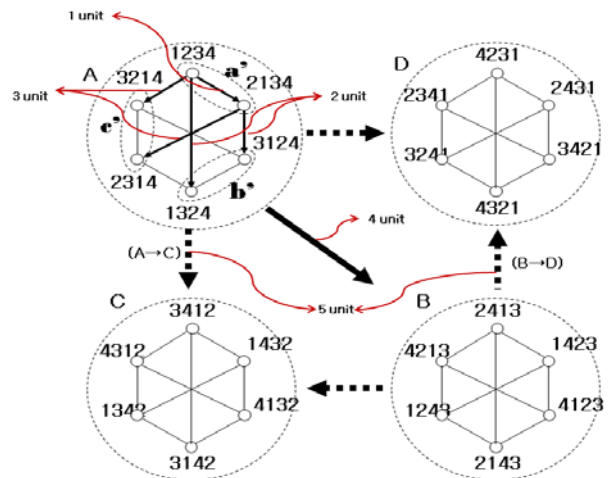
정리 3 n차원 그룹간 방송시에는 방송하려는 그룹의 t_n 번째 심볼값과 연결하려는 그룹의 t_n 번째 심볼값의 차가 2^{m-1} 의 차이를 가지는 그룹으로 방송한다 (m 은 같은 차원의 그룹들끼리의 방송 unit 횟수 이며, $1 \leq m \leq n$ 이다).

증명

N 차원의 전위(Transposition)그래프는 N-1 차원의 전위(Transposition)그래프가 n개 존재하는 그래프임을 (정리 1.g)를 통해서 알 수 있다. 데이터를 가지고 있는 노드 s의 주소값이 ($t_1 t_2 \dots t_i \dots t_j \dots t_n$)이라고 할때 s와 같은 차원 그룹에 속해있는 노드 즉, ($t_2 t_1 \dots t_i \dots t_j \dots t_n$)에 방송한다. 2차원 전위(Transposition)그래프는 방송할 수 있는 경우의 수가 단지 하나 밖에 없기 때문에 문제가 없다. 앞의 [그림 2]를 살펴보자. [그림 2]는 3차원 전위(Transposition)그래프로서, 3개의 2차원 그룹이 각각 존재한다. 메시지 전송을 시작하려는 노드 s (1 2 3)에서 1차원을 의미하는 심볼값 1이 2^{m-1} 차이가 발생하는 노드는 자신의 차원 내의 그룹에 속해있는 (2 1 3)에 방송한다. 실제로 2차원 전위(Transposition)그래프에서는 노드의 선택 여지가 없기 때문에 간단히 방송한다. 이제 노드 s가 속한 **그룹 A** (2차원 전위 (Transposition) 그래프)가 자신의 그룹내의 모든 노드에 방송이 완료 되었기 때문에, 같은 레벨(2차원)의 다른 그룹인 **그룹 B** 또는 **그룹 C**에 노드 일-대-일 일괄 방송을 하게 된다. 이는 **정리 2**에 의해서 정의되었다. 이때 **그룹 A**가 방송하려는 목표그룹(또 다른 2차원 전위(Transposition) 그래프)이 두 가지로서 선택이 필요한 문제가 발생한다. 이를 해결하기 위해서, 2차원 A 그룹의 노드들이 가지는 주소값의 t_2 번째 심볼값과 1 차이가 나는 t_2 번째 심볼값을 가지는 다른 그룹을 선택한다. 그림에서는 **그룹 B**에 속한 노드들의 주소값들의 t_2 번째 심볼값이 2로서 **그룹 A**의 노드들의 t_2 번째 심볼값 3과 1이 차이가 난다. 첫 번째 그룹인 A에서 그룹 B로 방송을 마쳤을때, 또 다른 문제가 발생하게 된다. 그룹 A에서 그룹 B로 방송을 하면, 이때 그룹 A와 그룹 B에 속하는 모

든 노드들은 방송이 가능한 메시지를 가지고 있게 된다. 이때 같은 레벨(2차원)의 다른 그룹인 그룹C에 방송할 수 있는 기회는 그룹 A와 그룹 B 둘 다 똑같이 주어진다. 문제는 N이 100차원 이상의 매우 큰 수의 전위(Transposition) 그래프라면 이때 n-1차원 전위(Transposition) 그래프 그룹이 n개 존재하게 된다. 이러한 경우, n-1차원의 그룹간 방송 순서를 결정해야 하는 문제가 발생한다. 이와같은 문제를 해결하기 위해서 본 논문에서는 같은 레벨간의 그룹간 방송시에는 n차원 전위(Transposition) 그래프에서 그룹간 방송횟수인 m에 비례하여 n-1차원 그룹들에 속한 노드의 t_n 차원번째 심볼값이 2^{m-1} 차이만큼의 그룹들끼리 방송하도록 한다.

다음에서 3차원 전위(Transposition)그래프 이상에서 방송이 가능한 그룹이 2가지 이상인 경우의 수를 가지는 예를 살펴보자. 아래 [그림 4]는 4차원 전위(Transposition)그래프를 나타낸다. 이때 데이터값을 가지고 있는 시작 노드 s의 주소값을 (1234)로 맵핑하고 이 노드가 포함된 3차원 전위 (Transposition) 그래프를 그룹 A라고 설정한다. 보조정리 3.1에 의해서 시작노드 s인 (1234)에서 가장 낮은 차원의 방송노드 즉, 1차원 방송전달이 가능한 (2134)로 방송한다. 이때 방송하기 위한 1차원 대상은 존재하는 노드 전체가 아닌 t_1 번째 심볼값만을 대상으로 해야한다. 이와같이 1차원 연결은 완료되고 2차원 그룹 a'가 만들어진다. 이제 2차원 그룹(a', b', c')이 3개 존재하는 3차원 전위(Transposition) 그래프(즉 그룹A)를 모두 방송하도록 해보자. 우선 a'에서 b'로 그룹간 방송을 한다. 그 이유는 2차원 같은 레벨의 그룹간 방송 연결횟수가 1 이므로 이때 m=1이 된다. 결국 데이터값을 가지고 있는 각 그룹 레벨의 t_n 번째 심볼값(a'의 t_n 은 3, b'의 t_n 은 2, c'의 t_n 은 1)들의 차이는 2^{m-1} 즉, $2^0=1$ 이 된다. 그러므로, s 시작노드를 가지고 있는 2차원 그룹 a'의 t_n 번째 값과 차이가 1인 그룹은 b' 그룹이 된다. 즉, a' 그룹의 t_n 번째 값 (3차원 레벨의 위치 값)이 3이고, b' 그룹의 t_n 번째 값은 2이므로 a'와 b'의 t_n 번째 값의 차이는 1이 된다. a'에서 b'로 방송을 완료했다면 이제 남은 c'에 방송해야 한다. 이번에는 2차원 그룹간 방송횟수가 2번째이므로 연결의 횟수 m=2가 된다. 이때 t_n 주소값의 차는 $2^{2-1}=2$ 가 된다. a'의 t_n 번째 주소의 심볼값은 3이고, b'의 t_n 번째 주소의 심볼값은 2이고, c'의 t_n 번째 주소의 심볼값은 1이다. 그럼 c'의 t_n 번째 주소의 심볼값 1과 2차이가 나는 그룹은 물



[그림 4] 4차원 전위(Transposition)그래프 방송 순서
론 a' 그룹이다. 그러므로 a'에서 c'로 방송하게 된다 이때 b'는 방송을 하지않고 대기한다.
2차원 그룹간 방송을 완료하면 하나의 3차원 그룹내 방송

이 모두 완료된다. 이제 3차원 그룹간 연결을 살펴보자. 2차원 그룹간 연결과 마찬가지로 그룹 A가 방송하려는 다른 그룹은 B, C, D가 존재한다. 이때 그룹간 연결횟수는 새로운 차원연결이므로 다시 1이 되어 $m=1$, 2^{m-1} 은 $2^0=1$ 이 된다. 그룹 A의 tn번째 주소 심볼값이 4이고 1차이가 나는 그룹은 tn=3인 그룹 B이므로 그룹 A에서 그룹 B로 방송한다. 이번에는 그룹간 방송횟수가 2가 된다. 즉 $m=2$, $2^{2-1}=2$ 가 된다. 방송하려는 데이터를 가지고 있는 그룹은 A와 B이며 메시지를 방송하기 위한 목표 그룹은 C와 D가 존재한다. 이때 방송연결 목표 그룹 각각의 tn번째 주소값과 차이가 2인 그룹을 찾아서 메시지를 방송한다. 그룹 A의 tn=4, 그룹 B의 tn=3, 그룹 C의 tn=2, 그룹 D의 tn=1이므로 $2^{m-1} = 2$ 차이가 나는 그룹 A → 그룹 C로 그룹 B → 그룹 D로 각각 방송하면 된다. 이 과정은 n차원까지 반복해서 적용된다.

정리 4 전위(Transposition)그래프에서 메시지를 가진 노드가 있을 때, 노드 s에서 방송하기 위한 노드는, 노드 s의 그룹의 방송예정 차원에 해당하는 tn번째 심볼과 $tn-2^{m-1}$ 번째 심볼의 위치를 교환한 주소값이 방송연결 목표그룹의 노드 주소값이다. 이 시퀀스를 이용하여 주소값 방송하면 메시지를 중복하여 받는 노드가 발생하는 것 없이 전위(Transposition)그래프 전체 노드에 메시지를 방송할 수 있다.

증명 앞의 “정리 1”에 의하여 1-차원부터 n-1차원 그룹사이의 방송순서를 정의할 수 있다. 이때 임의의 노드 s가 방송하기 위한 노드는 이미 정해져 있으며, 또한 중복되어 방송되지 않게 된다. 노드 s의 주소값의 위치를 나타내는 심볼집합 tn의 순열에 의하여 방송하는 해당 차원의 그룹간 방송횟수 또는 각 그룹간 tn 차이 값에 따라 임의의 노드 s의 주소값의 위치에서 차원에 해당하는 tn번째 심볼과 방송하려는 그룹과의 차이 값만큼의 값을 가진 $tn-2^{m-1}$ 번째 심볼인 두개의 심볼만 교환된 주소값으로 방송한다. [그림 4]에서 메시지를 가지고 있는 시작 노드 s (1234)에서 방송을 시작한다고 가정하자. 노드 s는 자신과 같은 1차원 그룹끼리 우선적으로 방송하게 된다. 이때 1차원 그룹끼리 방송이므로 2차원 연결이 이루어진다. 그러므로 t2 심볼값 '2'와 연결횟수 1의 차이가 발생하는 t1 심볼 '1'의 위치를 바꿔(switching)준다. 결국 s (1234)의 방송 노드는 (2134)가 된다. 노드 s가 속한 2차원 그룹 a'를 모두 방송했기 때문에 이제 2차원 그룹끼리 방송을 하게 되며 이는 3차원 연결이 된다. 그룹간 연결은 “보조정리 3.3”에 따라 그룹 a'에서 그룹 b'로 방송한다. a' 그룹에는 메시지를 가지고 있는 노드가 이미 2개 존재하다. 이 노드들이 각각 해당하는 노드로 연결하는 방법은 다음과 같다. 노드 s (1234)와 그룹 b'의 임의의 노드간의 연결은 3차원 연결이 되므로 노드 s의 t3 심볼값은 '3'의 위치를 임의의 심볼값과 스위칭 하게 된다. 이때 그룹간 연결 횟수는 1이고 t3과 1의 차이가 나는 심볼은 t2인 '2'이므로 t3와 t2를 스위칭한 주소값이 노드 s와 3차원 연결되는 노드 (1324)가 된다. 이와같이 그룹 a'의 노드 (2134)는 (3124)와 연결하여 그룹 a'와 그룹 b'사이의 방송이 완료된다. 이제 남은 c' 그룹에 방송하기 위해 “보조정리 3.3”에 따라 a' 그룹에서 방송 우선순위가 주어진다. 그룹 a'의 노드 s (1234)에서 그룹 c'의 임의의 노드로의 연결은 3차원 연결이 된다. 그래서 3차원에 위치한 t3 심볼이 임의의 다른 위치 심볼과 스위칭하게 된다. 이때 그룹간 연결이 두 번째이므로 연결횟수가 2가 되며 t3 심볼값인 '3'과 '2' 차이가 나는 위치 심볼값은 t1인 '1'이므로 t3와 t1의 위치를 교환한 노드 (3,2,1,4)로 방송한다. 이러한 tn 위치심볼 교환(switching) 순차연결은 n차원까지 반복해서

적용된다.

4. 결론 논문에서는 상호 연결망으로 널리 알려진 전위(Transposition)그래프가 스타 그래프, 버블-소트 그래프, 메쉬, 하이퍼큐브 연결망 등 모두에 임베딩이 가능하며 최대 고장 허용도와 유용한 확장성을 가지고 있으며, 이분할 그래프이라는 점에서 우수한 성능을 가지고 있음을 알 수 있다. 단점이라면 우수한 성능에 비하여, 그래프의 복잡도가 다른 상호연결망에 비해서 차원이 커짐에 따라 복잡도 또한 커진다는 점이다. 하지만 미래의 시스템 성능들이 향상됨에 따라서 적용성이 뛰어난 상호 연결망이 필요하다는 것은 두말할 필요가 없을 것이다. 그런 점에서 전위(Transposition)그래프는 연구가 더욱 활성화 되어야 할 것이다. 이러한 전위(Transposition)그래프의 복잡도에 비해서 일 대 다 방송 알고리즘을 단순화 할 수 있음을 보여준 점은 전위(Transposition)그래프의 활용도를 높여줄 수 있는 부분이라고 할 수 있을 것이다. 본 논문에서 제시한 일 대 다 방송 알고리즘은 전위(Transposition)그래프의 차수에 따른 그룹화 특성과 노드들의 규칙성을 찾아내고 이를 정리하여 전위(Transposition)그래프에서 K차원의 그룹별 연결횟수는 $\lceil \log_2^n \rceil$ 이며, K차원의 방송횟수는 K차원의 총 연결횟수인 $\sum_{k=1}^{k=n} \lceil \log_2^n \rceil$ 이라는 방송알고리즘을 도출하였으며 이를 증명하였다. 또한 향후 전위(Transposition)그래프의 최적 방송 기법과 다-대-다 방송 기법 등을 분석하는데 유용한 연구 자료가 될 것이다.

참 고 문 헌

- [1] S. B. Akers and B. Krishnamurthy, "On Group Graphs and Their Fault Tolerance," IEEE Trans. Comput., Vol. c-36, No. 7, pp. 885-888, July.1987.
- [2] S. B. Akers, D. Harel, and B. Krishnamurthy, "The Star Graph: An Attractive Alternative to the N-Cube," Proc. of the Int. Conf. Parallel Processing, pp. 393-400, 1987.
- [3] Z-T. Chou, C-C. Hsu, and J-P. Sheu, "Bubblesort Star Graphs: A New Interconnection Network," 9th International Parallel Processing Symposium, pp. 41-48, 1996.
- [4] S. Latifi, M. Moraes de Azevedo, and N. Bagherzadeh, "The Star Connected Cycles: A Fixed-Degree Network for Parallel Processing," Proc. Int. Conf. on Parallel Processing, Vol. 1, pp. 91-95, Aug. 1993.
- [5] S. Ranka, J-C. Wang, and N. Yeh, "Embedding Meshes on the Star Graph," J. Parallel and Distributed Computing, Vol. 19, pp. 131-135, 1993.
- [6] C-H. Yeh and E. Varvarigos, "Macro-Star Networks: Efficient Low-Degree Alternatives to Star Graphs for Large-Scale Parallel Architectures," Frontiers'96, Symp. on the Frontiers of Massively Parallel Computation, Oct. 1996.
- [7] S. Lakshmivarahan, J-S Jwo, and S. K. Dhall, "Symmetry in Interconnection Networks Based on Cayley Graphs of Permutation Groups: A Survey," Parallel Computing, Vol. 19, pp. 361-407, 1993.
- [8] S. Latifi and P.K. Srimani, "Transposition Networks as a Class of Fault-Tolerant Robust Networks," IEEE Trans. Comput., Vol. 45, No. 2, pp. 230-238, Feb. 1996.
- [9] S. Latifi and P. K. Srimani, "Transposition Networks as a Class of Fault-Tolerant Robust Networks," IEEE Trans. Comput., Vol. 45, No. 2, pp. 230-238, Feb. 1996.