

# Newton-Raphson법 기반의 적응 망각율을 갖는 RLS 알고리즘에 의한 원격센서시스템의 시변파라메타 추정

## Time Variant Parameter Estimation using RLS Algorithm with Adaptive Forgetting Factor Based on Newton-Raphson Method

김경엽\* · 이준탁\*\*

Kyung-Yup Kim and Joon-Tark Lee

\* 동아대학교 전기공학과 박사과정

\*\* 동아대학교 전기공학과 교수

### Abstract

This paper deals with RLS algorithm using Newton-Raphson method based adaptive forgetting factor for a passive telemetry RF sensor system in order to estimate the time variant parameter to be included in RF sensor model. For this estimation with RLS algorithm, phasor typed RF sensor system modelled with inductive coupling principle is used. Instead of applying constant forgetting factor to estimate time variant parameter, the adaptive forgetting factor based on Newton-Raphson method is applied to RLS algorithm without constant forgetting factor to be determined intuitively. Finally, we provide numerical examples to evaluate the feasibility and generality of the proposed method in this paper.

**Key Words** : Recursive Least Square(RLS), Adaptive Forgetting Factor, Newton-Raphson method, Passive Telemetry RF Sensor System, Inductive Coupling

### 1. 서 론

최근 RFID 기술의 발전과 더불어 유비쿼터스 서비스의 하드웨어적 기반으로 RFID 기반의 센서(이하 RF센서) 기술이 부각되고 있다. 이는 미국, 일본, 한국에서 RFID 기술과 관련된 특허출원의 약 50% 이상이 센서분야에서 이루어지는 것을 통해 알 수 있다[1]. 기존의 센서와는 달리 RF 센서는 탑재된 칩을 이용하여 수집된 정보를 처리할 수 있으며 이를 구동하기 위한 별도의 구동전력을 센서 내에 구비할 필요가 없는 장점이 있다.

현재 RF 센서는 측정된 데이터를 판독하는 방식을 기준으로 3가지 정도로 분류될 수 있는데, 첫째는 집적회로(IC)를 이용하는 방식이고, 둘째는 공진주파수를 이용하는 방식이며, 셋째는 임피던스 위상을 이용하는 방식이다[2][3]. 먼저, 집적회로를 이용하는 방식은 센서 측에 IC 칩을 내장하여 AD 컨버터를 통해 수집된 데이터를 자체 모뎀을 사용하여 판독기에 전송하는 것으로 다른 두 방식에 비해 복잡한 센서 구조를 가지며, 전력소모도 많으나, 비교적 원거리전송이 가능하며 현재 가장 광범위하게 사용되고 있는 형태이다[4]. 다른 두 방식은 유도결합원리를 이용한 것으로 정해진 입력주파

수 범위에 대해 공진주파수와 임피던스 위상의 변화를 측정함으로써 센서 측의 임피던스 변화를 추정해낸다. 이는  $R, L$ , 그리고  $C$  만의 비교적 간단한 구조를 가지고 근거리 측정에 적합하며 IC 방식에 비해 적은 전력소모를 가진다[5]. 또한, 유도결합원리를 이용한 원격 RF 센서시스템은 수학적 모델로 유도가 용이하므로 센서 측의 임피던스 변화를 측정하기 위해 다양한 기법들이 적용가능하며, 모델기반의 추정기법인 RLS알고리즘을 접목한 연구에도 적용되었다[3].

일반적으로 RLS 알고리즘은 관측 데이터쌍을 이용하여 매시간 추정대상이 되는 회귀계수를 업데이트하는 방식을 사용한다. 추정대상이 되는 회귀계수는 시불변이라고 가정하지만, 시변일 경우 관측된 시간 순서에 따라 가중치를 달리 부여하는 기법을 사용하여 적정한 성능으로 추정되기도 한다. 이때 부여되는 가중치는 가장 최근의 데이터에 가장 높은 가중치를 부여한다는 의미에서 망각율(Forgetting Factor)라고 부른다[6]. 하지만, 망각율은 단지 관측된 시간순서에 대한 가중치일 뿐 모델이 가지고 있는 다른 정보를 사용하지 않는다는 측면에서 설계자의 전문지식 및 시행착오를 요구한다.

이러한 망각율 결정의 수고를 덜기 위해

Gradient 기반의 적응 망각율과 같은 기법들이 제안되었다. 이러한 최적화 기법들은 목적함수의 최적점을 구하기 위해 변수값에 대한 목적함수의 기울기를 이용하여 최적의 Step-Size를 결정하지만, 이를 위해 설계자는 학습율을 결정하도록 요구되므로 이전과 같은 비용을 치르게 된다.

따라서 본 연구에서는 원격 RF 센서시스템의 시변파라메타를 추정하기 위해 사용되는 망각율을 결정하기 위해 설계자의 경험에 의존하는 기존의 방법을 사용하지 않고 미분기반의 최적화 기법인 Newton-Raphson법을 적용한 적응 망각율을 제안하고자 한다. 또한, 이를 위해 필요한 Newton step을 결정하기 위해 역 Hessian을 Secant Method를 이용하여 구한다. 제안된 적응 망각율을 이용한 RLS 알고리즘의 성능을 확인하기 위해 페이지 타입으로 유도된 원격 RF 센서 시스템 모델을 사용하여, Newton-Raphson법 기반의 적응 망각율을 가지는 RLS 알고리즘의 유효성을 입증하고자 한다.

## 2. 원격 RF센서 시스템 모델

본 연구에서는 보다 간단하고 저 전력 소모 특성을 가지는 센서 시스템을 구현하기 위해 그림 1과 같은 유도결합원리를 이용한 모델을 제안하여 시스템을 구성하였다.

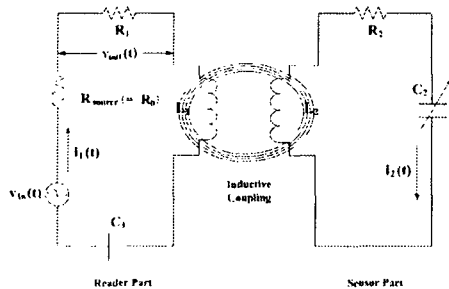


그림 1. 유도결합원리에 따른 원격 RF 센서 시스템

제안된 모델은 크게 데이터를 처리하는 Reader부와 대상체에 이식되어 데이터를 수집하는 Sensor부로 나눌 수 있다. 그림 1에서 제시된 모델에서는 Sensor부의 정전용량 C<sub>2</sub>에 따라 Reader부의 전류 i<sub>1</sub> 및 v<sub>out</sub>이 가변되는 특징이 있는데, 이를 이용한 새로운 추정모델이 제안될 수 있다. 새로운 추정모델은 그림 2와 같이 유도결합회로의 반사임피던스 Z<sub>T</sub>를 이용해서 얻어진 등가회로를 수학적으로 모델링함으로써 식 (1) ~ 식 (4)와 같이 유도될 수 있다.

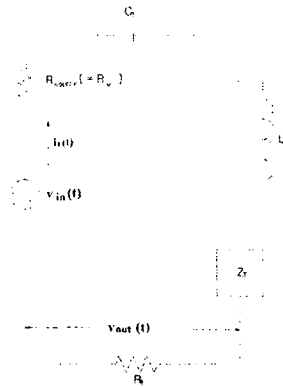


그림 2. 제안된 원격 RF 센서 시스템의 등가회로

입력 전압 v<sub>in</sub>(t)을  $\sqrt{2} V_{rms} \sin(\omega t)$  [V]할 때, Sensor부의 회로를 1차 축으로 등가하면서 얻어진 반사임피던스 Z<sub>T</sub>는 식 (1)와 같다.

$$\dot{Z}_T = \frac{(\omega M)^2}{R_2 + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})} [\Omega] \quad (1)$$

여기서,  $\omega$ 는 입력 주파수 [rad/sec]이고, M은 상호결합계수 [H]이다. 반사 임피던스 Z<sub>T</sub>를 포함한 등가회로 전체의 임피던스는

$$Z_{Total} = R_0 + R_1 + j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}) + \dot{Z}_T \quad (2)$$

이다. 전체 임피던스 Z<sub>Total</sub>와 입력 전압 v<sub>in</sub>(t)을 이용하여 얻을 수 있는 전류 i<sub>1</sub>(t)를 페이지로 표현하기 위해 시간함수인 입력 전압 v<sub>in</sub>(t)를 페이지로 표현하면  $\dot{V}_{in} = V_{rms} \angle 0$  [rad]와 같으므로, 등가회로에 흐르는 전류 i<sub>1</sub>는

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_{in}}{Z_{Total}} = \frac{V_{rms}}{R_0 + R_1 + j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}) + \dot{Z}_T} [A] \quad (3)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 따라서, 그림 2의 등가회로에서 R<sub>1</sub>양단의 전압강하 v<sub>out</sub>(t)을 페이지로 표현한  $\dot{V}_{out}$ 은 식 (4)와 같이 유도될 수 있다.

$$\dot{V}_{out} = \frac{V_{rms} \cdot R_1}{R_0 + R_1 + j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}) + \dot{Z}_T} [V] \quad (4)$$

페이지 형태로 얻어진 R<sub>1</sub>양단의 전압강하  $\dot{V}_{out}$ 은 실수부와 허수부로 나누기 위해 식 (5) ~ 식 (7)로 재배열된다.

$$\frac{1}{\hat{V}_{out}} = \frac{R_0 + R_1 + j(\omega L_1 - 1/\omega C_1) + \frac{(\omega M)^2}{R_2 + j(\omega L_2 - 1/\omega C_2)}}{V_{rms} R_1} \quad (5)$$

$$\frac{V_{rms} R_1}{\hat{V}_{out}} - R_0 - R_1 - j(\omega L_1 - 1/\omega C_1) = \frac{(\omega M)^2}{R_2 + j(\omega L_2 - 1/\omega C_2)} \quad (6)$$

$$\left( \frac{V_{rms} R_1}{\hat{V}_{out}} - R_0 - R_1 - j(\omega L_1 - 1/\omega C_1) \right)^{-1} = \frac{R_2 + j(\omega L_2 - 1/\omega C_2)}{(\omega M)^2} \\ = \frac{R_2}{(\omega M)^2} + j \left( \frac{L_2}{(\omega M)^2} - \frac{1}{\omega^3 C_2 M^2} \right) \quad (7)$$

식 (7)의 좌·우변은 실수부와 허수부로 분리될 수 있으며, 아래와 같은 두 개의 방정식 식 (8)와 식 (9)으로 정리된다.

$$Re \left( \left( \frac{V_{rms} R_1}{\hat{V}_{out}} - R_0 - R_1 - j(\omega L_1 - 1/\omega C_1) \right)^{-1} \right) = \frac{R_2}{(\omega M)^2} \quad (8)$$

$$Im \left( \left( \frac{V_{rms} R_1}{\hat{V}_{out}} - R_0 - R_1 - j(\omega L_1 - 1/\omega C_1) \right)^{-1} \right) = \frac{L_2}{(\omega M)^2} - \frac{1}{\omega^3 C_2 M^2} \quad (9)$$

그림 2로부터 새롭게 얻어낸 추정모델인 식 (8)와 식 (9)는 미지의 두 파라메타  $C_2$ 와  $M$ 을 추정하기 위해 모델기반의 추정알고리즘 RLS 알고리즘을 적용하고자 식 (10)과 같이 설계행렬(Design Matrix)  $A$  및 회귀계수  $X$  그리고 측정된 출력변수  $Z$ 로 재배열될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

혹은,

$$Z = AX$$

이다. 여기서, 모델의 각 파라메타에 대한 정의는 표 1과 같다.

표 1. 설계행렬  $A$ , 회귀계수  $X$  및 출력변수  $Z$

$z_1$	$Re \left( \left( \frac{V_{rms} R_1}{\hat{V}_{out}} - R_0 - R_1 - j(\omega L_1 - 1/\omega C_1) \right)^{-1} \right)$	$x_1$	$1/M^2$	$x_2$	$1/C_2 M^2$
$z_2$	$Im \left( \left( \frac{V_{rms} R_1}{\hat{V}_{out}} - R_0 - R_1 - j(\omega L_1 - 1/\omega C_1) \right)^{-1} \right)$	$a_{11}$	$R_2/\omega^2$	$a_{12}$	0
		$a_{21}$	$L_2/\omega$	$a_{22}$	$-1/\omega^3$

### 3. Newton-Rapson법 기반의 적응 망각율을 이용한 RLS 알고리즘

본 장에서는 2장에서 유도된 원격 RF센서 시스템의 수학적 모델의 미지수  $X$ 를 추정하는 기법에 대해 기술하고자 한다. 본 연구에서 제안된 시스템은 입출력 데이터 쌍을 다량 확보

할 수 있고, 출력데이터를 실시간으로 수집할 수 있을 뿐만 아니라, 미지수  $X$ 가 시변특성을 가지므로 이를 위해선 *Recursive Least Square (RLS)* 알고리즘에 의한 추정방식이 적당할 것이다.

#### 3.1 시변회귀계수 추정을 위한 RLS 알고리즘

그림 2의 등가회로로부터 유도된 식 (10)에서 미지의 파라메타  $C_2$ 와  $M$ 을 포함하고 있는 회귀계수  $X$ 는 추정대상으로, 이를 위해 본 연구에서는 모델기반의 추정기법인 RLS 알고리즘을 도입했다. RLS 알고리즘은 식(10)과 같은 형태의 1차 선형다항식 모델의 오차수렴 특성을 이용한 기법으로[6], 그림 3에서 볼 수 있듯이 측정된  $N$ 개의 입출력 데이터쌍  $\{A(k); Z(k), k=1,2,\dots,N\}$ 을 만족하는 회귀계수  $X$ 를 recursive한 형태로 갱신하여 추정하는 방식이다. 여기서,  $\omega_{span}$ 은 그림 1의 1차측 Reader Part에서 인가하는 주파수의 범위를 나타내며, 이 주파수 값에 의해 설계행렬  $A$ 가 결정된다.

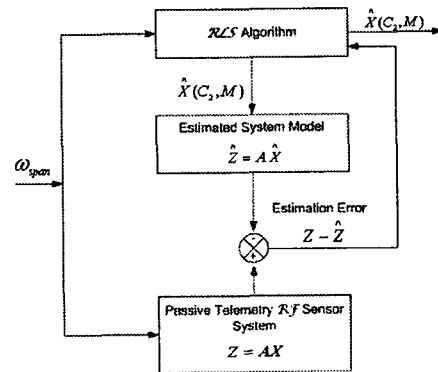


그림 3. RLS알고리즘의 블럭도

이러한 개념과 원격 RF센서 시스템의 모델을 나타내는 식(10)을 이용하여 RLS 알고리즘은 식(11) ~ 식(13)으로 정리될 수 있다[].

$$\xi^T(k) = Z(k) - A(k)\hat{X}(k-1) \quad (11)$$

$$\hat{X}(k) = \hat{X}(k-1) + K(k)\xi^T(k) \quad (12)$$

$$K(k) = P(k)A^T(k) \quad (13)$$

$$P(k) = \lambda^{-1} (P(k-1) - P(k-1)A^T(k)(\lambda I + A(k)P(k-1)A^T(k))^{-1}A(k)P(k)) \quad (14)$$

여기서,  $\xi^T(k)$ 는 그림 5에서와 같이 추정오차를 의미하며,  $\lambda$ 는 망각율을 나타낸다.

3.2 Newton-Rapson법 기반의 적응 망각율 시변 회귀계수  $X$ 를 추정하기 위해 사용된 망각율은 시간의 순서 따라 지수함수적으로 멎어 나가므로 구현이 간단하고 성능이 뛰어나 효

율적이어서 시변파라메타 추정에 보편적으로 사용되는 기법이다[5][6]. 하지만, 망각율을 결정하는 방법의 측면에서 최적의 망각율 값을 선정하는 과정은 많은 시행착오와 전문가의 경험에 의존적이다. 이는 변화하는 환경 및 다양한 실험조건에 따른 망각율의 개선점을 요구하므로 선정과정에서 비용의 증가를 불러일으킨다. 따라서, 본 연구에서는 이러한 망각율 선정 방법에 있어 선형적 방법을 대신하기 위해 목적함수의 최적점을 찾아가는 *Newton-Raphson* 방법을 도입하였다.

### 3.2.1 Newton-Raphson 법

망각율  $\lambda$ 를 적응적으로 조절하기 위한 구조를 가지기 위해 식 (15)과 같은 목적함수  $J(k)$ 를 취해보자.

$$J(k) = \frac{1}{2} [\xi^T(k)\xi(k)] \quad (15)$$

$\lambda$ 의 변화에 따른  $J(k)$ 의 변화율  $\frac{\partial J(k)}{\partial \lambda} \equiv J'(k)$ 와  $\frac{\partial^2 J(k)}{\partial \lambda^2} \equiv J''(k)$ 가 존재한다고 가정하면,  $\lambda$ 의 변화에 대한  $J(k)$ 의 최적점은 그림 4(a)에서 보는 것과 같이 탐색가능하다.

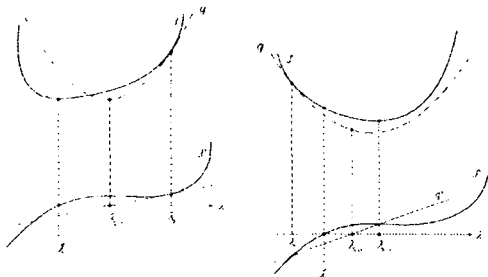


그림 4(a).  
Newton-Raphson  
법에 의한 최적점  
탐색

그림 4(b). Secant  
법에 의한 최적점  
탐색

이를 수식으로 표현하면 식 (16)과 같이 나타나며, 이러한 형태로 목적함수의 최적점을 찾아가는 방법을 *Newton* 혹은 *Newton-Raphson* 법이라고 한다.[6]

$$\lambda(k+1) = \lambda(k) - \frac{J'(k)}{J''(k)} \quad (16)$$

하지만, 식(16)에서 나타난 2계 도함수를 *Hessian* 행렬이라 하며, 이를 구하기가 용이하지 않을 경우 그림 4(b)과 같이 2계도함수를 식 (17)과 같이  $J'(k)$ 항으로만 표현하도록 근사화시킬 수도 있다.

$$\hat{\lambda}(k+1) = \hat{\lambda}(k) + \frac{J'(k)}{\frac{J'(k) - J'(k-1)}{\hat{\lambda}(k) - \hat{\lambda}(k-1)}} \quad (17)$$

식 (17)은 최적의  $\hat{\lambda}$ 를 찾기 위한 업데이트함수로서 매 시점  $k$  마다 목적함수의 변화율  $J'(k)$ 를 요구하게 되며, 이는 식 (18)과 같이 표현하는 것이 가능하다.

$$\frac{\partial J(k)}{\partial \lambda} = J'(k) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \xi^T(k)}{\partial \lambda} \xi(k) + \xi^T(k) \frac{\partial \xi(k)}{\partial \lambda} \right\} \quad (18)$$

식 (11)에서 정의된  $\xi^T(k)$ 을 이용하여 식(18)을 다시 전개하면 식(19)와 같이 정리할 수 있다.

$$J'(k) = \frac{1}{2} [-A^T(k)\psi(k-1)\xi(k) - \psi^T(k-1)A(k)\xi^T(k)] \quad (19)$$

여기서,  $\psi(k-1) \equiv \frac{\partial \hat{\mathbf{X}}(k-1)}{\partial \lambda}$ 이며, 이는 주어진 식(12)를 이용하여 식(20)와 같이 재정리될 수 있다.

$$\begin{aligned} \psi(k) &= \psi(k-1) + \mathcal{S}(k)A^T(k)Z(k) - \mathcal{S}(k)A^T(k)A(k)X(k-1) \\ &\quad - P(k)A^T(k)A(k)\psi(k-1) \\ &= [F - K(k)A(k)]\psi(k-1) + \mathcal{S}(k)A^T(k)\xi^T(k) \end{aligned} \quad (20)$$

여기서,  $\mathcal{S}(k) \equiv \frac{\partial P(k)}{\partial \lambda}$ 이며, 식(14)을 이용하여 정리하면 식 (21)과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \mathcal{S}(k) &= \hat{\lambda}^{-1}(k) [F - K(k)A(k)] \mathcal{S}(k) [F - A(k)K^T(k)] \\ &\quad + \hat{\lambda}^{-1}(k) K(k)K^T(k) - \hat{\lambda}^{-1}(k) P(k) \end{aligned} \quad (21)$$

따라서, 식(19)~식(21)을 이용하면 망각율  $\lambda$ 에 대한 목적함수의 변화율을 구할 수 있으며, 목적함수의 최적값을 만족하는 최적의  $\hat{\lambda}$ 를 얻을 수 있다.

## 4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

본 장에서는 3장에서 제안된 적응 망각율 기법을 이용한 *RLS*알고리즘의 성능을 입증하고자 식 (10)과 표 1과 같은 시스템 모델을 사용하고자 한다. 회귀계수  $\mathbf{X}$ 를 추정하기 위해 사용된 데이터 입력력쌍은  $\{A(k) : Z(k), k=1,2,\dots,N\}$ 이며,  $N$ 은 수렴특성을 비교할 수 있는 적당한 수로 정한다. 본 모의 실험을 위해 사용한 파라메타 값을 표 2에 나타내었다.

표 2. 원격 RF 센서 시스템의 파라메타

Parameter	Value	Parameter	Value
$L_1$	100[mH]	Initial value of $C_2$	200[pF]
$C_1$	1[pF]	Initial value of $M$	3[μH]
$L_2$	555.6[mH]	$R_0$	5[Ω]
$C_2$	180[pF] ~200[pF]	$\omega_{spm}$	150[kHz] ~160[kHz]
$R_1$	10[Ω]	$R_2$	200[Ω]
Number of Data Pairs(N)	100		

입출력 데이터쌍에 사용된 입력  $A(k)$ 는 표 2에서 언급된 입력주파수  $\omega_{spm}$ 에 의해 결정된다. 이러한 조건하에서 추정대상인 회귀계수  $X$ 에 포함된 정전용량값이 100[Hz]의 주파수를 가지는 정현파의 형태로 시변한다고 가정하였을때, 주어진 데이터쌍을 이용하여 추정을 수행하도록 하였다. 먼저,  $0 < \lambda < 1$  범위내 임의의 고정망각율을 사용하여 모의실험한 결과를 그림 5에서 볼 수 있다.

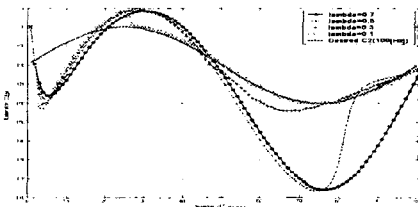


그림 5 고정망각율을 사용한 경우 수렴패턴 및 망각율 변화 추이

이는 총 4개의 망각율  $\lambda = 0.7, 0.5, 0.3, 0.1$ 에 대해 추정성능을 비교한 것으로, 망각율 값이 0.7 과 0.5인 경우엔 목표값에 대해 다소 수렴치 못하는 추정결과를 보였으나, 0.3 과 0.1로 감소함에 따라 수렴되면서 개선된 추정성능을 나타내었다. 하지만, 동일 조건하에서 본 연구에서 제안한 적응 망각율을 적용한 경우, 그림8과 같이 망각율의 초기값을 0.7 부터 0.1 사이에서 임의로 선정하더라도 원하는 목표값에 만족스럽게 수렴되는 성능을 보였다.

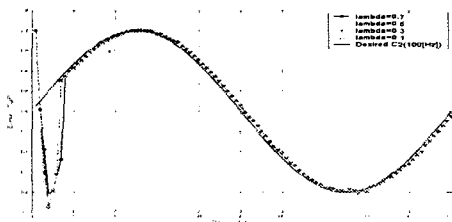


그림 6 적응 망각율을 사용한 경우 수렴패턴 및 망각율 변화 추이

또한 이는 목표값의 주파수를 달리 적용시켜 추정성능을 비교한 그림 7에서도 볼 수 있었

고정망각율을 사용하는 경우에 비해 *Newton-Raphson*법을 적용한 적응 망각율을 사용한 경우가 좀 더 빠른 시간내에 안정적으로 목표값에 수렴하고 있음을 알 수 있다.

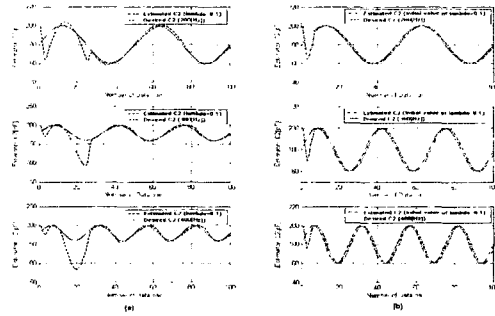


그림 9(a) 고정망각율을 적용한 경우, 주파수(200[Hz],300[Hz],400[Hz])에 따른 추정성능 (b) 적응망각율을 적용한 경우, 주파수(200[Hz],300[Hz],400[Hz])에 따른 추정성능

### 5. 결론

본 연구에서는 시변 회귀계수  $X$ 를 추정하기 위해 보편적으로 사용되는 고정 망각율 대신 *Newton-Raphson*법에 의해 오차변화에 따라 적응적으로 망각율 값을 결정하는 적응 망각율 방식을 제안하였다. 이는 망각율의 초기값을 임의로 선정하더라도 적정한 성능으로 추정을 완료하였으며, 이는 고정망각율을 사용할 경우 최적의 망각율 값을 찾아내기 위해 시행착오 과정의 비용을 줄일 수 있는 잇점이 있었다. 뿐만 아니라, 적응 망각율을 이용한 *RLS* 알고리즘을 원격 RF센서시스템에 적용하여 만족할 만한 결과를 얻음으로써 실제 시스템에 대한 실효성을 입증할 수 있었다.

### 참고 문헌

- [1] 조재신, "RFID 지식재산권 동향과 대응 방안", 특허청, 2005
- [2] O.Akar, T.Akin, K.Najafi, "A Wireless batch sealed absolute Capacitive Pressure Sensor", Sensor and Actuators, A 95 (2001) 29~38
- [3] T.J.Hapster, B.Stark, K.Najafi, "A Passive Wireless Integrated Humidity Sensor", The 14th IEEE International Conference on MEMS, pp.553~557,2001
- [4] T.Varpula, and O.Jaakkola, "Low Cost Wireless RF Sensors", Automation Technology Review, pp.12~17, 2001
- [5] www.microstrain.com
- [6] J.R.Jang, C.Sun, E.Mizvani, Neuro-Fuzzy and Soft Computing, Prentice-Hall International, Inc. pp.95-117, 1997