

# 회전형 역 진자 시스템에 대한 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘을 이용한 최적 2-자유도 제어기 설계

## Design of Optimized Two Degree of Freedom Controller for Rotary Inverted Pendulum System Using Hierarchical Fair Competition-based Genetic Algorithms

정승현, 장한종, 최정내, 오성권

수원대학교 전기공학과  
E-mail: ohsk@suwon.ackr

### 요약

본 논문은 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘(Hierarchical Fair Competition-based Genetic Algorithms : HFCGAs)을 이용한 회전형 역 진자 시스템의 최적 2-자유도 제어기 설계를 제안한다. 비선형이며 불안정한 운동을 하는 회전형 역 진자 시스템은 회전지렛대(rotating arm) 위의 폴(pole)이 적당한 제어력이 없는 상황에서 중력에 의해 어느 한 쪽 방향으로 넘어지려고 할 때, 외부에서 회전지렛대에 힘을 가하여 회전지렛대의 특정위치와 폴의 각도를 유지시키는 시스템으로, 본 논문에서는 두 개의 피드백 제어루프를 갖는 2-자유도 제어기를 구성한다. 각각의 제어기는 PD 제어기로 구성하고, 조기수렴 문제를 내재하고 있는 기존의 유전자 알고리즘의 해결방안 중 하나인 HFCGAs를 이용하여 최적의 제어기 파라미터들을 구한다. 마지막으로 실제 공정에 적용하여 설계된 제어기의 성능을 평가한다.

**Key Words :** Rotary Inverted Pendulum, Two Degree of Freedom Controller, Hierarchical Fair Competition Genetic Algorithms (HFCGAs)

### 1. 서 론

회전형 역 진자 시스템(Rotary Inverted Pendulum)은 로봇이나 2족 보행 로봇의 자세 제어의 기본이 되는 비선형 시스템의 대표적인 예로서, 동역학적인 구조나 장치가 단순하며 수학적인 모델이 잘 알려져 있다.[1]

이러한 회전형 역 진자 시스템에서 제어목적은 Rotating Arm을 원하는 위치에 오게 하고 그 위치에서 진자를 수직 위치의 불안정 평형점에 위치하도록 하는 것이다.

본 논문은 역 진자 시스템에 2-자유도 제어기[2]를 구성하고, 구성된 제어기의 최적화에 중점을 두었으며, 최적화를 위해 계층적 공정 경쟁 기반 병렬유전자 알고리즘(HFCGAs)을 [3-4] 적용하였다. 일반적으로 유전자 알고리즘은 전역 해를 찾을 수 있는 최적화 알고리즘으로 잘 알려져 있으며, 많은 응용에 성공적으로 사용되고 있다. 그렇지만 탐색 공간이 크거나, 파라미터 수가 많은 경우 세대가 증가하여 더 좋은 최적 해를 찾지 못하고 시의해에 빠지

는 조기 수렴 문제를 내재하고 있다. 조기 수렴을 억제하고 전역해를 찾기 위한 해결 방안으로써 병렬 유전자 알고리즘이 개발되었으며, 특히 병렬 유전자 알고리즘의 한 구조인 계층적 공정 경쟁 구조는 큰 탐색 공간을 갖는 문제에 효과적이다.

회전형 역 진자 시스템의 제어를 위해 Rotating Arm의 각도  $\theta$ 와 Pendulum의 각도  $\alpha$ 를 제어하는 2-자유도 제어기를 구성하고, 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘을 이용하여 제어기의 파라미터들을 최적화한다. 그리고 Inverted Pendulum의 최적제어에 자주 응용되는 LQR(Linear Quadratic Lequulator) 제어와 시뮬레이션 및 실제 플랜트에 적용한 결과를 비교한다.

### 2. Rotary Inverted Pendulum 및 제어기 설계

#### 2.1 Rotary Inverted Pendulum

Rotary Inverted Pendulum 은 직립 진자로서 항상 수직을 유지하는 것을 목적으로 한다. Rotating Arm, Pendulum, Potentiometer, SVR 모터로 이루어지고, 진자의 운동은 연직상에서 불안정한 상태가 되므로 제어력이 가해지지 않으면 어느 방향으로든지 넘어지는 불안정한 시스템이다. 회전형 역 진자 시스템의 전체적인 구성과 동작은 그림 1과 같다.

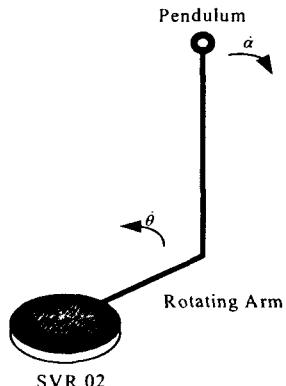


그림 1. 회전형 역 진자 시스템의 구성 및 동작

위의 그림과 같이 모터의 구동이 Rotating Arm의 원운동으로 연결되어 Pendulum을 제어하도록 되어 있다. Rotating Arm의 각도( $\theta$ )는 회전축을 기준으로 왼쪽으로 기울어진 방향을 +방향으로, Pendulum의 각도 ( $\alpha$ )는 수직축으로부터 기울어진 경사각이라 정의하고 오른쪽으로 기울어진 방향을 +방향으로 하였다. 위의 그림을 대상으로 하여 Euler-Lagrange 방정식과 Lagrangian 방정식을 이용하여 모델링을 하고, Pendulum의 각( $\alpha$ )을 아주 작다고 가정하여 선형화하면 최종 식은 다음과 같다.

$$(J_{eq} + mr^2)\dot{\theta} - mLr\dot{\alpha} = T_{output} - B_{eq}\theta \quad (1)$$

$$\frac{4}{3}mL^2\ddot{\alpha} - mLr\dot{\theta} - mgL\alpha = 0 \quad (2)$$

$$T_{output} = \frac{\eta_m \eta_g K_p K_g (V_m - K_g K_m \theta)}{R_m} \quad (3)$$

식 (1)~(3)을 이용하여 상태방정식을 만들면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \dot{\alpha} &= 0 & 0 & 0 & 1 & \theta \\ \ddot{\theta} &= 0 & \frac{bd}{E} & -\frac{cG}{E} & 0 & \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} &= 0 & \frac{ad}{E} & -\frac{bG}{E} & 0 & \dot{\theta} \end{aligned}$$

$$a = J_{eq} + mr^2, \quad b = mLr, \quad c = \frac{4}{3}mL^2,$$

$$d = mgL, \quad E = ac - b^2,$$

$$G = \frac{\eta_m \eta_g K_p K_g K_m^2 + B_{eq} R_m}{R_m}$$

표 1. 변수 정의

$J_{eq}$	: 질량과 동일한 관성	$m$	: Pendulum 질량
$r$	: 회전 팔 길이	$L$	: Pendulum 무게중심 길이
$B_{eq}$	: 질량과 동일한 제동율	$g$	: 중력가속도
$\eta_m$	: 모터 효율	$\eta_g$	: 기어 효율
$T$	: 모터의 토크	$K_t$	: 모터의 토크상수
$K_g$	: 모터의 기어 비율	$K_m$	: 모터의 역 기전력 상수
$R_m$	: 모터 전기자의 저항	$V_m$	: 입력 전압
$\theta$	: Rotating Arm의 각도(rad)	$\alpha$	: Pendulum의 각도(rad)

수식을 대입하여 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= 0 & 0 & 1 & 0 & \theta & 0 \\ \dot{\alpha} &= 0 & 0 & 0 & 1 & \alpha & 0 \\ \ddot{\theta} &= 0 & 33.2953 & -16.7347 & 0 & \dot{\theta} & + 29.4327 \\ \ddot{\alpha} &= 0 & 67.4805 & -11.8392 & 0 & \dot{\alpha} & 20.8226 \end{aligned}$$

## 2.2 제어기 설계

회전형 역 진자 시스템을 상태공간 표현식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

$$A = \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 33.2953 & -16.7347 & 0 & 29.4327 \\ 0 & 67.4805 & -11.8392 & 0 & 20.8226 \end{matrix}, \quad B = \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

$$C = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{matrix}, \quad D = \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}$$

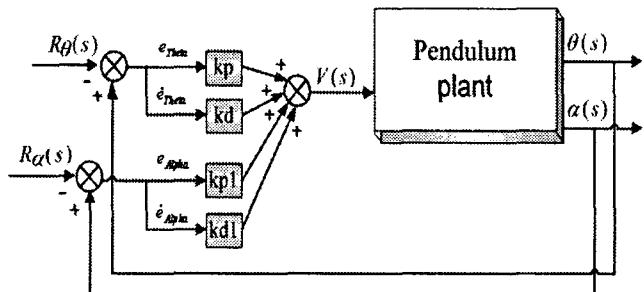


그림 2. 회전형 역 진자 시스템의 2 자유도 제어기 설계

본 논문에서 설계한 제어기의 구조는 그림 2와 같다. Rotating Arm의 각도( $\theta$ )와 Pendulum의 각도 ( $\alpha$ )를 제어하기 위해 2개의 PD제어기를 구성하고, 각각의 제어기 파라미터는 다음 장에서 설명하는 계층적 공정 유전자 알고리즘을 이용하여 최적화한다. 플랜트의 입력  $V$ 는 아래 식과 같다.

$$V = (k_p e_{theta} + k_d \dot{e}_{theta}) + (k_p1 e_{alpha} + k_d1 \dot{e}_{alpha})$$

### 3. 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘을 이용한 제어기의 최적화

#### 3.1 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘

여러 개의 집단을 사용하여 집단 간의 개체가 이주하는 구조를 갖는 병렬 유전자 알고리즘(PGA)[3]이 많이 연구되고 있다. PGA에는 이주 과정에 따라 완전네트구조, 링구조, 이웃 이주구조 그리고 본 연구에서 사용한 계층적 경쟁 방법(Hierarchical Fair Competition : HFC)을 도입한 HFCGA[4]가 있다. 이 방법은 사회적 교육 시스템에서 동등 수준을 가진 그룹으로 나누어 학습에 대한 경쟁을 하며, 우수한 인재는 상위 그룹으로 진급하는 체계를 병렬 유전자 알고리즘에 적용한 것으로써, 유전자 알고리즘의 수행과정에서 각 개체들을 적합도별로 나누어 경쟁을 시킴으로써 공평한 경쟁을 통해 처음 생성된 낮은 수준의 개체가 개선될 기회도 없이 탈락하는 경우를 방지한다. 왜냐하면 돌연변이 연산 등에 의해 처음 임의로 생성된 개체가 상당세대를 통해 진화된 높은 수준의 개체와 유사한 성능을 갖기는 매우 희박하기 때문이다. 낮은 수준의 개체도 다음 세대에서 높은 성능을 갖는 개체로 진화하면, 그 수준에 맞는 집단으로 바로 이동할 수 있다. 이와 같은 원리를 통해서 항상 아래 수준의 집단으로부터 높은 수준의 개체가 올라올 수 있는 통로를 만들어 놓음으로써, 초기 수렴을 최대로 방지할 수 있다.

HFCGA는 여러 개의 집단이 계층적으로 구성되어 있으며, 각 집단은 특정 범위의 적합도를 갖는 개체들로 구성되어 있으며, 하위 수준의 집단으로부터 개체의 진입을 위한 문턱적 합도를 갖고 있다. 그리고 진화과정은 기존의 유전자 알고리즘과 비슷하지만 이주과정이 있다는 것이 다른 점이다. HFCGA에서 이주과정은 정해진 일정한 세대 간격마다 수행하게 된다. 이주과정의 단계는 다음과 같다.

**[Step 1]** 각각의 집단 개체들의 적합도를 정규화한다.

$$nf_{j,i} = f_{j,i}/f_{\max} \quad (4)$$

$f_{j,i}$  는 j집단(demo)의 i번째 개체 적합도,

$f_{\max}$  는 전체 집단의 최대 적합도

**[Step 2]** 정규화된 적합도를 정해진 문턱적 합도들과 비교하여 적합도 수준에 맞는 임시버퍼(Admission buffer)에 개체들을 저장한다.

**[Step 3]** 각각의 임시버퍼에 저장된 개체들과 해당하는 집단의 낮은 수준의 개체들을 바꾸어준다. 그리고 최하위수준의 집단은 모든 개체들을 랜덤하게 다시 생성한다.

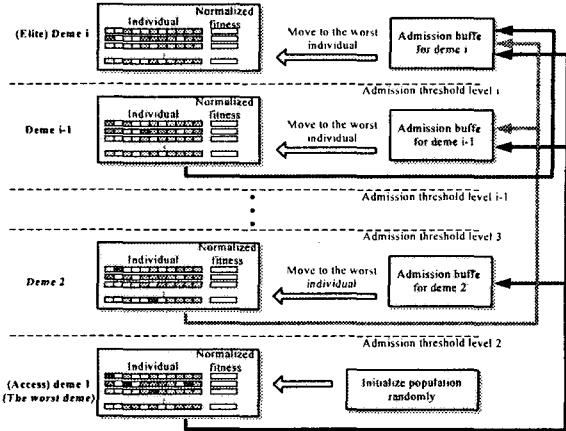


그림 3. HFCGA의 이주 구조

각 집단은 독립적으로 진화하게 되며 진화과정 중 우수한 개체는 자기수준에 맞는 상위 집단으로 이주하게 된다. 그림 3은 HFCGA의 이주구조를 보여주며 화살표는 개체들의 이동 가능한 방향을 의미한다. 본 논문에서 사용된 HFCGA는 실수형 GAs를 기반으로 하였다.

#### 3.2 염색체 및 목적함수

계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘을 사용하여 탐색하고자 하는 값은 2 자유도 제어기에 대한 4개의 파라미터이다. 염색체는 2개의 PD 제어기의 파라미터에 대한 정보를 갖도록 구성되어졌다.

유전자 알고리즘에서 목적함수를 평가하기 위해 각 제어기에 대한 성능지수로써 ITAE를 사용하였으며 식 6와 같이 각 제어기에 대한 ITAE의 합을 목적함수 값( $f$ )으로 사용하였다.

$$ITAE = \int t E(t) dt \quad (5)$$

$$f = ITAE_{Theta} + ITAE_{Alpha} \quad (6)$$

### 4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

본 논문에서는 회전형 역 진자 시스템을 2-자유도 제어기를 구성하여 제어하였으며, Inverted Pendulum의 최적제어에 자주 응용되는 LQR 제어와 비교하여 그 성능을 평가한다.

$$J = \int (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (7)$$

$$u = -Kx$$

비교 대상이 되는 LQR제어기는 식 7과 같은 성능지수  $J$ 를 최소화하는 제어 이득행렬  $K$ 를 구하는 것으로 정의된다. 성능지수의  $Q$ ,  $R$  행렬은 설계자의 경험이나 시행착오에 의해 보통 구해지며 본 논문에서는 QUANSER사에서 제공한 아래와 같은 행렬을 사용하였다.

$$Q = \begin{matrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}, R = [1.5]$$

$$K = [-1.8257, 23.9850, -1.8109, 3.3997]$$

본 논문에서 제어기의 파라미터를 최적화하기 위해 사용한 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘의 파라미터 및 수행 전략은 표 2과 같다.

표 2. 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘의 파라미터

Parameter	세대수					
	100	이주	전체 세대수의 10%마다	집단크기(150=30×5)	30	30
문제적합도	0	0.1	0.3	0.5	0.85	
교배율	0.95	0.75	0.65	0.65	0.65	
돌연변이율	0.2	0.15	0.1	0.1	0.1	
선택 연산자	선행 순위 선택 알고리즘					
교배 연산자	수정된 단순교배 알고리즘					
돌연변이 연산자	균일 돌연변이 알고리즘					
엔리트 전략	사용					

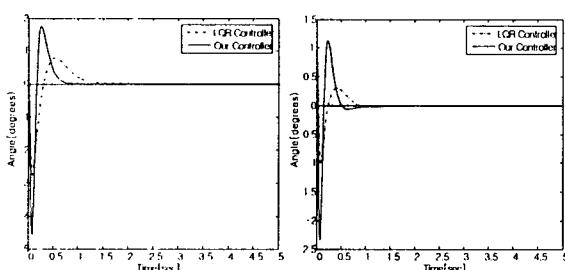


그림 4. 시뮬레이션 결과비교

그림 4의 시뮬레이션 결과를 보면 2 자유도 제어기가 LQR 제어기보다 오버슈트는 크지만 수렴속도가 빠름을 볼 수 있다. 그리고 아래 그림 5의 실제 플랜트에 적용하였을 때는 오버슈트나 정상상태 오차등 LQR 제어기보다 HFCGAs로 최적화된 2 자유도 제어기의 성능이 더 좋음을 알 수 있다. 참고로 실제 플랜트 기관에서 초기부분의 큰 진동들은 Pendulum을 위로 세우기 위한 Swing 동작이다.

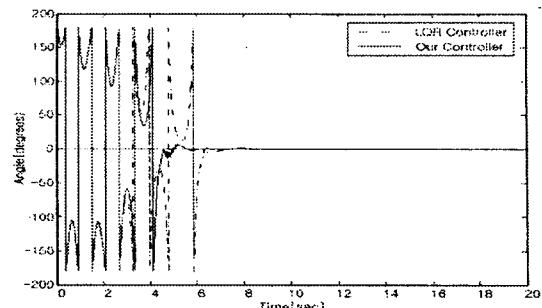
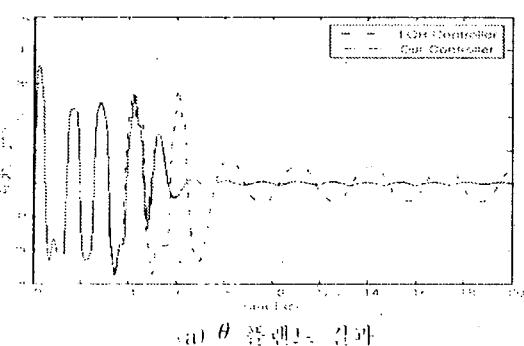


그림 5. 실제 플랜트 결과비교

## 5. 결 론

본 논문에서는 비선형이며 불안정한 시스템인 회전형 역 진자 시스템의 제어를 위해 2 자유도 제어기를 구성하고 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘을 이용하여 제어기의 최적화를 수행하였다. 시뮬레이션 및 실제 플랜트에 적용한 결과를 보면 알 수 있듯이 제어기에서 중요한 비중을 차지하는 파라미터를 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘을 이용하여 최적화 하였고, 원하는 성능을 얻었음을 확인하였다.

본 논문에서 사용한 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘은 더욱 복잡한 최적 해 탐색문제에 대해 우수한 성능을 얻을 수 있을 것이다.

### 감사의 글

이 논문은 2006년도 교육인적자원부의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2006-311-D00194)

### 참 고 문 헌

- [1] R. Ortega, M. W. Spong, F. Gomez-Estern, and G. Blankenstein, "Stabilization of a class of underactuated mechanical systems via interconnection and damping assignment," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 47, no. 8, pp. 1218-1233, Aug 2002.
- [2] S.-K. Oh, "Fuzzy Model & Control System by C-Programming", Naeha Publishing Co., 2002.
- [3] K.-K. Jin, "Genetic Algorithms and Their Applications", KyoWoo Press, 2002
- [4] 최정내, 오성권 "적응형 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘을 이용한 정보입자 기반 퍼지 집합 퍼지모델의 최적화", Proceedings of KFIS Autumn Conference 2006. 16, No. 2, 2006.