영구자석을 이용한 수동형 자기베어링의 최적 설계

Optimal Design of Passive Magnetic Bearings using Permanent Magnets

이지은 [1], 유승열 [1], *#노명규 [2]

J. E. Yi(windzn@cnu.ac.kr)[1], S.Y. Yoo(usyeol@hotmail.com) [1], *#M. G. Noh(mnoh@cnu.ac.kr)[2]

[1] 충남대학교 BK21 메카트로닉스 사업단, [2] 충남대학교 메카트로닉스공학 전공

Key words : Passive magnetic bearings, Permanent magnets

1. 서론

수동형 자기베어링(Passive Magnetic Bearing, PMB)은 영구자석 간의 반발력을 이용한 베어링으로서 기계적 마찰이 없어 고속회전이 가능하도록 해준다. 수동형 자기베어링이란 위 쪽이나 아래 쪽으로 자화 되어 회전자 역할을 하는 환형의 영구자석이 있고, 그 주위를 감싸는 같은 방향으로 자화 된 또 다른 환형의 영구자석이 고정자 역할을 하는 베어링이다.

이러한 수동형 자기베어링을 설계할 때, 우리가 원하는 정도의 강성을 내기 위해서는 영구자석의 크기, 형상, 세기 등을 고려 하여야 한다. 보통 베어링의 강성을 계산하기 위해서 유한요소해석(Finite Element Method, FEM)을 사용하거나[1]. Maxwell 방정식에 기초한 해석적 방법[2] 등이 사용되었다. 유한요소해석 방법은 정확도가 높지만 계산 시간이 오래 걸려 설계변수에 따른 최적 설계에 어려움이 있다. 또한 해석적인 방법은 유도 과정에서 사용한 여러 가정들로 인해 정확도가 떨어지고 따라서 설계의 신뢰도를 확보하기 어렵다.

이러한 문제들을 해결할 수 있는 방법 중 하나가 영구자석을 등가 전류판(current sheet)을 이용하여 해석하는 방법이다[3]. 이 방법은 계산 시간이 빠른데다 정확도도 비교적 높아 수동형 자기베어링의 최적 설계에 적합하다.

본 논문에서는 등가 전류판에 의한 강성 계산 결과를 유한요소해석 결과와 비교하여 등가 전류판 방법의 신뢰도를 검증하고, 수동형 자기베어링의 최적 설계에 적용하고자 한다.

2. 수동형 자기베어링 강성의 계산

2.1 등가 전류판을 이용한 수학적 계산

수동형 자기 베어링의 단면을 보면 환형의 자석은 어느 한 방향으로 자화가 되어있다. 이러한 수동형 자기베어링은 단층으로 구성될 수도 있지만, 자화 방향을 아래, 위로 반복하며 여러 층으로 구성될 수도 있다. 자석을 여러 층으로 쌓을 경우, 단층에 비해 높은 강성을 낼 수 있다.

자석의 재료가 균일하다고 가정을 하면 여기에서의 모델은 선형성을 띄게 되며, 따라서 회전자와 고정자 사이의 힘은 각각의 자석 사이의 힘을 더함으로써 구할 수 있게 된다. 두 자석 간의 강성은 등가 전류판을 이용하여 좀 더 간편한 수학식을 사용할 수 있고, 방법은 회전자의 등가 전류판과 고정자의 등가 전류판 사이의 강성을 계산하여

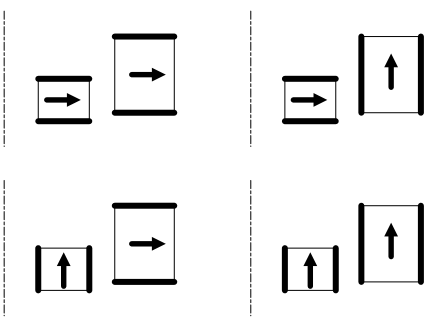

Fig.1 Four types of the sections of magnet rings.

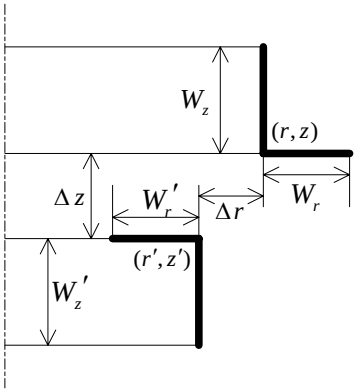

Fig.2 Simplification of current sheets.

그 값 들을 더하는 것이다. Fig1 은 하나의 자석에 한 쌍의 등가 전류판이 있음을 보여주는 그림이다.

Fig.1 의 등가 전류판을 수치적으로 표현하기 위해 좀 더 단순화 시킨 것이 Fig.2 이다. 원래의 시스템은 r-z 좌표계를 써야 하지만 여기에서는 2-D 로 해석하기 위해 x-y 좌표계를 썼고, 환형의 영구자석의 등가 전류판을 z 축 방향으로 길게 폈다고 가정하였다. 이러한 등가 전류판의 평균적인 길이를 구하는 식은 아래와 같다.

$$R_{aver} = \frac{1}{2}(r + r') + \frac{1}{4}(W_r - W_r') \tag{1}$$

이를 이용하여 축 방향 강성을 구할 수 있는데 그 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_z = \mu_0 H_C^2 R_{aver} \{ & S_1(W_z', W_z, \Delta r, \Delta z) \\ & - S_1(W_r', W_r, \Delta z, \Delta r) - S_2(W_r, W_z', \Delta z, \Delta r) \\ & - S_2(W_r', W_z, \Delta z, \Delta r) \end{aligned} \tag{2}$$

그리고 위 (2) 식에서의 S_1 과 S_2 는 아래와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} S_1(w_1, w_2, \Delta_1, \Delta_2) = & \frac{1}{2}\ln\{(\Delta_1^2 + \Delta_2^2)[\Delta_1^2 + (w_1 + w_2 + \Delta_2)^2]\} \\ & - \frac{1}{2}\ln\{[\Delta_1^2 + (w_2 + \Delta_2)^2][\Delta_1^2 + (w_1 + \Delta_2)^2]\} \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} S_2(w_1, w_2, \Delta_1, \Delta_2) = & \tan^{-1}\frac{\Delta_2}{w_2 + \Delta_1} + \tan^{-1}\frac{w_1 + \Delta_2}{\Delta_1} \\ & - \tan^{-1}\frac{w_1 + \Delta_2}{w_2 + \Delta_1} - \tan^{-1}\frac{\Delta_2}{\Delta_1} \end{aligned} \tag{4}$$

반경 방향의 강성은 Earnshaw 정리를 이용하여 축 방향의 강성으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K_r = -\frac{K_z}{2} \tag{5}$$

다층 구조로 되어 있는 수동형 자기베어링의 경우, 회전자 자석 각각의 등가 전류판이 고정자 자석 각각의 등가 전류판과의 강성을 구하고 이의 총합을 통해 강성을 구할 수 있다.

2.2 등가 전류판을 이용한 수학적인 계산과 유한요소 해석 결과에 대한 비교

수동형 자기베어링에 쓰일 영구자석은 희토류계 자석인 NdFeB 이다. 모양은 환형이며, 축 방향 높이는 4mm, 고정자의 외경과 회전자의 내경은 각각 35mm, 16mm 이고, 그 둘 사이 간격인 공극은 0.2mm 이다. 여기서 정해져야 하는 치수는 고정자의 내경과 회전자의 외경이다. 주어진 조건 내에서 최대의 강성을 내야 하는 치수를 찾는 것이 목적이다.

Fig.3 은 회전자의 외경에 따른 반경 방향 강성을 그린 그래프이다. 실선의 그래프가 등가 전류판을 이용한 방법으로 구한 강성이고, 점선의 그래프가 유한요소해석으로 구한 강성이다. 그래프를 보면 두 방법에 대한 결과 모두 회전자의 외경이 증가할수록 강성도 함께 증가하다가 외경이 29mm 일 때를 정점으로 강성이 감소하기 시작한다. 이것을 통하여 회전자의 외경이 29mm 이고 고정자의 내경이 29.2mm 일 때, 강성은 등가 전류판을 이용했을 때 2.8924×10^5N/m, 유한요소 해석을 이용했을 때 2.8178×10^5N/m 로 가장 높게 나타나는 것을 알 수 있다. 이 두 방법 사이의 평균적인 오차율은 6.07%정도로 등가 전류판을 이용한 방법의 신뢰도가 높은 것을 검증하였다. 또한 이 방법은 유한요소 해석에 비해 여러 변수에 대한 계산을 빠르게 이루어질 수 있도록 한다.

회전체에 장착될 수동형 자기베어링의 치수는 강성에 의해서만 결정되는 것이 아니라 회전체 전체의 질량이나 그 형상 또한 영향을 줄 수 있기 때문에 다음에서 언급 될 동역학 모델링의 수식을 사용하여 더 정확한 치수를 구할 수 있다.

3. 동역학 모델링

진동하는 물체는 고유진동수를 가지며 진동하는 주파수가 이러한 고유진동수와 일치될 때 공진 현상이 나타난다. 공진 현상이 일어나게 되면 시스템이 불안정해지게 되는데, 회전하는 물체도 진동의 범주에 속하므로 공진현상이 일어나는 주파수에 상응하는 회전수를 찾아 그 범위 내에서 회

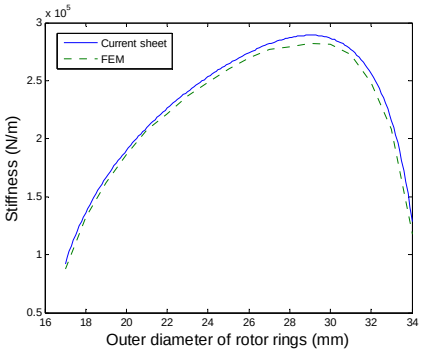

Fig.3 Radial stiffness of permanent magnet bearing.

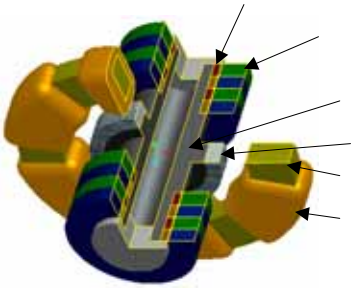

Fig.4 The example of flywheel energy storage system.

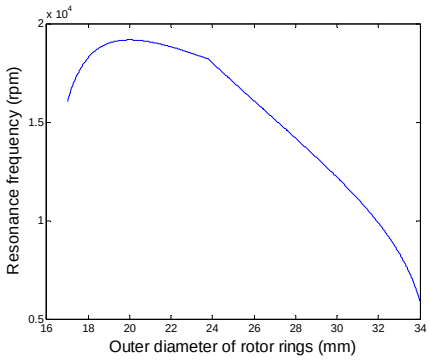

Fig.5 The example of flywheel energy storage system.

전 시키도록 해야 한다. 이러한 고유진동수는 동역학 모델링을 통하여 구할 수 있다.

모델링을 위해 움직임이 없고 감쇠는 무시한다고 가정하면 회전 동역학 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$m\ddot{x} = F_x - x\sum_{i=1}^{N_s} K_r - \delta_{y_0}\sum_{i=1}^{N_s} K_r z_i \tag{6}$$

$$m\ddot{y} = F_y - y\sum_{i=1}^{N_s} K_r + \delta_{yx}\sum_{i=1}^{N_s} K_r z_i \tag{7}$$

$$I_r\ddot{\delta}_x + I_p\Omega\dot{\delta}_y = T_x - \delta_x\sum_{i}^{N_s}\left(K_\varphi + K_r z_i^2\right) + y\sum_{i}^{N_s} K_r z_i \tag{8}$$

$$I_r\ddot{\delta}_y - I_p\Omega\dot{\delta}_x = T_y - \delta_y\sum_{i}^{N_s}\left(K_\varphi + K_r z_i^2\right) - x\sum_{i}^{N_s} K_r z_i \tag{9}$$

이를 이용하여 회전체의 고유진동수를 구할 수 있고, 이로써 설계된 시스템의 최대 회전 속도를 알 수 있다.

예를 들어 Fig.4 처럼 구성된 초소형 플라이휠 에너지 저장장치가 최고 속도로 돌 수 있도록 하는 회전자 외경의 치수를 계산하면 Fig.5 와 같은 그래프가 나온다. Fig.5 는 회전자 외경에 따른 최대 회전수를 구한 그래프이다. 여기서 회전자의 외경이 20mm 일 때 최대 회전속도는 19170rmp 이며 이것이 주어진 조건 내에서 최대로 낼 수 있는 속도를 가지는 치수이다.

4. 결론

수동형 자기베어링은 회전체의 비접촉 운전을 가능하게 하며 능동형 자기베어링과 달리 제어기를 필요로 하지 않는다. 따라서 소형 펌프나 소형 플라이휠 에너지 저장장치 등에 이상적으로 적용할 수 있다. 본 논문에서 사용한 등가 전류판 방법은 비교적 적은 계산량으로 강성을 정확하게 계산할 수 있다. 이를 이용한 동역학 계산은 자기베어링의 최적 설계에 매우 유용하게 사용된다.

참고문헌

1. Roland Moser, Jan Sandtner, and Hannes Beleuler, “Optimization of repulsive passive magnetic bearigns,” IEEE Transactions on Magnetics, **42**, 2038~2042, 2006.
2. Brad Paden, Nelson Groom, James F. Antaki, “Design formulas for permanent-magnet bearings,” Transactions of the ASME, **125**, 734~738, 2003.
3. Chen Chen, Brad Paden, James Antaki, Jed Ludlow, Dave Paden, Randolph Crowson, and Gill Bearnson, “ A magnetic suspension theory and its application to the HeartQuest ventricular assist device,”Artif Organs, **26**, 947~951, 2002.