

측정 FRF 와 최적화 기법을 이용한 점탄성감쇠재료의 분수차 미분모델 물성계수 추정

Identification of Fractional-Derivative-Model Parameters of Viscoelastic Damping Materials Using Measured FRFs and Optimization Technique

김선용¹, *#이두호²

S. Y. Kim¹, *#D. H. Lee(dooho@deu.ac.kr)²

¹ 동의대학교 기계공학과 대학원, ² 동의대학교 기계공학과

Key words : Viscoelastic Damping Material, Fractional Derivative Model, Material Property, Optimization Technique

1. 서론

저자들은 점탄성물질의 분수차 미분모델 4 개의 인자와 온도의 영향을 나타내는 이동계수(shift factor)를 추정하는데 있어서 주파수응답함수 데이터와 최적화 기법을 이용하여 각 물성값을 추정하는 새로운 방법을 제안하고 수치적인 실험을 통해서 이의 유용성을 보였다[5]. 본 연구에서는 저자들의 이전 연구를 확장하여 제안된 추정법을 실제의 점탄성 물질에 적용하여 분수차 미분모델 물성값을 추정하고 이의 유용성을 논한다.

2. 물성계수의 추정법

2.1. 감쇠물질 복소계수의 추정

복소계수 개념을 이용한 점탄성물질의 응력-변형을 관측하는 주파수 영역에서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma = E^* \varepsilon = E(1 + i\eta)\varepsilon \quad (1)$$

여기서 $i = \sqrt{-1}$, σ 와 ε 는 응력과 변형율의 푸리에 변환(Fourier transformation)이다. E , η 는 각각 저장계수(storage modulus)와 손실계수(loss factor)이고 상첨자 * 는 복소수를 의미한다. 온도의 변화에 따른 점탄성물질의 복소계수 변화는 온도-주파수 중첩원리를 이용하면 온도의 영향을 주파수의 이동으로 환산할 수 있다. 환산량은 온도만의 함수인 이동계수 $\alpha(T)$ 로 표현된다. 대부분의 점탄성물질에서 $\log(\alpha(T))$ 와 $1/T$ 은 선형비례관계를 보이는 것으로 알려져 있고, 다음과 같이 Arrhenius 비례관계로 표현할 수 있다[3].

$$\log(\alpha(T)) = d_1 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (2)$$

위 식에서 d_1 은 비례상수, T_0 는 임의의 기준온도(reference temperature)이며 절대온도로 표현된다. 이동계수와 온도와 관계가 비례관계를 벗어나는 경우 다음과 같은 William-Landel-Ferry (WLF) 관계식을 이용하여 비선형 특징을 기술할 수 있다.

$$\log(\alpha(T)) = -d_1 \frac{(T - T_0)}{(b_1 + T - T_0)} \quad (3)$$

위 식에서 b_1 은 비례상수이다.

환산 주파수 $f\alpha(T)$ 의 변화에 따른 점탄성물질의 복소계수는 4 인수 분수차 미분모델을 이용하면 주파수 영역에서 다음과 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$E^* = E(1 + i\eta) = \frac{a_0 + a_1 (if\alpha(T))^\beta}{1 + c_1 (if\alpha(T))^\beta} \quad (4)$$

위 식에서 a_0, a_1, c_1, β 는 점탄성물질의 특성에 따른 상수이다.

2.2. 최적화 기법을 이용한 물성값 추정

주파수 응답함수를 이용한 점탄성물질의 물성값 추정의

출발점은 측정된 주파수 응답함수와 계산된 주파수 응답함수가 같다면 계산에 사용된 물성 값이 실제 점탄성물질의 물성값이라 가정하는 것이다. 따라서 점탄성물질의 물성값 추정은 목적함수를 최소화하는 비제약 최적설계 문제로 정식화할 수 있다. 물성값 추정시 참값으로 수렴하는 영역을 최대한 넓히고 추정의 계산효율을 높이기 위해서 물성값 추정 과정을 두 단계로 나누어 실시한다. 첫 번째 단계는 응답의 피크점을 일치시키는 과정이고, 두 번째 단계는 주파수에서 응답의 크기를 일치시키는 과정이다. 각 단계에서 목적함수는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\text{Step 1 : } g_1(b) = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M (\lambda_{k,m}^i - \lambda_{k,s}^i)^2 \quad (5)$$

$$\text{Step 2 : } g_2(b) = \sum_{i=1}^N \int (x_m^i - x_s^i)^2 df \quad (6)$$

위 식에서 x_s, x_m 는 각각 임의의 분수차 미분모델 값을 사용하여 계산한 주파수 응답함수, 측정을 통해 얻어진 주파수 응답함수이고, N 은 기준응답의 개수다. 또한 M 은 관심주파수 영역에서 공진점의 수이고, λ 는 공진주파수이다.

추정인자는 분수차 미분모델의 계수인 a_0, a_1, c_1, β 와 이동계수의 비례상수인 d_1 또는 d_1 과 b_1 , 기준온도 T_0 이다.

2.3. 제진층을 갖는 보의 고유모드 해석

본 연구에서 제시한 방법으로 물성계수를 추정하기 위해서는 외팔보 표준감쇠 실험에 대한 해석모델이 필요하다. 본 연구에서는 Ross, Kerwin, Ungar(RKU)에 의해 제안된 등가 강성법을 이용하여 보를 유한요소로 모델링한 후 모드중첩(modal superposition)법을 이용하여 외팔보의 응답을 구하였다[5]. 특정 고유모드에 대한 손실계수는 모드변형 에너지법(modal strain energy method)을 사용하여 구하였다.

등가 강성을 갖는 보의 진동응답을 계산하기 위하여 Hermite 3차 보간함수를 갖는 이차원 유한요소 프로그램을 개발하고 보를 20 개의 보 요소로 모델링하여 고유값 문제를 풀고, 임의의 점에서의 리셉턴스(receptance) 응답을 계산한다. 분수차 미분모델로 표현된 점탄성물질의 물성값에 대한 민감도 식은 응답표현식으로부터 구한 해석적인 식을 이용하였으며 자세한 민감도 해석과정은 참고문헌[5]에 기술되어 있다.

3. 감쇠물질계수의 실험적 추정

제안된 점탄성물질의 물성계수의 추정방법을 확인하기 위하여 실제 점탄성 물질에 제안된 방법을 적용하여 분수차 미분모델의 계수를 추정하였다. 우선 측정된 기준응답을 얻기 위하여 항온실과 충격해머실험을 이용하여 여러 온도에서의 기준 주파수전달함수를 측정하였다. Fig. 1 은 실험장치의 셋업을 보여준다. 해석적인 방법으로 기준응답을 계산하기 위하여 유한요소법을 이용한 외팔보 모델을 만들

있고 실험값과의 비교를 통하여 검증하였다.

점탄성 제진물질의 하나인 3M-467 접착제를 물성계수를 추정하는 예제물질로 선정하고 알루미늄 보의 표면에 1.2 mm의 두께로 접착시켰다. 측정 기준응답은 25, 35, 40, 55 °C의 온도에서 측정한 후, 분수차 미분모델의 물성계수를 제안된 방법에 따라서 추정하였다. 관심 주파수대역의 하한값과 상한값은 각각 30과 3000Hz였다. 최소화 문제를 풀기 위해서 범용 최적화 소프트웨어인 DOT Ver. 5.4 [6]를 이용하였다.

분수차 미분모델의 물성계수를 추정할 때 온도와 이동계수와의 관계식을 선택해야 하는데 선형관계식인 Arrhenius 관계식이나 비선형관계식인 WLF 관계식을 점탄성 물질의 특성에 따라 선택할 수 있다. 본 연구에서는 우선 선형관계식인 Arrhenius 관계식을 사용하여 분수차 미분모델 물성계수를 추정하였다. 그러나, Arrhenius 관계식으로 추정된 물성계수를 사용하여 기준 FRF를 계산한 결과 25, 35, 40 °C의 주파수 응답함수는 두 결과가 잘 일치하였으나 55 °C에서의 주파수 응답함수의 결과는 4 번째 피크의 위치가 약간 이동하는 결과를 보였다. 이와 같은 결과는 온도와 이동계수의 관계가 높은 온도에서 선형관계식을 벗어나는 것을 의미하므로 WLF 관계식을 이용하여 물성계수를 다시 추정하였다. 실제로 각 온도에서의 이동계수와 선형의 Arrhenius 관계식과 비선형의 WLF 관계식을 비교해보면 Fig. 2에 보인 바와 같이 WLF 관계식이 실제의 이동계수를 잘 나타내고 있음을 알 수 있다. Fig. 3에는 추정된 분수차 미분모델의 물성계수의 정확성을 검토하기 위하여 참고문헌[3]의 결과와 본 연구에서의 결과를 비교하여 그렸다. 참고문헌 [3]의 결과는 전단계수를 추정한 결과여서 두 결과의 비교를 위해서는 포아송비가 0.47로 일정하다는 가정을 하고 본 연구의 결과를 환산하여 그림에 표시하였다. 두 결과는 저주파 영역에서 약간의 차이를 보이지만 대부분의 주파수 영역에서 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 점탄성 물질의 분수차 미분모델 물성계수를 추정하기 위하여 서로 다른 온도에서 측정된 주파수 응답함수와 해석모델의 주파수 응답함수의 차이를 최소화 하는 방법을 제안하고 실제 점탄성 물질에 적용하여 점탄성물질의 물성계수를 추정할 수 있음을 보였다. 제안된 방법은 측정된 FRF의 전주파수 영역의 응답을 기준함수로 하고 있기 때문에 적은 수의 측정 데이터만으로 물성값을 추정할 수 있으며, 곡선접합과정에서 해석적인 민감도를 이용하여 효율적으로 물성계수를 추정할 수 있다. 제안된 방법으로 실제의 점탄성 물질에 대한 분수차 미분모델의 물성계수를 추정한 결과를 보면 서로 다른 몇몇 온도에서의 주파수 응답함수만을 이용하여도 비선형적으로 변하는 온도의 효과를 포함하여 분수차 미분모델의 물성계수를 정확히 추정할 수 있음을 알 수 있었다.

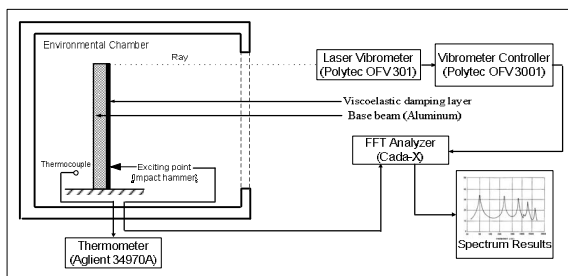


Fig. 1 Experimental set-up

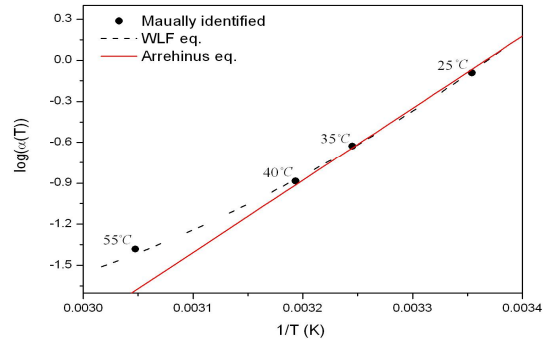


Fig. 2 Shift factors compared with the linear and nonlinear relationships.

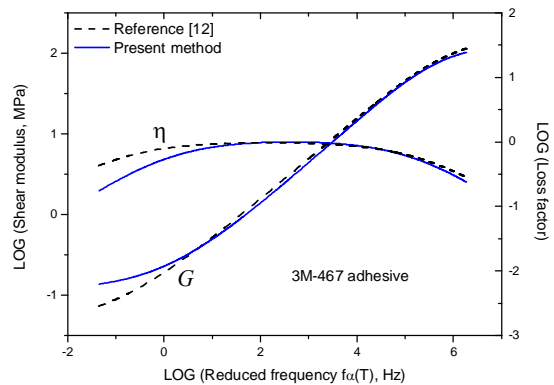


Fig. 3 Identified material properties of 3M-467 adhesive compared with the reference [4]

후기

이 논문은 2007년도 정부(과학기술부)의 재원으로 한국 과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. R01-2007-000-10986-0)

참고문헌

1. Lee, D. H. and Hwang, W. S., 2004, δLayout Optimization of an Unconstrained Viscoelastic Layer on Beams Using Fractional Derivative Model.δ AIAA journal, Vol. 42, No.10, pp.2167~2170.
2. Tritz, T., 1996, δAnalysis of Four-Parameter Fractional Derivative Model of Real Solid Materials.δ Journal of Sound and Vibration. 1996, Vol. 195, No.3, pp.103~115.
3. Jones. D. I. G, 2001, Handbook of Viscoelastic Vibration Damping, John Wiley & Sons Ltd, New York.
4. A.D. Nashif, D.I.G Jones, J.P. Henderson, 1985, Vibration Damping, Willey, New York.
5. 김선용, 이두호, 2006, 최적화 기법을 이용한 점탄성물질의 분수차 미분모델 물성계수 추정, 한국소음진동공학회 논문집, 제 16 권, 제 12 호, pp.1192-1200, 2006
6. Vanderplaats R&D, 2001, DOT user's manual Version 5.4.