등가정하중을 이용한 선형 동적 응답 구조최적설계의 사례연구
ase tudies of inear D namic Response tructural Optimization Using quivalent tatic oads

*김용일 [1], #박경진 [2]
*Y. I. Kim[1], #G. J. Park (gjpark@hanyang.ac.kr)[2]
[1] 한양대학교 대학원 기계공학과, [2] 한양대학교 기계정보경영공학부

Key words : Linear Dynamic Response, Structural Optimization, Equivalent Static Loads

1. 서론

대부분의 공학문제는 동적 시스템 하에서 작동된다. 따라서 설계 시에는 구조물의 동적 효과를 정확히 고려해야 할 필요성이 있다. 하지만 동적 특성을 고려한 구조최적설계는 여러 어려움을 갖고 있다. 기존의 최적화 방법을 사용하려면 시간 종속적 제한조건의 처리를 위한 추가적인 과정이 필요하다. 이를 위해서 등가범함수를 사용하여 제한조건을 단순화 시키거나 위험 시간대를 검사하여 국부 최대점 혹은 그 근처의 응답만을 고려하여 최적설계에 적용하기도 한다. 가장 일반적이고 쉬운 적용 방법이 동적 해석의 결과로부터 최악조건을 확인하고, 동적 계수를 적용하여 정적 응답 최적화 방법을 사용하는 것이다. 그러나 이러한 방법들은 설계 변화에 따른 위험시간의 변화에 적절히 대처하기 어렵고 양진 운동을 하는 구조물의 동적 효과를 정확히 고려하기 힘들다. 뿐만 아니라 정확한 동적 계수의 산출은 아직까지도 명확한 기준이 나와있지 않다. [1)]

등가정하중법은 2000 년 최우석과 박경진 등에 의해 처음 제안된 방법으로서, 동적 시스템의 시간종속 제한조건을 완전하게 처리할 수 있을 뿐만 아니라 선형 최적화 이론을 그대로 이용하기 때문에 매우 효과적이다. 등가정하중은 선형 동적 응답과 동일한 응답을 유발하는 선형 정적 하중들로 정의할 수 있다. 등가정하중은 유한요소이론을 이용하여 비교적 간단하게 구할 수 있으며 모든 시간의 변위 및 응력 응답을 정적 하중을 이용한 정적 해석으로 구현할 수가 있다. 최적화 단계에서는 계산된 등가정하중들이 다중하중조건으로 처리되게 된다. [2, 3)]

2. 등가정하중의 산출과 적용

등가정하중(Equivalent Static Loads, ESLs)은 선형 정적 응답과 동일한 응답을 유발하는 선형 정적 하중으로 정의할 수 있다. 동적 응답 해석을 하면 n 개의 시절점 수만큼 응답이 발생하게 된다. 등가정하중은 각각의 시절점에 대한 응답을 선형 정적 해석에서 일치시키도록 하는 하중이므로 n 개의 하중들이 계산된다. 이렇게 계산된 n 개의 하중들은 선형 최적화 단계의 다중하중조건으로 입력되며, 최적해는 모든 시간 단계에서의 응답들을 동시에 만족하게 된다.

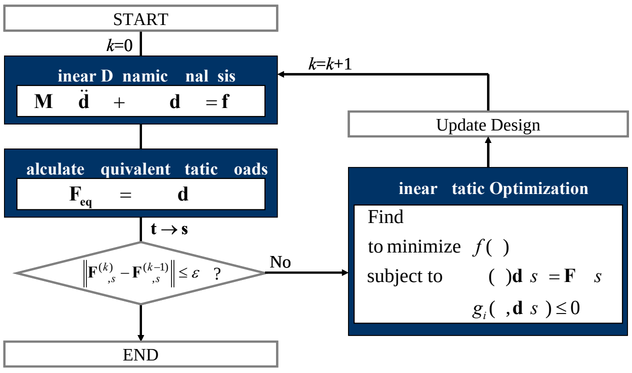

Fig. 1 Calculation of equivalent static loads and process of structural optimization.

그림 1 은 등가정하중을 계산하는 방법과 이를 이용한 구조최적설계 방법을 보여준다. 첫번째 단계에서는 선형 동적 해석이 수행된다. 그로부터 동적 변위응답벡터 $\mathbf{d}(\ )$ 가 얻어진다. 여기서 는 시간을 의미한다. 두번째 단계에서 선형 강성행렬 ( ) 와 변위벡터 $\mathbf{d}(\ )$ 의 곱으로 등가정하중 $\mathbf{F}$ ( ) 를 구할 수 있다. 여기서 시간을 의미하는 대신에 각각에 대응하는 정적 상태를 의미하는 s 로 표현을 바꾼다. 세번째 단계에 가기 앞서, 과정의 반복을 중단시키기 위한 수렴 판정을 하게 된다. 수렴조건은 이전 과정의 등가정하중과 현재 과정의 등가정하중이 매우 작은 수 ε 보다 작은 경우 만족하게 된다. 즉, 등가정하중의 차이가 거의 없다면 과정을 종료하고 현재의 설계값이 최적해가 되지만, 그렇지 않다면 세번째 단계로 넘어가서 앞에서 구한 등가정하중들을 외력으로 하는 선형 정적 응답 구조최적설계가 수행된다. $(\ )\mathbf{d}(s) = \mathbf{F}\ (s)$ 는 선형 정적 유한요소해석을 위한 상태 방정식으로서 일반적으로 등제한조건으로 생각할 수 있다. 이 방정식을 풀면 첫번째 단계의 동적 변위응답벡터와 동일한 값을 갖는 정적 변위응답벡터들을 얻게 된다. 즉, 선형 정적 응답 최적설계를 통해서 동적 응답을 고려할 수 있게 된다. 여기서 얻어진 최적해로부터 설계값이 갱신되고 전 과정이 다시 반복된다.

3. 등가정하중을 이용한 동적 응답 최적설계 예제

등가정하중을 이용한 선형 동적 응답 구조최적설계 사례를 보인다. 첫번째 문제는 그림 2 에서 보이는 바와 같은 3 부재 트러스 구조물의 동적 응답 최적화이다. 탄성계수 69 GPa, 밀도 2710 kg/m^3, 프와송 비 0.33 을 갖는 재료이며 최대 88960 N 의 힘이 0.0002 초 동안 반사인파의 곡선으로 가해진다. 이 문제를 위한 정식화는 다음과 같다.

Find	area b_i $\quad (i = 1, 2, 3)$
to minimize	weight
subject to	$\lvert\sigma_i\rvert \le 100\,\mathrm{MPa}$
	$\lvert\ _4\rvert \le 0.0005\mathrm{m}, \lvert\ _4\rvert \le 0.0005\mathrm{m}$
	$0.00001\mathrm{m}^2 \le b_i \le 0.00005\mathrm{m}^2$

등가정하중을 이용한 최적화 결과를 구조최적설계가 가능한 상용소프트웨어인 NASTRAN[4)]의 동적 최적화 모듈로부

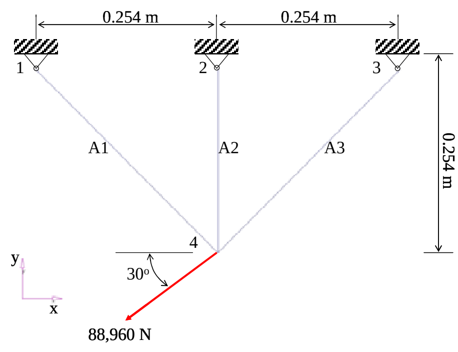

Fig. 2 Loading and boundary conditions of 3 bar truss

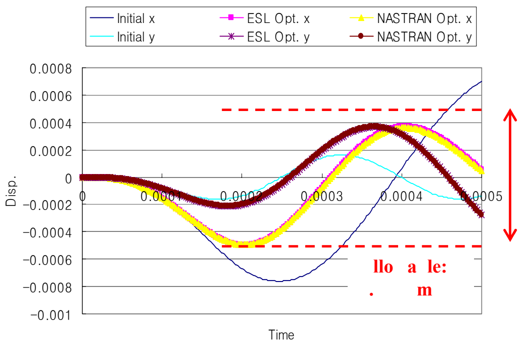

Fig. 3 Loading and boundary conditions of 3 bar truss

Table 1 Comparison of optimization results of 3 bar truss

	Initial	astran opt.	s opt.
dv1	0.000645	0.000642	0.000645
dv2	0.001290	0.000010	0.000010
dv3	0.000645	0.001461	0.001442
Objective function	2.1437 kg	2.0540 kg	2.0385 kg
Max. violation	26.1%	0.0%	0.0%
Number of dynamic analysis		12	5

터 얻은 최적해와 비교해 보았다. 그림 3 은 초기모델과 최적화 모델의 동적 변위 응답을 나타낸다. 보이는 바와 같이 초기모델은 변위 제한조건에서 약 26% 정도의 위배율을 보이고 있으나, 등가정하중법과 NASTRAN 을 이용한 두 최적화 모델은 모든 제한조건을 만족함을 알 수 있다. 표 1 을 보면 최적해는 거의 비슷한 값을 얻고 있다. 하지만 동적 해석의 횟수에서 등가정하중법은 훨씬 효율적임을 알 수 있다.

두번째 문제는 쉘 구조물로 이루어진 커넥팅 로드의 형상 최적설계이다. 그림 4 는 모델의 하중 및 경계조건을 보인다. 재료의 탄성계수는 103 GPa, 밀도는 8870 kg/m^3, 프와송 비는 0.34 이다. 두께는 모든 요소가 1 mm 이다. 동적 하중은 주기 0.0004 초의 사인파이고 전체 해석시간은 0.004 초까지로 하였다. 정식화는 다음과 같다.

Find	shape scale factor b_i	$(i=1,2,3)$
to minimize	weight	
subject to	$\lvert\sigma\rvert \le 345\,\text{MPa}$	$(\ \ =1,\ldots,436)$
	$-1.0 \le b_i, b_3 \le 3.0$	
	$-0.5 \le b_2 \le 3.0$	

그림 5 는 등가정하중법과 NASTRAN 의 최적화 모듈을 이용한 최적해의 형상을 보인다. 두 방법의 해가 거의 비슷한 경향으로 변화한 것을 알 수 있다. 표 2 를 보면 두 방법 모두 응력 제한조건을 만족하는 해를 얻고 있으며 등가정하중법의 결과가 경량화에 더 성공적이었음을 알 수 있다. 또한 최적화에 사용된 동적 해석의 횟수를 보아도 훨씬 효율적임을 알 수 있다.

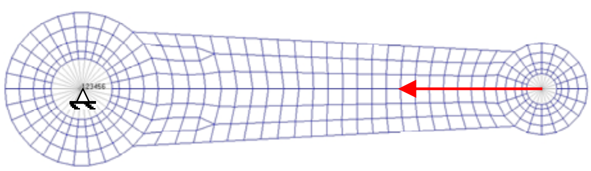

Fig. 4 Loading and boundary conditions of connecting rod

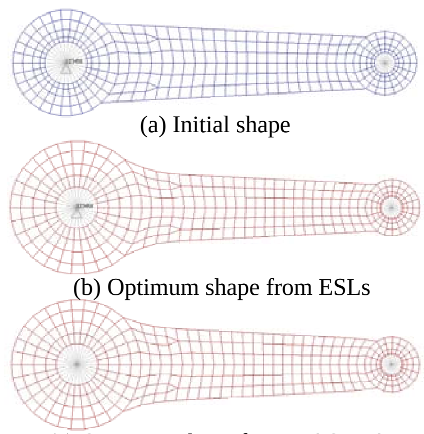

Fig. 5 Initial and optimum shape of connecting rod

Table 2 Comparison of optimization results of connecting rod

	Initial	astran opt.	s opt.
dv1	0.0	1.4170	0.2289
dv2	0.0	-0.5	-0.5
dv3	0.0	0.1145	1.1642
Objective function	0.2046 kg	0.2355 kg	0.2289 kg
Max. violation	27.5%	0.0%	0.0%
Number of dynamic analysis		15	3

4. 결론

등가정하중법은 동적 응답을 똑같이 묘사할 수 있는 정적 하중으로서 이를 이용하면 고비용의 동적 해석을 이용하지 않고도 저렴한 정적 해석을 통해 최적화가 가능하다. 또한 매 시간단계에서의 응답을 모두 사용하여 최적화를 수행하므로 시간종속적인 제한조건을 완전히 고려할 수 있다. 등가정하중의 계산은 유한요소이론을 통해 간단히 구할 수 있으며 계산된 등가정하중들은 정적 최적화 단계에서 다중하중조건으로 처리된다.

여러 사례 연구를 통해 그 유용성을 검토해 보았고, 동적 응답 구조최적화에 사용되는 상용소프트웨어와 비슷하거나 더 좋은 해를 얻으면서도 훨씬 적은 횟수의 동적 해석을 통해 최적해를 찾아낼 수 있음을 알 수 있었다.

현재 등가정하중법은 비선형 정적 최적화에도 적용되고 있으며 비선형 동적 시스템에 대한 적용 방법도 연구 중에 있다.

후기

본 연구는 한국과학재단지정 최적설계신기술연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Park, G. J., *a ica M ds i sig ac ic* , Springer-Verlag. Germany, 2007.
2. 강병수, 최우석, 박경진, “변위에 기초한 동하중에서 변환된 등가정하중하에서의 구조최적설계,” 대한기계학회 논문집 A 권, 제 24 권 제 8 호, 1949-1957, 2000.
3. 최우석, 박경진, “매 시간단계의 등가정하중을 다중하중 조건으로 이용한 준정적 구조최적화 방법,” 대한기계학회논문집 A 권, 제 24 권, 제 10 호, 2568-2580, 2000.
4. MSC. NASTRAN 2004 Design sensitivity and optimization, Version 2004, MSC. Software Corporation, Santa Ana, CA, 2003.