

바이스펙트럼 해석을 통한 구조물의 결함 진단 tud on the fault diagnosis of a using the ispectrum

*이해진¹, 안영찬¹, 오재응²

*H. J. Lee¹, Y. C. Ahn¹, #J. E. Oh(jeoh@hanyang.ac.kr)²

¹ 한양대학교 대학원 기계공학과, ² 한양대학교 기계공학부

Key words : Fault diagnosis, Rayleigh energy method, Bispectrum

1. 서론

본 연구는 구조물의 가장 근간이 되는 외팔보를 대상으로 모달 특성의 변화를 측정으로써 외팔보에 크랙이 발생했을 때 크랙의 위치와 진전 정도를 파악할 수 있는 고장 진단법을 소개하였다. Rayleigh energy method 를 사용하여 크랙의 위치와 진전 정도를 이론적으로 분석하였으며, 모달 테스트를 통해 이론적 해석을 뒷받침하였다. 또한, 크랙 발생 시 측정된 진동신호는 비선형성 신호 분석에 탁월한 고차 스펙트럼으로 알려진 바이스펙트럼을 사용하여 분석하였으며, 위 과정을 통해 유용성을 확인해 보았다.

2. 외팔보의 굽힘 진동

외팔보의 자유 진동에 대한 운동 방정식은 다음과 같은 편미분방정식으로 유도된다.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[E(x) \frac{\partial^2 (x,)}{\partial x^2} \right] + \rho(x) \frac{\partial^2 (x,)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

Rayleigh 에너지법을 이용하여 식(1)를 풀면 다음과 같이 표현된다.

$$\omega^2 = \lambda = \frac{\int_0^L E(x) \{d^2 / dx^2\}^2 dx}{\int_0^L m(x) dx} = \frac{E}{T} \quad (2)$$

$m = \rho(x)$

식(3)에서 양변을 변분하면,

$$\frac{\partial \lambda}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} - \frac{\partial T}{T^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\lambda} = \frac{\partial}{\partial T} - \frac{\partial T}{T} \quad (4)$$

외팔보에 대해 크랙이 아주 미세하다 가정하면 $\delta m = 0$ 이 되며 따라서, $\partial T = 0$ 이 된다.

$$\frac{\partial \lambda}{\lambda} = \frac{\partial}{\partial T} = \frac{E \partial \left[\int_0^L (x) \{d^2 / dx^2\}^2 dx \right]}{E \int_0^L (x) \{d^2 / dx^2\}^2 dx} \quad (5)$$

$$\partial = \partial \left[\int_0^L E(x) \{d^2 / dx^2\}^2 dx \right] \quad (6)$$

크랙의 위치를 x_0 , 넓이를 Δx 라 하면 위의 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \partial T &= \partial \left[\int_0^0 E(x) \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \right\}^2 dx + \int_0^{x_0+\Delta x} E(x) \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \right\}^2 dx \right. \\ &\quad \left. + \int_{x_0+\Delta x}^L E(x) \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \right\}^2 dx \right] \\ &= E \left[\frac{\partial}{\partial T} \int_0^{x_0+\Delta x} \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \right\}^2 dx + \int_0^{x_0+\Delta x} \frac{\partial}{\partial T} \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \right\}^2 dx \right] \end{aligned} \quad (7)$$

너비가 b , 두께가 T 인 직사각형인 보에서는

$$= T^3 / 12 \text{ 이므로, } \frac{\partial}{\partial T} = \frac{T^3}{12} \frac{\partial}{\partial T} \text{ 즉, } \frac{\partial}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} \text{ 이 된다.}$$

적분구간을 아주 작은 Δx 에 대해 한정지으면,

$$\begin{aligned} \partial T &= E \left[\frac{\partial}{\partial T} \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \right\}^2 \Delta x + \frac{\partial}{\partial T} \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \right\}^2 \Delta x \right] \\ &= E \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \right\}^2_{a_0} \Delta x \left[\frac{\partial}{\partial T} + \frac{\partial \{d^2 / dx^2\}^2_{a_0}}{\{d^2 / dx^2\}^2_{a_0}} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

이 된다. 따라서,

$$\frac{\partial \lambda}{\lambda} = \frac{\partial T}{T} = \frac{\{d^2 / dx^2\}^2_{a_0} \Delta x \left[\frac{\partial}{\partial T} + \frac{\partial \{d^2 / dx^2\}^2_{a_0}}{\{d^2 / dx^2\}^2_{a_0}} \right]}{\int_0^L \{d^2 / dx^2\}^2 dx \left[\frac{\partial}{\partial T} + \frac{\partial \{d^2 / dx^2\}^2_{a_0}}{\{d^2 / dx^2\}^2_{a_0}} \right]} \quad (9)$$

이 된다. 식(9)에 외팔보의 굽힘에 의한 변위식을 대입하면 크랙의 위치, 크랙의 진전에 따라 각 모드의 고유진동수 변화율이 다름을 착안하여 현재 크랙의 위치 및 진전 정도를 파악할 수 있다.

2. 실험 및 고찰

외팔보는 길이 (L)가 0.3m, 넓이(b)가 0.05m 그리고 두께 (T)가 0.003m 인 알루미늄 외팔보를 사용하였다. 외팔보의 크랙은 고정단으로부터 길이 방향으로 9 수준(0.1 ~ 0.9)으로 위치를 변화하였고, 넓이 방향으로 5 수준(0.1 ~ 0.5)으로 변화하며 크랙의 진전을 나타내었다. 크랙이 없는 외팔보의 모달테스팅 결과 1차, 2차, 3차의 고유진동수는 각각 25.44 , 160.26 , 446.43 로 나타났다.

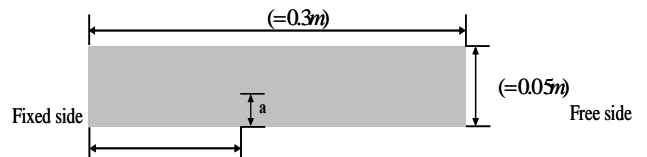


Fig. 1 The cracked beam. a = crack depth ; CL = crack location

크랙 위치별 9 수준, 넓이 방향의 진전 5 수준에 대해 크랙이 발생한 외팔보의 고유진동수의 변화율을 계산하여 Table. 1 에 나타내었다. Table. 1 을 가시화 한 것이 Fig. 2 이다. 만약, 외팔보의 고유진동수가 1 차모드에서 0.345%, 2 차모드에서 3.011%, 3 차모드에서 1.977%의 변화율을 보였다면, 고정단으로부터 0.18m(0.6L)에 위치에서 크랙이 발생하여 0.02m (0.4B)만큼 크랙이 진전하였다는 것을 알 수 있다.

Table 1 Percentage of change in bending frequencies (%)

	.1	.2	.3	.4
.1	.23	.2	.13	.3	.4	.11	-.14	-.2	-.4
.2	1.13	.2	.1	.34	.1	.	-.11	-.1	..
.3	2.4	1.	1.32	.12	.43	.12	.11	-.3	-.144
.4	4.	3.	2.432	1.	.1	.34	.	-.11	-.14
.	.4	.12	3.2	2.41	1.31	.3	.13	-.111	-.241

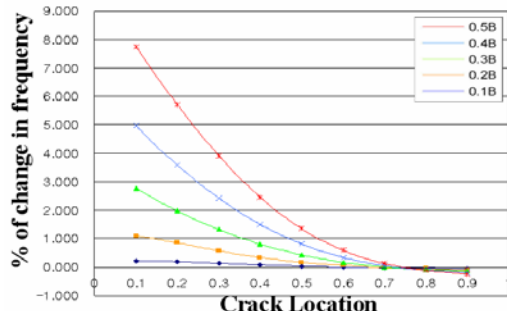
(a) 1st bending mode

	.1	.2	.3	.4
.1	-.3	-.3	-.13	.1	.113	.113	.1	-.2	-.3
.2	.33	.1	.113	.42	.	.	.4	.11	-.1
.3	1.3	.113	.34	1.12	1.2	1.1	1.14	.34	-.42
.4	1.	.3	.44	2.1	3.12	3.11	1.2	.4	-.2
.	3.143	.3	1.324	3.1	.	4.	3.1	1.2	.3

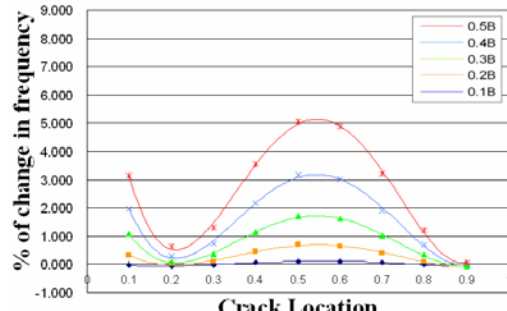
(b) 2nd bending mode

	.1	.2	.3	.4
.1	-.1	.3	.14	.	.3	.11	.2	.11	.41
.2	-.1	.24	.3	.3	.14	.4	.3	.13	.12
.3	.44	.3	1.44	.	.21	1.4	2.4	1.43	.3
.4	.3	1.213	2.	1.4	.1	1.	3.1	2.4	1.4
.	1.13	2.1	4.1	2.34	.4	3.1	.4	4.331	2.34

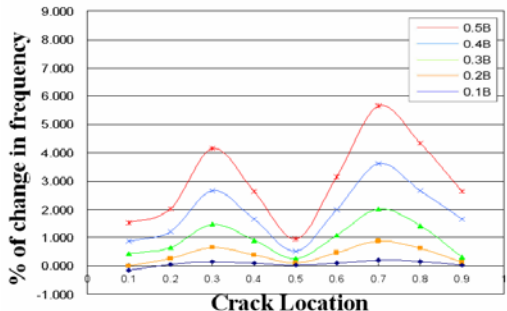
(c) 3rd bending mode



(a) 1st bending mode



(b) 2nd bending mode



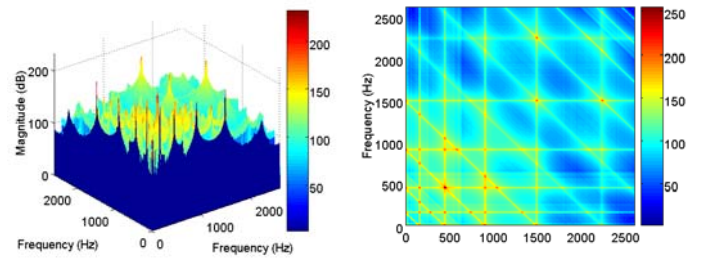
(c) 3rd bending mode

Fig. 2 Percentage of change in bending frequencies due to crack by experiment

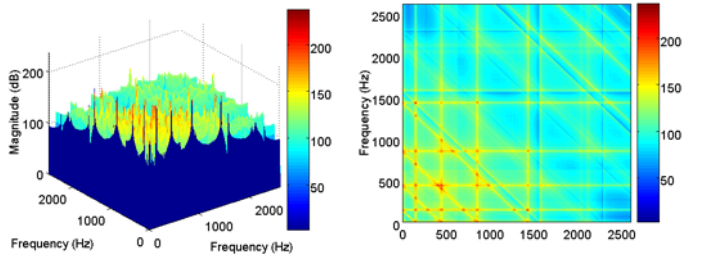
크랙이 없는 외팔보의 진동 측정 신호를 바이스펙트럼을 구하여 Fig.3 (a)에 나타냈다. 오른쪽 그림은 바이스펙트럼의 peak 를 보다 쉽게 판단할 수 있도록 위에서 본 것이다. 외팔보의 고유진동수 25.44 , 160.26 , 446.43 와 두 주파수간의 상관 관계 ($\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$) 가 있는 곳에 peak 가 명확하게 나타나는 것을 볼 수 있다.

이에 비해 Fig.3 의 (b), (c) 는 0.5 위치에서 0.5 까지 크랙 진전이 있는 외팔보와 0.7 위치에서 0.5 까지 크랙 진전이 있는 외팔보의 바이스펙트럼 결과이다. 크랙이 발생하면 크랙이 발생한 지점의 강성이 큰 영향을 받고, 모달 파라미터들이 변화를 가지게 된다. 따라서, 외팔보의 고

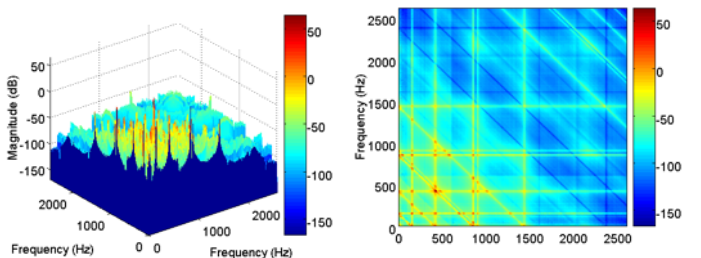
유진동수 역시 변화를 가진다. 또한 하나의 peak 가 인접한 두 개의 peak 로 나뉘는 현상이 나타났다.



(a) Bispectrum in the un-cracked beam



(b) Bispectrum in cracked beam at 0.5 0.5



(c) Bispectrum in cracked beam at 0.7 0.5

Fig. 3 Bispectrum in the un-cracked and cracked beam

4. 결론

본 연구에서는 외팔보의 크랙이 발생시 크랙의 위치 및 진전에 따라 고유진동수의 변화를 Rayleigh 에너지법을 적용하여 살펴보고 실험에서 얻은 진동측정신호를 바이스펙트럼을 사용하여 분석 관찰하였고, 그 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 굽힘에 의한 진동에 따른 외팔보의 고유진동수는 1 차, 2 차, 3 차 모드가 각각 크랙의 상태에 따라 다른 변화율을 보였다. Rayleigh 에너지법을 사용하여 고유진동수의 변화율을 관찰함으로써 외팔보의 크랙이 발생시 발생 위치와 진전 상태에 대한 감지가 가능하였다.

2) 본 연구를 통하여 바이스펙트럼 해석법이 크랙감지에 대하여 유용함을 확인하였고, 크랙의 발생 위치 및 진전 상태에 따라 바이스펙트럼 map 을 작성해 둔다면 크랙 발생시 위치 및 진전에 대한 감지가 더 정확한 해석이 가능할 것이다.

참고문헌

1. Francois Leonard, Jacques L., 2001, "Free-Vibration behaviour of A Cracked Cantilever Beam and Crack Detection", Mechanical Systems and Signal Processing, 15(3), 529-548.
2. K. Lakshmi Narayana, and C. Jebaraj, 1999, "Sensitivity Analysis of Local/Global Modal Parameters for Identification of a Crack in a Beam", Journal of Sound and Vibration, 228(5), 977-994.
3. Melvin J. H., Hagit Messer, 1995, "On the Principal Domain of the Discrete Bispectrum of a Stationary Signal", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.43, No.9.