# Eclipse-II 모션 시뮬레이터에서의 최적 원점 복귀 알고리즘
# Optimal home positioning algorithm for Eclipse-II motion simulator

*신현표 [1], #김종원 [2]
*H. P. Shin[1], # Jongwon Kim(jongkim@snu.ac.kr)[2]
[1,2] 서울대학교 기계항공공학부

Key words : Home positioning, Motion simulator, Optimization, Spline

## 1. 서론

모션 시뮬레이터는 탑승자에게 가능한 한 실제와 흡사한 운동특성을 느끼도록 운동을 재현해 주는 장치이다. 이러한 모션 시뮬레이터의 모션 베이스로써 기존에 개발된 다양한 기구가 있는데 대표적인 예로 스튜어트-고흐 플랫폼을 들 수 있다. 그러나 이의 회전운동의 경우 회전각도가 +15 ~ -15 도로 상당히 제한되어 있다. 그러므로 완전한 회전 또는 거꾸로 된 동작을 구현해 주지 못하는 단점이 있다. 이에 비해 Eclipse-II 는 병진 및 무제한 회전 운동이 가능한 6 자유도 병렬 기구의 모션 시뮬레이터이다.

구조는 수평 원형 가이드 상을 두 개의 수직 칼럼이 움직이고 수직 원형 가이드 상을 한 개의 칼럼이 움직여 회전운동의 범위를 극대화한 구조로 기존의 어느 플랫폼과도 다른 운동 범위를 가지고 있다. 모션 시뮬레이터의 경우 사람을 대상으로 하는 장치이며 비상 정지 상태와 같은 비정상적인 작동 중단의 상태에서 플랫폼은 가능한 한 빨리 적은 충격으로 원점에 복귀하는 것이 필요하다. 그러므로 신속하고 원활한 원점복귀는 탑승자의 안전과도 직결된 문제라고 할 수 있다.

이를 위해 본 논문에서는 6 자유도를 지니며 무한 회전운동이 가능한 모션 시뮬레이터 Eclipse-II 의 최적 원점 복귀 알고리즘 관해서 연구하였다. 연구는 크게 최적 원점에 대해 정의하는 부분과 최적 원점이 정의 되었을 때 현 위치 및 자세로부터 구해진 최적 원점까지의 최적 경로를 생성하는 부분으로 나누어 전개하였다.

## 2. Eclipse-II 의 최적 원점

Eclipse-II 는 6 자유도를 갖는 모션 시뮬레이터로 병진운동 및 무제한 회전운동이 가능한 기구 구조를 가지고 있다. 그러므로 기존 모션 시뮬레이터와는 다른 원점 복귀 알고리즘 연구가 필요하다. 무제한 회전운동이 가능한 구조에서는 원점으로 볼 수 있는 자세 값이 수없이 많이 존재한다. 그 중 회전 거리가 가장 가까우면서도, 탑승자가 불쾌감을 많이 느끼는 방향으로의 회전 거리가 적어지도록 하는 자세 값을 회전운동의 역기구학식을 이용하여 구해내었다.

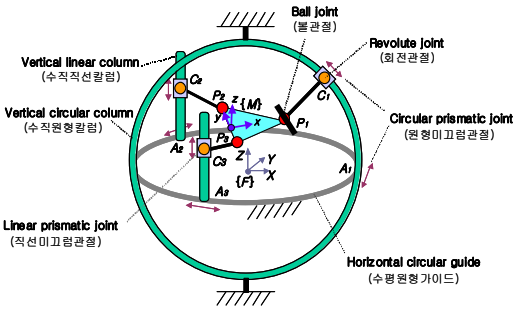


Fig.1 Schematic diagram of Eclipse-II structure

최적의 목표 회전각(Angle) 정보를 얻기 위해 다음과 같은 식을 구성하였다.

$$R_{zyx} = R_z(\alpha)R_y(\beta)R_x(\gamma) \tag{1}$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta) & \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma)-\sin(\alpha)\cos(\gamma) & \cos(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma)+\sin(\alpha)\sin(\gamma) \\ \sin(\alpha)\cos(\beta) & \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma)+\cos(\alpha)\cos(\gamma) & \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma)-\cos(\alpha)\sin(\gamma) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta)\sin(\gamma) & \cos(\beta)\cos(\gamma) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

이는 플랫폼의 회전운동을 Z-Y-X 오일러 각으로 표현한 것으로 보이는 바와 같이 원점의 자세를 단위 행렬로 정의하였고 아래의 역기구학(Inverse-kinemetics)식을 이용해 이를 만족시키는 X, Y, Z 방향 각 $\alpha, \beta, \gamma$ 를 구하였다.

$$\begin{aligned} \alpha &= a\tan 2(r_{11}, r_{21}) \\ \beta &= a\tan 2(\pm\sqrt{r_{11}^2 + r_{21}^2}, -r_{31}) \\ \gamma &= a\tan 2(r_{33}, r_{32}) \end{aligned} \tag{3}$$

atan2 함수의 특성상 여러 개의 해가 나타나지만 탑승자가 가장 불쾌감을 많이 느끼는 X, Y 방향의 회전을 적게 하는 해를 구하기 위해 X, Y 방향 회전 거리에 보다 큰 가중치를 두어 최적 해를 결정하였다.

## 3. 스플라인을 이용한 최적 경로의 생성

### 3.1 최적 경로와 최적화 지수

다음으로 최적의 위치와 자세가 결정되었을 때 기계가 원하는 동특성을 가지고 움직일 수 있도록 이동 경로를 지정해 주는 과정이 필요하다. 일반적으로 동특성은 속도, 가속도, 저크로 표현할 수 있다. 속도의 경우 이미 최적 원점 위치와 자세를 결정하는 과정에서 고려되었고, 또한 직선 경로를 채택했기 때문에 최적화 항(Optimization term)에서 제외 시켜도 무관하다. 따라서 충격을 최소화 하는 방향으로 최적 경로를 정의하는 것이 보다 타당성이 있는 것으로 보인다.

결과적으로 가속도와 저크를 항으로 하여 적절한 가중치(Weight)를 주어 최적화를 진행하여 최적화 지수를 최소화하는 함수를 결정하였다. 가속도는 직접으로는 기계가 탑승자에게 가하는 힘과 관련되어 있다. 그리고 저크는 가속도의 시간에 따른 변화량으로써 기계의 진동 및 탑승자에게 미치는 충격과 관련되어 있다. 그러므로 이 문제는 가속도와 저크에 일정 가중치를 곱한 합을 최소화하는 함수를 결정하는 문제로 귀결된다.

### 3.2 기존 경로 식과 3 차 스플라인

경로 식에 대한 유사한 연구가 캠(Cam) 설계 분야에서 진행되고 있다. 캠은 직접 접촉된 종동절(Follower)이 예정된 운동경로를 따라 움직일 수 있도록 고안된 기계 요소인데 특히 종동절에 가하는 충격을 줄이기 위해 가속도와 저크를 최소화하는 다양한 곡선식이 제시되어 왔다.

가장 간단한 형태는 처음과 끝에 적당한 가속도를 가지는 직선 식과 중간의 등속도 직선식이 조합된 형태의 식이지만 이는 가속도가 변하는 부분에서 불연속이 발생하여 이 부분에서 무한대의 저크를 만들어낸다. 또한, 불연속성을 제거하기 위해 등가속도곡선을 사용할 수 있지만 이는 시작과 끝부분에서 무한대의 저크가 나타난다. 이를 개선

하기 위해 단진자 운동의 정사영을 이용한 단현 곡선이 제시되었으나 여전히 무한 저크가 존재한다.

여기에서는 이 중 저크 특성이 가장 좋은 사이클로이드 곡선을 기준 곡선으로 택하여 먼저 언급한 식과 같이 이의 최대 가속도와 저크로 각 항을 나누어 무차원화 시킨 후 최적화 지수가 가장 작은 곡선 식을 택하는 방법을 취하였다. 연구를 위해 접근한 식은 3 차 스플라인 곡선식이며 이 식들을 연결하여 원하는 동특성을 가장 잘 나타내는 최적화된 식을 결정하고자 하였다.

### 3.3 3 차 스플라인 곡선 식과 가속도•저크 특성

구하고자 하는 3 차 스플라인 곡선 식의 기본 형태는 다음과 같으며 이는 3 차 다항식의 계수를 다항식의 경계점의 위치와 기울기로 다시 표현하였다.

$$P = P_{i-1} + P'_{i-1}t + [3(P_i - P_{i-1}) - 2P'_{i-1} - P'_i]t^2 + [2(P_{i-1} - P_i) + P'_{i-1} + P'_i]t^3 \quad (4)$$

식 (4)는 시간 $t$ 에 대한 위치 $P$ 의 관계를 함수를 나타낸 것이며 각 항의 계수인 $P'$은 그 점에서의 스플라인의 기울기를 뜻한다. 즉 하나의 스플라인 식이 정의 되기 위해서는 양 단의 위치 및 속도에 대한 4 개의 조건이 있어야 하는 것이다. 그러나 여러 곡선 식을 연결하는 경우 가장 처음과 끝의 조건을 제외한 나머지는 위치와 기울기(속도) 및 기울기의 변화량(가속도)이 연속되어야 하므로 연립방정식으로 표현하여 풀 수 있다. 위의 식을 $i=0, 1,2\cdots n$ 까지 전개하고 2 차 미분의 연속성을 위해 각 경계점에서의 두 곡선의 2 차 미분량이 같다고 놓고 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다. 2 차 미분량이 경계점을 둔 두 곡선에서 서로 같다는 조건에 의해,

$$\left.\frac{d^2P_i}{dt^2}\right|_{t=1} = \left.\frac{d^2P_{i+1}}{dt^2}\right|_{t=0} \quad (t = 0 \sim 1) \quad (5)$$

$$P'_{i-1} + 4P'_i + P'_{i+1} = 3(P_{i+1} - P_{i-1}) \quad (6)$$

의 형태로 나타낼 수 있다.

$Po$ 와 $Pn$ 은 각각 시작점과 끝점의 위치로써 이미 알고 있는 값이며 원하는 구간 수가 결정되면 이에 따라 각 구간의 경계점의 위치를 대입하여 반복적으로 계산하여 식 (6)을 이용해 최적화 지수를 최소화하는 값을 선택할 수 있다.

스플라인을 조합하여 하나의 곡선 식을 결정할 경우 스플라인의 수에 따라 전체적인 속도, 가속도 및 저크의 값이 달라진다. Table.1 는 식(6)에 스플라인의 수를 달리하고 각 경계점의 위치를 반복 대입하여 최대치를 구한 결과로 스플라인의 수가 증가할수록 최대 가속도는 적어지고, 최대 저크는 증가함을 알 수 있다. 그러므로 적정 스플라인 수를 결정해야 할 필요가 있다.

Table 1 Change of maximum acceleration and jerk according to the number of spline

| 비교 항목 / 스플라인의 수 | 최대 가속도 $(m/s^2)$ | 최대 저크 $(m/s^3)$ |
|---|---|---|
| 4 | 8.016 | 32.064 |
| 6 | 6.000 | 36.002 |
| 8 | 5.337 | 42.700 |
| 10 | 5.866 | 57.526 |
| 12 | 5.184 | 61.171 |

### 3.4 최적 3 차 스플라인 곡선식

전체적인 가속도 및 저크 특성의 경향을 최적화 지수의 값을 따라 파악해 보면 스플라인의 수가 10 개일 때 가장 그 값이 크고 그 이후부터는 조금씩 줄어드나, 그 폭이 매우 작아서 그 이상의 구간 수의 증가는 불필요한 계산을 초래할 뿐임을 알 수 있다. 가속도와 저크 각각에 1:1 의 가중치를 주었을 경우 스플라인이 6 개일 때가 최적임을 확인할 수 있었다. 또한 가중치를 약간씩 변화시켜 가며 계산하였을 경우에도 역시 동일한 결과를 얻을 수 있었다.

Table 2 Change of optimization index according to the change of weight

| 가중치 (α:β) / 스플라인의 수 | 4:6 | 4.5:5.5 | 5:5 | 5.5:4.5 | 6:4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 0.998 | 1.021 | 1.044 | 1.067 | 1.090 |
| 6 | 0.929 | 0.931 | 0.933 | 0.936 | 0.938 |
| 8 | 0.989 | 0.977 | 0.966 | 0.954 | 0.943 |
| 10 | 1.247 | 1.221 | 1.195 | 1.168 | 1.142 |
| 12 | 1.260 | 1.224 | 1.187 | 1.151 | 1.115 |

6 개의 스플라인을 연결하여 만든 식으로 2 차, 3 차 미분을 하여 계산하고 이를 최적화의 기준으로 삼았던 사이클로이드 곡선과 비교한 결과, 사이클로이드와 비교해서 최대 가속도의 경우 4.46 %, 그리고 최대 저크는 9.51 % 만큼 줄어드는 결과를 얻을 수 있었다.

## 4. 결론

본 논문에서 언급한 연구 내용 및 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) Eclipse-II 는 X-Y-Z 병진운동과 A-B-C 회전운동이 가능한 6 자유 모션 시뮬레이터이다.

(2) Eclipse-II 탑승자의 안전을 위해 최적의 원점으로 최적의 경로를 통해 원점으로 복귀하도록 하는 연구를 수행하여 최적 원점을 정의하였고 3 차 스플라인으로 최적 경로를 얻어 냈다.

(3)스플라인의 수에 따른 최대 가속도 및 저크 값의 변화를 관찰하여 스플라인이 6 개 일 때 최적화 지수가 최소가 됨을 알 수 있었다.

(4)최적화 된 3 차 스플라인은 저크 특성의 우위로 인해 비교 대상으로 설정했던 사이클로이드 곡선 보다 최대 가속도의 경우 4.46%, 최대 저크의 경우 9.51% 만큼 줄어드는 결과를 나타냈다.

## 후기

이 논문은 2007 년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었음

## 참고문헌

1. Jongwon Kim, Jae-Chul Hwang,Jin-Sung Kim, F.C.Park and Young Man Cho, 2001, “Eclipse-II : A New Parallel Mechanism Enabling Continuous 360-degree Spining Plus Three-axis Translational Motion”, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2001 / 6
2. 황재철, 2002, “모션시뮬레이터용 이클립스-II 병렬기구의 해석과 설계”, 서울대학교 박사학위 논문
3. Waldron, Kinzel, 1999, “Kinematics, dynamics and design of machinery”, Jone Wiley & Sons
4. MacCarthy, B.L. and Burns, N.D.,1985, “An evaluation of spline function for use in cam design”, Proc.Instn.Mech.Engrs