

다파장 간섭계에서의 파장선택방법 Wavelength Selection Method for Multiple Wavelength Interferometer

*김윤석, 진종한, 김영진, 현상원, #김승우

*Y. Kim, J. Jin, Y.-J. Kim, S. Hyun, #S.-W. Kim(swk@kaist.ac.kr)

KAIST BUPE 연구단

Key words : Multiple wavelength interferometry, Excess fraction method, Tunable light source, Wavelength selection

1. 서론

일반적인 광 간섭계로 거리를 측정하면, 빛의 주기성에 의한 위상모호성(phase ambiguity) 문제가 발생한다. 이러한 위상모호성 문제를 극복하기 위하여, 다파장 간섭계(multiple wavelength interferometer)와 같은 두 개 이상의 파장을 이용한 절대길이 측정 간섭계가 제안되었다. 다파장 간섭계에서는 간섭계를 통해 각 파장에서의 위상에 해당하는 소수부 값을 획득한 후, 이 값들을 바탕으로 합치법(excess fraction method)을 통해 길이를 구해 낸다. 하지만 합치법이 가지고 있는 한계에 의해 하나의 길이가 아닌 여러 개의 길이가 근으로 판단될 가능성이 있다. 따라서 대상물의 정확한 길이를 구해내기 위해서는 대상물의 실제 길이가 존재하는 영역을 알고 있어야 하며, 더불어 그 영역 내에 하나의 길이만이 근으로 도출되어야 한다. 결국 다파장 간섭계가 보다 긴 길이 측정 간섭계로써의 의미를 갖기 위해서는 단 하나의 근만을 갖는 영역이 넓어져야 한다. 또한 이상적인 경우, 즉 소수부에 오차가 실리지 않은 경우에는 합치법을 통해 측정하고자 하는 실제 길이 L 이 도출되지만 실험 환경에서는 온도의 변화나 진동, 공기 굴절률의 변화 등에 의해 소수부에 오차가 실리게 되며 이 때문에 실제 길이 L 이외의 길이가 근으로 도출될 가능성도 존재하며 이 또한 극복되어야 한다.

본 논문에서는 파장 대역이 $\lambda_{start} \leq \lambda \leq \lambda_{end}$ 인 파장 가변 레이저를 다파장 간섭계의 광원으로 사용하는 경우에 있어서 단 하나의 근만을 갖는 영역을 넓힐 수 있는 최적의 파장 선택 방법을 찾아보고자 한다. 더불어 소수부의 불확도(uncertainty)가 합치법에 미치는 영향에 대해 분석해 봄으로써 합치법을 통해 도출되는 길이가 실제 길이 L 임을 단정시킬 수 있는 조건을 제시하고자 한다.

2. 본론

2.1 합치법

길이 L 을 광 간섭법을 이용하여 측정한다고 하자. N 개의 파장 $(\lambda_1, \dots, \lambda_N)$ 을 이용하면 길이 L 은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$L = (m_1 + \epsilon_1) \frac{\lambda_1}{2} = (m_2 + \epsilon_2) \frac{\lambda_2}{2} = \dots = (m_N + \epsilon_N) \frac{\lambda_N}{2} \quad (1)$$

여기서 $m_i (i=1, \dots, N)$ 는 정수, $\epsilon_i (i=1, \dots, N)$ 는 소수부이다. ϵ_i 값은 측정을 통해 얻어지는 값을 감안하면, N 개의 파장을 이용하였을 경우 식은 N 개, 미지수는 $N+1$ 개가 되어 위의 식을 통해서만 정확한 하나의 근을 얻어낼 수 없다. 하지만 여기에 m_i 값이 정수라는 제한조건을 이용하면 적절한 초기추정(initial guessing)을 통해 하나의 근을 찾을 수 있게 된다.

합치법은 각 파장을 통해 얻어진 소수부를 바탕으로 다음과 같은 알고리즘으로 근을 계산해 낸다. 우선 초기 추정을 통해 근의 존재 영역을 $L_0 \pm \Delta L$ 로 제한하며, 제한된 영역 내에서 $(m_i + \epsilon_i) \lambda_i / 2$ 를 만족하는 길이들을 근의 후보로 선별한다. 여기서 m_i 는 임의의 정수이며 근의 후보들의 길이간격은 $\lambda_1 / 2$ 이다. 다음으로 각 근의 후보들에 식(1)을 적용하여 N 개의 파장에서의 소수부 값을 계산한다. 결

국 알고리즘 상의 모든 근의 후보들은 N 개의 계산 소수부 값을 갖게 되며 $(\epsilon_{i,cal}, i=1, \dots, N)$ 이 값들은 실제 측정을 통해 얻어진 측정 소수부 $(\epsilon_{i,exp}, i=1, \dots, N)$ 와 비교된다. 하나의 근의 후보가 갖는 N 개의 파장에서의 계산 소수부, $\epsilon_{i,cal}$ 와 실험에서 얻어진 측정 소수부, $\epsilon_{i,exp}$ 의 차이, $\Delta \epsilon_i$ 가 모두 허용오차, $\Delta \epsilon$ 이내이면 최종 근으로 구별된다.

2.2. 소수부의 불확도가 존재하는 경우 허용오차 및 파장의 결정

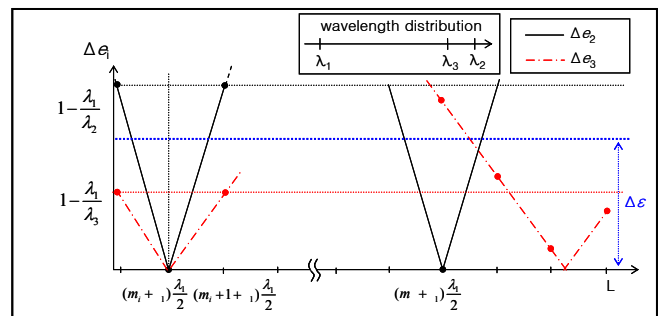


Fig. 1 Deviation between fraction values, $\Delta \epsilon_i$ when uncertainty of excess fraction value is zero.

Figure 1은 소수부의 불확도가 0인 경우 길이가 $(m_i + 1) \lambda_1 / 2$ 인 측정대상물의 합치법을 통한 길이 결정 시 플레이션 결과이다. 가로축은 길이 축, 세로축은 실험 소수부와 측정 소수부의 차이, $\Delta \epsilon_i$ 를 나타내며, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 의 세 파장만을 고려하였다. 소수부의 불확도가 0인 경우에는 Fig. 1에서 확인할 수 있는 바와 같이 길이가 $(m_i + 1) \lambda_1 / 2$ 인 지점에서는 $\Delta \epsilon_2 = \Delta \epsilon_3 = 0$ 이며, 따라서 $\Delta \epsilon_2, \Delta \epsilon_3$ 모두 허용오차, $\Delta \epsilon$ 이내이므로 근으로 인정된다. 하지만 실제 실험에서 얻어진 실험 소수부에는 불확도가 포함되어 있으며 이는 $\Delta \epsilon_i$ 의 불확도에 영향을 미친다.

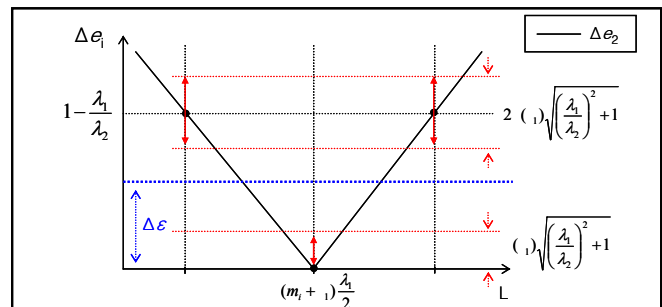


Fig. 2 Deviation between fraction values, $\Delta \epsilon_i$ when uncertainty of excess fraction value is not zero.

Figure 2는 모든 파장에 대한 소수부의 불확도가 같다고 가정했을 때, 길이가 $(m_i + 1) \lambda_1 / 2$ 인 대상물을 측정함에 있어 불확도가 고려되었을 경우의 계산 소수부와 실험 소수부간의 차이, $\Delta \epsilon_i$ 에 불확도가 미치는 영향을 보여주는 그래프이다. 여기서 $(m_i + 1) \lambda_1 / 2$ 이 단 하나의 참근으로 인정이 되기 위해서는 λ_1, λ_2 와 실험 소수부의 불확도, $u(\epsilon_i)$ 간에 식 (2)와 같은 관계가 성립해야 함을 알 수 있다.

$$1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} > 2 \left(\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2 + 1} \right) \quad (2)$$

위의 조건을 만족하면서 보다 넓은 영역에서 단 하나의 근만이 발생하도록 하기 위해서는 λ_2 는 가능한 λ_1 과 파장 차이가 작은 것이 유리하며 이를 고려하여 λ_2 를 중심으로 식 (2)를 전개하면 λ_2 는 식 (3)과 같이 표현되며, 이때 허용오차, $\Delta \varepsilon$ 는 식 (4)와 같이 표현된다.

$$\lambda_2 = \frac{4 \left(\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2 + 1} \right) - 1}{-1 + \sqrt{1 - \left(4 \left(\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2 + 1} \right) - 1\right)^2}} \lambda_1 \quad (3)$$

$$\Delta \varepsilon = \left(\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2 + 1} \right) \quad (4)$$

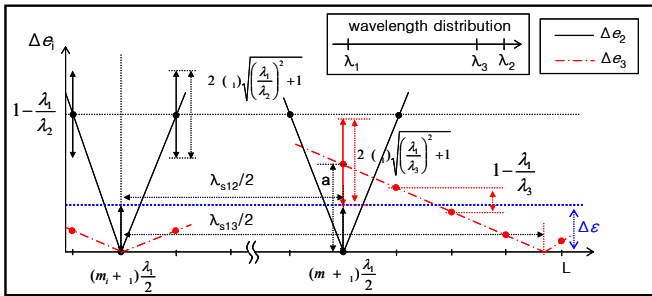


Fig. 3 Additional wavelength selection to broaden the distance between solutions, in case of λ_3 wavelength selection.

앞서 제시된 방법을 통해 λ_1 , λ_2 및 허용오차, $\Delta \varepsilon$ 이 결정되고 나면 λ_3 , λ_4 등의 파장을 추가로 선택함으로써 하나의 근이 발생하는 영역을 더욱 넓힐 수 있다. 이는 Fig. 3 을 통해 도식적으로 표현되어 있다. λ_1 , λ_2 의 두 파장만을 사용했을 경우에는 하나의 근이 발생하는 영역은 두 파장의 합성파의 절반, $\lambda_{s12}/2$ 에 해당한다. 여기에 λ_3 를 추가함으로써 $(m+1)\lambda_1/2$ 의 근의 발생 가능성을 제거하여 하나의 근이 발생하는 영역을 $\lambda_{s13}/2$ 로 증가시킬 수 있다. 이를 식으로 표현하면 식 (5)과 같고 이를 통해 λ_3 는 식 (6)과 같이 결정 가능하다. 참고로 Fig. 3 과 식 (5)에서의 a 는 근의 길이가 $(m+1)\lambda_1/2$ 일 때 $\Delta \varepsilon_3$ 의 값을 뜻한다.

$$a \geq \Delta \varepsilon + \left(\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_3}\right)^2 + 1} \right) \Rightarrow \left(\frac{\lambda_{s13}}{2} - \frac{\lambda_{s12}}{2} \right) \frac{(1 - \lambda_1/\lambda_3)}{\lambda_1/2} \geq \Delta \varepsilon + \left(\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_3}\right)^2 + 1} \right) \quad (5)$$

$$\lambda_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + 2(\lambda_2 - \lambda_1) \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2 + 1} \right)} \quad (6) \quad (7)$$

λ_3 를 결정하는 것과 같은 원리로 λ_4 및 그 이상의 파장을 결정할 수 있으며 파장을 추가함으로써 해서 보다 넓은 영역에서 하나의 근만을 도출해 낼 수 있게 된다. λ_3 의 선택과 같은 원리를 적용하면 λ_4 역시 결정할 수 있으며 이를 식으로 표현하면 식 (7)과 같다.

$$\lambda_4 = \frac{\lambda_2 \lambda_3}{\frac{\lambda_2 \lambda_3}{\lambda_1} + \left(2 \left(\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2 + 1} \right) - 1 \right) (\lambda_2 - \lambda_3)} \quad (7)$$

지금까지 제안된 파장 및 허용오차, $\Delta \varepsilon$ 의 결정방법에 대해서 간단히 정리해 보면 다음과 같다. 첫 번째 파장 λ_1 과 소수부의 불확도 $u(e_1)$ 가 제시되면, 이 값들을 바탕으로 λ_2 값이 결정된다. 즉 불확도가 크면 클수록 λ_2 값 역시 λ_1 과의 파장 차이가 크도록 선택되어야 한다. 이후에 더 추가되는 파장은 하나의 근을 갖는 영역을 넓히는데 관여하며 파장의 수가 많아질수록 하나의 근만을 갖는 영역 역시 넓어진다. 네 파장을 사용하는 경우, 하나의 근만을 갖는 영역(unambiguity range)은 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$ambig \ i \ a \ g = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}{-\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 - \lambda_1 \lambda_2 \lambda_4 + \lambda_1 \lambda_3 \lambda_4 + \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4} \quad (8)$$

제안된 파장 선택 방법을 시험해 보기 위해 시뮬레이션을 수행해 보았다. $\lambda_1=770$ nm, $u(e_1)=0.004$ 인 경우 제안된 (3), (4), (6), (7) 식을 통해 $\Delta \varepsilon=0.0056$, $\lambda_2=778.76126$ nm, $\lambda_3=778.66158$ nm, $\lambda_4=770.09638$ nm 로 값이 결정된다. 측정하고자 하는 대상물의 길이가 100 mm 라 놓고 각 파장에서의 소수부를 계산하면 $e_1=0.2597$, $e_2=0.1165$, $e_3=0.9930$, $e_4=0.7524$ 이다. 소수부에 0.002 이내의 에러 값을 랜덤으로 더하거나 빼준 다음 이 값을 소수부로서 합치법 알고리즘에 입력하고 길이를 결정해 보았다. 그 결과, 길이 100 mm 에서 근이 도출되었으며 이웃하는 근과의 간격은 약 271 mm 로 식 (8)에 제시한 이론 식의 결과와 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

3. 결론

본 논문에서는 다파장 간섭계에서 파장 가변 폭이 제한적인 광원을 이용하였을 때 넓은 영역에서 단 하나의 근이 발생하도록 하기 위한 최적의 파장 선택 방법을 제안하였으며 λ_1 및 소수부의 불확도가 제시되었을 경우 제안된 방법을 통해 λ_2 , λ_3 , λ_4 파장을 계산하고 시뮬레이션을 통해 실제 길이 L 이 도출되며 그 근을 중심으로 이론적으로 예측 가능한 영역 이내에는 다른 근이 발생하지 않음을 확인할 수 있었다. 또한 다파장 간섭계에서의 소수부의 불확도가 합치법에서 근의 선택에 미치는 영향에 대해서 분석하였으며, 나아가 도출되는 근이 실제 측정하고자 하는 길이임을 확실하기 위한 허용오차 값의 결정에 대해서 분석해 보았다.

후기

본 연구는 과학기술부 창의적 연구 진흥 과제(Creative Research Initiative, CRI)의 지원을 받아 한국과학기술원 BUPE(Billionth Uncertainty Precision Engineering)연구단에서 수행되었습니다.

참고문헌

1. Decker, J. E. *a*, "Increasing the range of unambiguity in step-height measurement with multiple-wavelength interferometry-application to absolute long gauge block measurement," Appl. Opt., **42**, 5670-5678, 2003.
2. Jin, J., Kim, Y.-J., Kim, Y., Kang, C.-S., Kim, S.-W., "Absolute length calibration of gauge blocks using optical comb of a femtosecond pulse laser," Opt. Exp., **14**, 5968-5974, 2006.