

확장계수를 적용한 기둥의 유효좌굴길이 계수 산정

Evaluation of Effective Length Factor by Using an Amplification Factor

최 동 호* · 유 훈** · 신 재 인*** · 김 성 연****

Choi, Dong-Ho · Yoo, Hoon · Shin, Jay-In · Kim, Sung-Yeon

ABSTRACT

For a stability design of steel frames, AISC-LRFD specification recommend to use Alignment Chart and story-based methods in order to determine an effective buckling length. Recently, elastic buckling analysis, which is the method that calculate the effective length of members using eigenvalue of the overall structure, has been widely used in practical design of steel frames because this method can be performed effectively and automatically by computers. However, it can in some cases lead to unexpectedly large effective length in column having small axial forces. Therefore, this paper propose a method using elastic buckling analysis, which estimate a proper effective buckling length for all members having a small axial force. For verification of proposed method, it is compared with system based approach and stiffness distribution factor method. As a result, proposed method can rationally solve a problem in some case of column having small axial force. Also, adoption range for proposed method is established.

Keywords: *Steel Frame, Effective Buckling Length Factor, Amplification Factor.*

1. 서 론

강-프레임 구조물의 각 부재는 인접부재의 거동에 많은 영향을 받기 때문에 설계 시에, 한 부재의 거동이 인접부재들에 미치는 부재 상호간의 영향을 반드시 고려하여야 한다. 현재 유효좌굴길이(Effective Buckling length) 개념은 해당부재와 인접부재의 강성 및 거동을 평가하여 강-프레임 구조내의 압축부재를 설계하는데 가장 광범위하게 적용되고 있다. AISC 설계기준(2001)에서는 강-프레임 구조의 각 부재의 유효좌굴길이계수(K Factor)를 산정하기 위한 방법으로 인접부재의 강성만을 고려한 Alignment Chart 방법, 각 층별 기둥들의 전체 강성 및 거동을 고려하는 Story-based Method 방법을 사용하도록 명시하고 있으며, 이 방법들은 부재의 유효좌굴길이를 비교적 간편하게 산정할 수 있기 때문에 널리 사용되어 왔다.

한편, 강-프레임 구조물의 탄성좌굴해석 방법은(White와 Hajja, 1997) Alignment Chart 방법에서 도입한 가정의 제약을 받지 않고 강-프레임의 각 부재의 유효좌굴길이를 산정하는 것이 가능하다. 그러나 축력이 작

* 정회원 · 한양대학교 토목공학과 교수 Email: samga@hanyang.ac.kr

** 정회원 · 한양대학교 토목공학과 박사과정 Email: csmile@hanyang.ac.kr

*** 학생회원 · 한양대학교 토목공학과 석사과정 Email: joynina@hanyang.ac.kr

**** 학생회원 · 한양대학교 토목공학과 석사과정 Email: penguinfly@hanyang.ac.kr

게 발생하는 일부 부재에 대하여 비합리적인 유효좌굴길이 산정될 수 있는 문제점이 제기 되어 설계자의 판단에 따라 Story-based Method 방법을 혼용해야 한다고 지적된 바 있다(ASCE, 1997).

따라서, 본 연구에서는 다층 프레임에서 탄성좌굴해석에 의한 유효좌굴길이 산정 방법의 문제점을 분석하고, 확장계수(η)를 도입한 기하강성행렬의 변환을 통하여 강-프레임의 모든 부재에 합리적으로 적용할 수 있는 탄성좌굴해석법을 제안하였다. 본 연구에서 제안된 탄성좌굴해석에서는 확장계수를 도입한 고유치 해석을 반복 수행하여 수렴되는 값을 각 부재의 유효좌굴길이계수로 결정하였고, 타당성을 검증하기 위하여 6층 프레임을 대상으로, AISC 설계기준에 제시된 기존의 Story-based 방법과 Gantes와 Mageirou(2005)에 의하여 제안된 강성분배계수 방법(Stiffness distribution factor method)으로부터 구해진 유효좌굴길이계수들과 본 연구에서 계산된 각 부재의 유효좌굴길이계수와 비교하였다.

2. 보-기둥 부재의 안정성 평가식

AISC-LRFD 설계기준(2001)에서는 압축과 휨을 받는 보-기둥 부재의 안정성을 평가하기 위하여 식 (1)과 같은 평가식을 사용한다.

$$\begin{aligned} \frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2 \quad & \frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) \leq 1.0 \\ \frac{P_u}{\phi P_n} \leq 0.2 \quad & \frac{P_u}{2\phi P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) \leq 1.0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, P_u 는 설계하중에 의한 축방항력, P_n 는 공칭압축강도, M_{ux} 는 설계하중에 의한 설계휨모멘트, M_{nx} 는 공칭휨강도를 의미한다. 강-프레임의 설계에서 식 (1)을 적용하기 위해서는 각 부재의 유효좌굴길이를 산정하여 P_n 과 M_{ux} 를 결정하여야 한다. 그러나 강-프레임 구조는 각 부재가 상호 연결되어 있기 때문에 한 부재의 거동이 인접 부재에 영향을 주게 되므로 (Chen, 1987), 단일 기둥의 유효좌굴길이를 결정하는 방법과 같이 경계 조건만을 고려하여 각 부재의 유효좌굴길이를 결정할 수 없다.

현재, 강-프레임 구조의 각 부재의 유효좌굴길이를 결정하기 위한 방법으로 AISC-LRFD 설계기준(2001)에서는 Alignment Chart 방법과 Story-based 방법을 제시하고 있으며, 또한, 탄성좌굴해석을 이용하여 각 부재의 유효좌굴길이를 결정하는 방법이 동시에 적용되고 있다.

3. AISC-LRFD에 제시된 유효좌굴길이계수(K) 산정법

3.1 Alignment Chart 방법

Alignment Chart법은 일반적인 강-프레임 부재의 설계에서 유효좌굴길이계수(K-factor)를 결정하기 위하여 여러 가정하에 치점각 방정식을 적용하여 정리하면 횡변위가 구속된 프레임의 경우에는 식 (2)와 같은 식이 유도되고 횡변위가 구속되지 않은 프레임의 경우에는 식 (3)과 같은 식이 산정 된다 (Chen과 Lui, 1987).

$$\frac{G_A G_B}{4} (\pi/K)^2 + \left(\frac{G_A + G_B}{2} \right) \left[1 - \frac{\pi/K}{\tan(\pi/K)} \right] + \frac{2 \tan(\pi/2K)}{\pi/K} - 1 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{G_A G_B (\pi/K)^2 - 36}{6(G_A + G_B)} - \frac{(\pi/K)}{\tan(\pi/K)} = 0 \quad (3)$$

여기서, 접속부 거더에 대한 기둥의 강성비인 상대강성계수(Relative stiffness factor) G 값은 식 (4)와 같다.

$$G_A = \frac{\sum_A (EI/L)_c}{\sum_A (EI/L)_g}, \quad G_B = \frac{\sum_B (EI/L)_c}{\sum_B (EI/L)_g} \quad (4)$$

3.2 Story-based 방법

AISC-LRFD 설계기준(2001)에서는 각 층의 기둥 간 상호작용을 고려한 Story-based 방법에서 두 가지 접근법을 제시하고 있다. 첫 번째 방법은 Story-buckling 방법으로 유효좌굴길이계수를 식 (5)로 결정한다.(White와 Hajjar, 1997).

$$K = \sqrt{\frac{1}{P_u} \frac{\pi^2 EI}{L^2} \frac{\sum P_u}{\sum P_{cr}}} \quad (5)$$

여기서, 층에서의 P_u 는 부재의 압축력, $\sum P_u$ 는 그 층에 작용하는 압축력의 합, $\sum P_{cr}$ 좌굴강도의 합이다.

두 번째 방법은 프레임의 횡변위를 이용하는 Story-stiffness 방법이다. 기둥의 $P-\Delta$ 효과와 $P-\delta$ 효과를 고려하여 유효좌굴길이계수는 식 (6)에 의하여 결정한다.

$$K = \sqrt{\frac{1}{P_u} \frac{\pi^2 EI}{L^2} \frac{\sum P_u}{\frac{\sum HI}{\Delta_{oh}} (0.822)}} \quad (6)$$

여기서, $\sum HI$ 는 층에 작용하는 횡방향하중의 합, L 은 기둥의 길이, Δ_{oh} 는 횡방향 변위를 의미하며 i 는 임의의 부재는 의미한다.

4. 탄성좌굴해석에 의한 유효좌굴길이계수 산정법

강-프레임 각 부재의 유효좌굴길이는 고유치 해석으로 산정할 수 있으며 식 (7)과 같은 탄성좌굴해석에서 도출된 좌굴고유치를 이용하여 산정할 수 있다.

$$|[K_E] - \kappa [K_G]| = 0 \quad (7)$$

여기서, K_E 는 전체 구조물의 탄성강성행렬, K_G 는 기하강성행렬, κ 는 좌굴 고유치, $[a]$ 는 좌굴모드를 의미한다. 식 (7)의 좌굴고유치 κ 는 전체 구조물이 불안정 상태가 되는 하중에 대한 현재 하중의 비를 의미하고 이때의 하중을 탄성좌굴하중 P_{cr} 로 정의한다.

탄성좌굴해석에서 임의의 부재 i 의 유효좌굴길이계수는 식 (8)과 같이 결정한다.

$$K_i = \frac{\pi}{L_i} \sqrt{\frac{EI_i}{P_{\sigma,i}}} = \frac{\pi}{L_i} \sqrt{\frac{EI_i}{\kappa P_{u,i}}} \quad (8)$$

여기서, E 는 탄성계수, I 는 단면이차모멘트, P_u 는 해당부재의 발생되는 축력, L 은 기둥의 길이를 의미한다.

6. 제안된 확장계수 (η)의 적용과 의미

5.1 탄성좌굴석을 이용한 다층프레임의 유효좌굴길이 산정 시 문제점

탄성좌굴해석에서는 구조물의 모든 부재에 동일한 좌굴 고유치가 적용되기 때문에 부재에 작용되고 있는 압축력의 크기에 따라 좌굴하중이 결정된다. 다층 프레임의 경우, 저층부의 기둥에는 큰 축 압축력이 작용하며 고층부의 기둥에는 상대적으로 작은 축압축력이 발생된다. ASCE(1997)에서는 작은 압축력이 작용하는 고층부의 기둥의 유효좌굴길이계수는 식 (8)에 의하여 매우 크게 산정되어, 해당 부재의 좌굴강도는 매우 작게 산정된다고 지적하고 있다. 이러한 현상은 프레임이 고층화 될수록 크게 나타난다.

5.2 확장계수의 적용

본 연구에서 전체 기하강성행렬을 구성할 때, 평가하고자 하는 임의 층의 기둥 요소들에 대한 기하강성행렬에 다음과 같이 확장계수 η 를 포함시켜 식 (9)와 같이 수정된 기하강성행렬 $\overline{[K_G]} = \eta [K_G]$ 를 작성한다.

$$\overline{[K_G]} = \eta [K_G] \quad (9)$$

식 (9)는 평가하고자 층의 기둥들에 해당하는 기하강성행렬에 임의의 확장계수를 도입하여 좌굴에 취약한 층으로 변환시킴으로써 탄성좌굴해석을 적용하여 해당 층의 기둥의 적절한 유효좌굴길이계수를 결정할 수 있다. 이와 같이 정의된 식 (9)를 통하여 전체 기하강성행렬을 새롭게 구성하며, 개선된 탄성좌굴해석식과 유효좌굴길이를 구성할 수 있다. 확장계수를 서서히 증분하여 결정되는 유효좌굴길이계수의 수렴값을 최종 유효좌굴길이계수로 결정한다. 그림 1은 이 절차를 순서도로 나타낸 것이다.

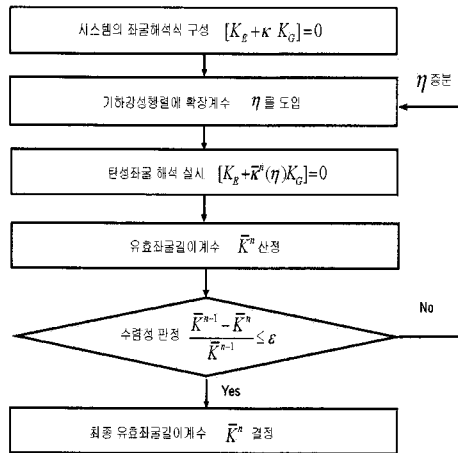


그림 1 확장계수 적용의 흐름

7. 검증

검증모델로 그림 2에 나타난 3경간 6층 프레임을 선택하였다. 강-프레임의 모든 기둥단면은 W10×60으로

되어 있고, 거더의 단면은 W24×62을 사용하였다. 층당 높이는 5m, 경간 길이는 10m로 가정하였으며 탄성계수는 2.1×10^8 kPa을 사용하였고 하부로 갈수록 작용하는 하중이 증가하도록 모델링 하였다.

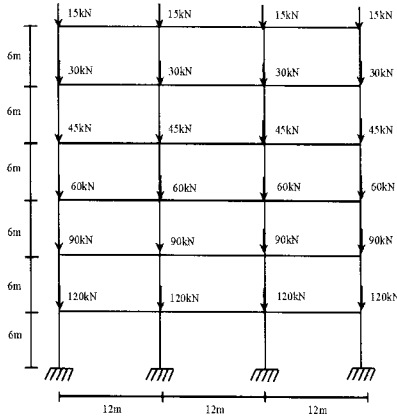


그림 2 3경간 6층 프레임

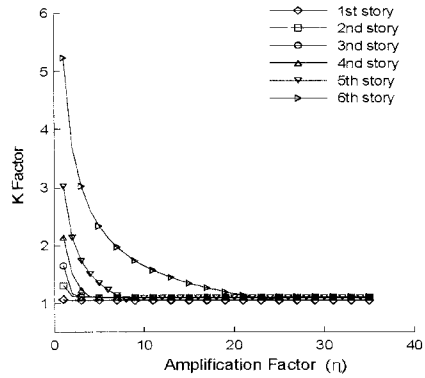


그림 3 확장계수 적용에 따른 유효좌굴길이계수의 변화

그림 3은 강-프레임 구조의 각 층에 위치하는 부재에 확장계수를 적용함에 유효좌굴길이계수의 변화를 나타낸 것이다. 종축은 부재의 유효좌굴길이계수를 의미하며 횡축은 적용된 확장계수를 의미한다.

그림 3에서 볼 수 있듯이, 확장계수의 증가에 따라 좌굴강도에 큰영향을 미치는 최하층(1층)의 유효좌굴길이 계수의 변화가 없으나 최하층을 제외한 다른 층의 부재의 경우에는 확장계수가 적용되지 않은 상태에서 큰 유효좌굴길이계수를 갖는 것으로 나타나며, 확장계수가 증가함에 따라 전체 좌굴안정성에 미치는 영향이 다른 부재에 비하여 가장 크게 되는 시점에서 일정한 값으로 수렴하고 있음을 알 수 있다.

표 1은 2경간 6층 강-프레임 구조에 대하여 AISC LRFD 설계기준(2001)에 제시된 Story-based 방법들에 의한 유효좌굴길이계수와 Gantes와 Mageirou(2005)에 의하여 제안된 강성분배계수법, 기존의 탄성좌굴해석 및 제안된 확장계수를 적용한 탄성좌굴해석의 유효좌굴길이계수를 비교하여 정리한 것이다. 또한 그림 4은 각 층에 따른 부재의 유효좌굴길이계수를 그래프로 나타낸 것이다.

표 1 유효좌굴길이계수의 비교 검증

층	Story-buckling	Story Stiffness	Stiffness Distribution Method	Elastic Buckling Analysis	Proposed Method
1층	1.104	1.087	1.073	1.068	1.054
2층	1.207	1.226	1.143	1.308	1.107
3층	1.207	1.233	1.143	1.655	1.107
4층	1.207	1.235	1.140	2.137	1.107
5층	1.207	1.237	1.138	3.022	1.107
6층	1.157	1.229	1.142	5.234	1.111

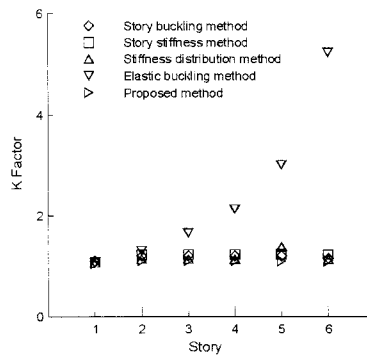


그림 4 유효좌굴길이계수의 비교

표 1과 그림 4에서 확인할 수 있는 바와 같이 기존의 탄성좌굴해석은 상대적으로 압축력이 미소하게 발생하는 고층부에서는 다른 방법에 의한 유효좌굴길이계수와 많은 차이가 나는 것을 알 수 있다. 한편, 본 연구에서 제안된 확장계수를 적용한 탄성좌굴해석은 강-프레임의 층에 관계없이 모든 부재에서 Story-based 방법들과 강성분배계수방법에 의한 유효좌굴길이계수와 잘 일치하는 경향을 보였다.

8. 결론

- (1) 본 연구에서 제안된 확장계수를 적용한 탄성좌굴해석방법은 강-프레임 구조의 각 층에 위치하는 부재에 임의의 확장계수를 도입하여 반복 고유치해석으로부터 수렴된 부재의 유효좌굴길이계수를 산정하는 해석 방법으로 Story-based 방법과 강성분배계수 방법에 의한 해석결과와 잘 일치하였다.
- (2) 기존의 탄성좌굴해석 방법은 압축력이 상대적으로 미소하게 발생하는 부재에 대해서는 적용할 수 없다.
- (3) 제안된 탄성좌굴해석방법은 컴퓨터를 이용한 일괄해석이 가능하기 때문에 AISC LRFD 설계기준에 제시된 다른 이론적인 해석방법에 비하여 보다 효율적으로 부재의 유효좌굴길이계수를 산정할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원된 건설교통부 건설핵심기술연구개발사업에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- AISC (2001), "Manual of Steel Construction, Load and Resistance Factor Design 3rd Edition", America Institute of Steel Construction, Chicago(IL)
- ASCE (1997) Effective Length and Notional load Approaches for Assessing Frame Stability, ASCE Technical Committee on Load and Resistance Factor Design, New York
- Chen, W.F and Lui, E.M. (1987) Structural Stability; Theory and Implementation, ELSEVIER, New York
- Gantes, C.J and Mageirou, G.E (2005) Improved Stiffness Distribution Factors for Evaluation of Effective Buckling Lengths in Multi-Story Sway Frames, *Engineering Structures*, (27), pp.1113-1124.
- White, D.W and Hajjar, J.F. (1997a) Buckling Models and Stability Design of Steel Frames: a Unified Approach, *Journal of Constructional of Steel Research*, 42(3), pp.171-207.
- Yura, J.A (1971) The Effective Length of Column in Unbraced Frames, *Engineering Journal*, AISC, 8(2), pp.49-67.