병합연료비함수를 이용한 경제급전 알고리즘 개발

민경일, 하상현, 이수원, 문영현
연세대학교

Function Merger Algorithm for Economic Dispatch

Kyung-Il Min, Sang-Hyeon Ha, Su-Won Lee, Young-Hyun Moon
Yonsei University

Abstract - This paper presents a new systematic approach to find a global solution to economic dispatch (ED) with multiple fuel units using a function merger (FM). Currently, no systematic approach has been developed to find a global solution to economic dispatch with multiple fuel units. Various heuristic methods have been proposed, however it is almost impossible to guarantee a global solution by those methods yet. The proposed method uses the FM and λ-P functions. A FM merges several fuel cost functions into one that satisfies the optimal conditions of an ED. The FM procedures are described in detail with illustrative examples.

1. 서 론

경제급전은 발전기의 총연료비용이 최소가 되도록 전력계통의 총부하량을 배분하는 최적화 문제이다. 최근 십수년간 다양한 형태의 연료비함수를 갖는 경제급전문제가 연구되었다. 대표적인 것이 복합연료발전기(multiple fuel unit), 발전밸브의 영향(valve point effect), 발전금지구간(prohibited operating zone) 등을 고려한 연구[5]이다. 일반적으로 경제급전을 계산하기 위해 사용되는 라그랑지 승수법[7]은 위에서 언급한 경제급전의 경우 비선형특성으로 인해 사용할 수가 없다.

복합연료발전기를 고려한 경제급전은 1984년 C. E. Lin과 G. L. Viviani에 의해 처음 제기되었고[4], 최근까지도 많은 연구가 이루어졌다. 대부분 휴리스틱 알고리즘[5]을 중심으로 연구되어 졌으며, 많은 진보가 있었지만 아직도 전역해를 보장할 수 없고 시간이 오래 걸리는 문제 등으로 앞으로 더 많은 연구를 필요로 하고 있다. 혼합정수계획법[6]도 전역해를 찾는 하나의 대안이 될 수 있으나 발전기의 수가 상당히 클 경우 'curse of dimension'의 문제를 야기할 수 있다.

본 논문에서는 복합연료발전기를 고려한 경제급전문제를 풀기 위하여 Function Merger (FM; 함수병합법)를 제안하였고, 이를 이용하여 경제급전 해를 구하였다. 함수병합법은 여러 개의 연료비 함수를 라그랑지 승수법에 의한 연료비 등증분 조건을 만족하는 하나의 병합 연료비 함수로 나타내는 것을 말한다. 병합연료비함수를 이용하면 발전기 연료조합별로 발전출력에 대한 연료비용을 직접적으로 비교할 수 있기 때문에 전역최적해를 구하는 것이 가능하다. 함수병합법을 구현하기 위해 λ-P 함수법[1]-[3]을 사용하였으며, λ-P 함수법은 한계연료비 곡선의 P와 λ의 축을 서로 바꾸어 경제급전을 구하는 알고리즘으로 기존의 경제급전을 매우 쉽게 처리할 수 있다.

본 논문은 복합연료발전기를 고려한 경제급전 알고리즘의 핵심적인 부분만 다루었으며, 추가적인 제약조건들은 다루지 않았다.

2. 본 론

2.1 경제급전 문제의 정식화

경제급전은 다음과 같은 최적화문제로 정식화할 수 있다[7].

$$\min \sum_{i=1}^{n_g} F_i(P_i) \tag{1}$$

$$s.t. \sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D + P_{Loss} \tag{2}$$

$$P_i^{\min} \le P_i \le P_i^{\max} \quad \text{for } i = 1, \ldots, n_g \tag{3}$$

단,

F_i	발전기 i의 연료비 함수
P_i	발전기 i의 발전출력
P_D	총부하량
P_{Loss}	총손실
$P_i^{\min}$	발전기 i의 최소출력
$P_i^{\max}$	발전기 i의 최대출력
n_g	총 발전기 수

문제를 단순화하기 위하여 P_{Loss}는 종종 생략되거나 P_D에 포함시킨다. 그리고 연료비 함수는 비선형 특성을 가지지만 보통 다음과 같이 2차 함수로 근사화하여 사용한다.

$$F_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i \tag{4}$$

이 때, a_i, b_i, c_i는 발전기 i의 연료비용계수이다.

혼합연료발전기의 경우 연료비 함수는 다음과 같이 표현할 수 있다[5].

$$F_i(P_i) = \begin{cases} a_{i1}P_i^2 + b_{i1}P_i + c_{i1} & \text{if } P_{i1}^{\min} \le P_i \le P_{i1}^{\max} \\ a_{i2}P_i^2 + b_{i2}P_i + c_{i2} & \text{if } P_{i2}^{\min} \le P_i \le P_{i2}^{\max} \\ \vdots & \vdots \\ a_{in}P_i^2 + b_{in}P_i + c_{in} & \text{if } P_{in}^{\min} \le P_i \le P_{in}^{\max} \end{cases} \tag{5}$$

이 때, a_i, b_i, c_i는 발전기 i의 연료비용계수이며, $P_{ij}^{\min}$는 $P_{i-1,j}^{\max}$와 같은 값이다.

2.2 λ-P 함수법 (λ-P function method)

λ-P 함수법[1]-[3]을 이용한 경제급전은 쌍대성 이론을 기반으로 그림 1과 같이 한계연료곡선의 P축과 λ축을 서로 바꾼 λ-P 함수($\lambda(P)$)를 이용한 방법이다. λ-P 함수법은 한계연료비용 λ가 결정되면, 전체발전출력량을 직접적으로 구할 수 있다는 사실을 이용한 것이다.

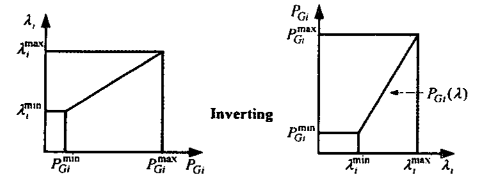

그림 1. 한계연료비 곡선의 인버팅 과정

경제급전의 연료비 등증분 조건을 고려하면, 전체 발전량 P_{Gttl}과 최적의 한계발전비용 λ^*는

$$P_{Gttl}(\lambda^*) = \sum_{i=1}^{n_g} P_{Gi}(\lambda^*) = P_D \tag{6}$$

로 나타낼 수 있다.

P_{Gttl}이 단순증가함수라고 가정하면 최적의 한계발전비용 λ^*는 bisection법이나 내삽법 등을 이용하여 구할 수 있다. λ-P 함수법은 발전출력 제약조건에 대한 정보가 $P_{Gi}(\lambda)$에 모두 내포되어 있기 때문에 Kuhn-Tucker 조건을 적용할 필요가 없는 것이 특징이며, must-run 조건을 쉽게 처리할 수 있다는 장점이 있다.

3대의 발전기 시스템에 대한 λ-P 함수법 예를 그림 2에서 그래프로 설명하였다. 1번과 3번 발전기는 must-run 조건하에 운전되고 있으며, 2번 발전기는 경제적 효율에 따라 가동중지를 할 수 있는 경우를 나타내었다.

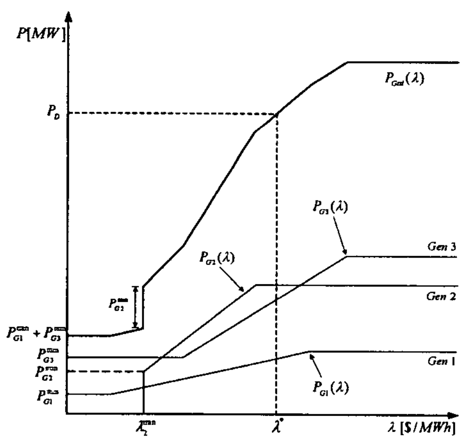

그림 2. 발전기 3대의 $P_{Gi}(\lambda)$ 및 $P_{Gttl}(\lambda)$

λ-P 함수법을 이용한 경제급전은 다음의 4단계로 이루어진다.

Step 1) 모든 발전기에 대하여 P-λ 함수를 λ-P 함수로 인버팅한다.

Step 2) 모든 발전기의 λ-P 함수를 합하여 총발전함수 $P_{Gttl}(\lambda)$을 구한다.

Step 3) Bisection법이나 내삽법 등을 이용하여, 식(6)으로부터 λ^*를 구해낸다.

Step 4) $P_{Gi}(\lambda^*)$를 이용하여 각 발전기의 발전출력을 구한다.

2.3 제안된 알고리즘

2.3.1 함수병합법 (Function Merger; FM)

두 발전기가 다음의 연료비함수를 가진다고 가정해 보자.

$$F_1(P_1) = \frac{1}{2}a_1 P_1^2 + b_1 P_1 + c_1 \tag{7}$$

$$F_2(P_2) = \frac{1}{2}a_2 P_2^2 + b_2 P_2 + c_2 \tag{8}$$

함수병합법의 목적은 경제급전의 연료비 등증분 조건을 만족하는 동시에 두 개(혹은 그 이상)의 연료비함수를 하나의 연료비 함수로 나타내는 것이다.

P가 두 발전기가 부담해야할 발전출력량이라고 하면 연료비 등증분 조건은

$$a_1 P_1^* + b_1 = a_2 P_2^* + b_2 = \lambda^* \tag{9}$$

$$P_1^* + P_2^* = P \tag{10}$$

로 나타낼 수 있다.

식(9)를 식(10)에 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$P_1^* = m_1 P + n_1 \tag{11}$$

$$P_2^* = m_2 P + n_2 \tag{12}$$

$$단,\ m_1 = \frac{a_2}{a_1+a_2},\quad m_2 = \frac{a_1}{a_1+a_2}$$

$$n_1 = \frac{b_2-b_1}{a_1+a_2},\quad n_2 = \frac{b_1-b_2}{a_1+a_2}$$

식(9)~식(12)를 이용하면 두 발전기의 연료비함수로부터 식(13)과 같이 병합연료비함수를 유도할 수 있다.

$$F_{merg}(P) = F_1(P_1^*) + F_2(P_2^*) \tag{13}$$

식(13)을 다시 정리하면 다음의 병합연료비함수를 얻을 수 있다.

$$F_{merg}(P) = \frac{1}{2}a_m P^2 + b_m P + c_m \tag{14}$$

$$단,\ a_m = a_1 m_1^2 + a_2 m_2^2$$

$$b_m = a_1 m_1 n_1 + a_2 m_2 n_2 + b_1 m_1 + b_2 m_2$$

$$c_m = \frac{1}{2}a_1 n_1^2 + \frac{1}{2}a_2 n_2^2 + b_1 n_1 + b_2 n_2 + c_1 + c_2$$

2.3.2 사례연구

함수병합법을 이용한 경제급전 알고리즘의 이해를 돕기 위하여 3대의 발전기 시스템에 대한 사례연구를 하였다. 3대의 발전기가 다음과 같은 연료비 함수를 갖는다고 하자.

$$F_1(P_1) = 0.002415P_1^2 - 0.2871P_1 + 13.73,\quad 100 \le P_1 \le 230 \tag{15}$$

$$F_2(P_2) = \begin{cases} 0.001524P_2^2 - 0.4116P_2 + 39.24, & 180 \le P_2 \le 306 \\ 0.001875P_2^2 - 0.8245P_2 + 132.71, & 306 \le P_2 \le 390 \end{cases} \tag{16}$$

$$F_3(P_3) = \begin{cases} 0.000902P_3^2 - 0.07298P_3 + 22.96, & 200 \le P_3 \le 364 \\ 0.00189P_3^2 - 0.9746P_3 + 220.36, & 364 \le P_3 \le 450 \end{cases} \tag{17}$$

식(15)~식(17)을 이용하여 λ-P 함수를 구하면,

$$P_1(\lambda) = 207.0\lambda + 59.4,\quad 0.196 \le \lambda \le 0.824 \tag{18}$$

$$P_2(\lambda) = \begin{cases} 328.1\lambda + 135.0, & 0.137 \le \lambda \le 0.521 \\ 266.7\lambda + 219.9, & 0.323 \le \lambda \le 0.638 \end{cases} \tag{19}$$

$$P_3(\lambda) = \begin{cases} 554.1\lambda + 40.4, & 0.288 \le \lambda \le 0.584 \\ 264.6\lambda + 257.8, & 0.401 \le \lambda \le 0.726 \end{cases} \tag{20}$$

이 된다.

그림 3은 식(18)~식(20)의 λ-P 함수를 그래프로 나타낸 것이다.

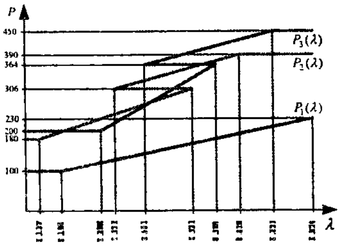

그림 3. 3대의 발전기의 λ-P 함수

먼저, $P_1(\lambda)$를 $P_{21}(\lambda)$과 $P_{22}(\lambda)$와 병합시켜서 그림 4과 같이 $P^a_{1+2}(\lambda)$와 $P^b_{1+2}(\lambda)$를 구한다. $P^a_{1+2}(\lambda)$와 $P^b_{1+2}(\lambda)$는 표 1에 나타내었다.

다음으로는, $P^a_{1+2}(\lambda)$와 $P^b_{1+2}(\lambda)$중 P에 대해서 연료비용이 적은 부분만을 취하여 $P_{1+2}(\lambda)$를 구한다. $P_3(\lambda)$도 위에서와 마찬가지 방법으로 $P_{1+2}(\lambda)$와 병합하여 $P^a_{1+2+3}(\lambda)$, $P^b_{1+2+3}(\lambda)$, $P_{1+2+3}(\lambda)$를 구하며 표 1, 표 2에 나타내었다.

마지막으로 각 발전기의 발전출력을 계산하기 위하여 $P_{1+2+3}(\lambda)$에서 총수요 P_D가 속하는 구간을 찾아 λ^*를 구한다. P_D가 속하는 구간의 연료조합을 이용하여 λ^*가 $\lambda_{ij}^{\min}$와 $\lambda_{ij}^{\max}$ 사이에 있으면 λ-P 함수를 이용하여 발전출력을 계산한다. λ^*가 $\lambda_{ij}^{\min}(\lambda_{ij}^{\max})$보다 작으면(크면) 발전출력은 $P_{ij}^{\min}(P_{ij}^{\max})$가 된다.

표 1. 발전구간에 따른 병합연료비 함수
$P^a_{1+2}(\lambda)$, $P^b_{1+2}(\lambda)$, $P^a_{1+2+3}(\lambda)$, $P^b_{1+2+3}(\lambda)$

	Rng	P_{min}	P_{max}	λ_{min}	λ_{max}	a	b	c	Fuel
$P^a_{1+2}(\lambda)$	1	280	299.31	0.137	0.196	104.81	-0.7164	0.001524	11
	2	299.31	473.33	0.196	0.521	51.99	-0.3634	0.000934	11
$P^b_{1+2}(\lambda)$	1	432.31	581.53	0.323	0.638	129.61	-0.5896	0.001056	12
	2	581.53	620	0.638	0.824	589.36	-2.1708	0.002415	12
$P^a_{1+2+3}(\lambda)$	1	480	499.31	0.137	0.196	353.51	-1.3260	0.001524	111
	2	499.31	548.59	0.196	0.288	206.51	-0.7372	0.000934	111
	3	548.59	729.71	0.288	0.454	63.46	-0.2157	0.000459	111
	4	729.71	919.94	0.399	0.584	118.49	-0.3111	0.000486	121
	5	919.94	945.53	0.584	0.638	600.04	-1.3580	0.001056	121
	6	945.53	984	0.638	0.824	1815.47	-3.9289	0.002415	121
$P^b_{1+2+3}(\lambda)$	1	644	663.31	0.137	0.196	683.53	-1.8259	0.001524	112
	2	663.31	773.24	0.196	0.401	424.10	-1.0437	0.000934	112
	3	773.24	824.08	0.401	0.465	239.28	-0.5656	0.000625	112
	4	824.08	833.42	0.382	0.401	600.11	-1.3580	0.001056	122
	5	833.22	1008.15	0.401	0.638	337.39	-0.7276	0.000677	122
	6	1008.15	1049.83	0.638	0.726	726.63	-1.4998	0.001060	122
	7	1049.83	1070	0.726	0.824	2219.78	-4.3443	0.002415	122

표 2. 발전구간에 따른 병합연료비 함수
$P_{1+2}(\lambda)$, $P_{1+2+3}(\lambda)$

	Rng	P_{min}	P_{max}	λ_{min}	λ_{max}	a	b	c	Fuel
$P_{1+2}(\lambda)$	1	280	299.31	0.137	0.196	104.81	-0.7164	0.001524	11
	2	299.31	453.16	0.196	0.483	51.99	-0.3634	0.000934	11
	3	453.16	581.53	0.367	0.638	129.61	-0.5896	0.001056	12
	4	581.53	620	0.638	0.824	589.36	-2.1708	0.002415	12
$P_{1+2+3}(\lambda)$	1	480	499.31	0.137	0.196	353.51	-1.3260	0.001524	111
	2	499.31	548.59	0.196	0.288	206.51	-0.7372	0.000934	111
	3	548.59	729.71	0.288	0.454	63.46	-0.2157	0.000459	111
	4	729.71	881.87	0.399	0.547	118.49	-0.3111	0.000486	121
	5	881.87	1008.15	0.467	0.638	337.39	-0.7276	0.000677	122
	6	1008.15	1049.83	0.638	0.726	726.63	-1.4998	0.001060	122
	7	1049.83	1070	0.726	0.824	2219.78	-4.3443	0.002415	122

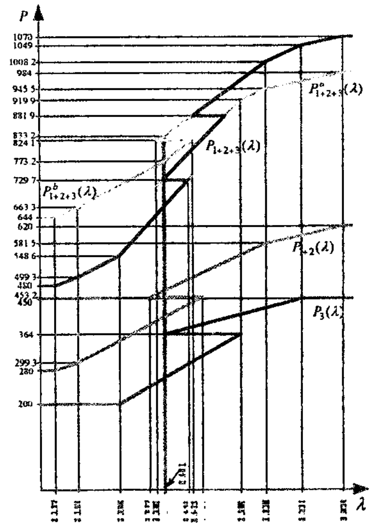

그림 4. 연료비함수를 병합을 구한 $P_{1+2+3}(\lambda)$

3. 결 론

본 논문은 혼합연료발전기를 고려한 경제급전 알고리즘을 제안하였다. λ-P 함수법을 기반으로 한 함수병합법을 이용하여 해를 구하였다. λ-P 함수법을 간략히 소개하였고, 병합연료비함수의 계수를 수학적으로 유도해 내었다. 병합연료비함수를 이용하면 발전기 조합간에 발전출력(P)에 대한 직접적인 비용비교가 가능하여, 발전출력구간별 최적발전조합을 구해낼 수 있다. 제안된 방법을 이용하여 3대의 발전기 시스템에 대한 시뮬레이션을 수행하여, 실제계통에 적용을 위한 가능성을 보였다.

[참 고 문 헌]

[1] K. I. Min, J. G. Lee, S. J. Kim, H. S. Hong and Y. H. Moon, Economic dispatch algorithm by λ-P tables reflecting actual fuel cost curves, presented at the *IFAC Symposiumon PPS*, Kananaskis, Canada, Paper No. pps533, 2006.

[2] Y. H. Moon, J. D. Park, H. J. Kook and Y. H. Lee, A new economic dispatch algorithm considering any higher order generation cost functions, *Int. Jounal of Elec. Power & Energy Syst.*, vol.23, pp. 113-118, 2000.

[3] M. Madrigal and V. H. Quintana, An analytical solution to the economic dispatch problem, *IEEE Power Eng. Review*, pp. 52-55, 2000.

[4] C. E. Lin and G. L. Viviani (1984), Hierarchical economic dispatch for piecewise quadratic cost functions, *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol.PAS-103, no.6, pp.1170-1175, 1984.

[5] A. Immanuel Selvakumar and K. Thanushkodi, A new particle swarm optimization solution to nonconvex economic dispatch problems, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol.22, no.1, pp.42-51, 2007.

[6] Tao Li and M. Shahidehpour, Price-based unit commitment: a case of lagrangian relaxation versus mixed integer programming, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol.20, no.4, pp. 2015-2025, 2005.

[7] A. J. Wood and B. F. Wollenberg, *Power Generation,Operation, and Control*. 4th, 1996.