

축소 모델을 이용한 위상여유와 등 제동 특성을 만족하는 PID 제어기 설계

Design of PID Controller to Ensure Specified Phase margin and Iso-damping property Using Reduction Model

조 준호*, 황 형수**
(Cho Joon-Ho, Hwang Hyung-Soo)

Abstract - In this paper, a new method is proposed for robust proportional- integral - derivative (PID) control that is to ensure specified phase margin and iso - damping property using reduction model. This method is based on the second order plus dead time(SOPDT) reduction model of the high order model. Reduction model used to ensure iso-damping property in the feature frequency. Simulation results gives proof of effectiveness of proposed method.

Key Words : Robust PID controll, iso - damping, phase margin, Model reduction.

1. 장 서 론

최근 제어이론의 급격한 발전에도 불구하고 실제의 산업현장에서는 구조가 간단하며, 제어성능이 우수하고 파라미터 조정을 비교적 쉽게 할 수 있는 PID(Proportional and Integral and Derivative)제어기가 광범위하게 사용되고 있다. 비록 다양한 PID 제어기 설계 방법으로 연구되어지고 있지만([1]~[6]), 아직까지도 Ziegler-Nichols의 임계진동법이 널리 쓰이고 있다. 임계진동법은 공정의 임계 이득과 임계 주파수의 측정에 근거하여, 제어 파라미터값을 간단한 공식으로 계산할 수 있다. 1984년 Astrom과 Hagglund는 간단한 릴레이 실험에서 임계이득과 임계주파수를 구할 수 있는 자동 동조 방법을 제시 하였다.([7],[8]) 이때 시스템의 임계이득과 임계 주파수를 얻기 위해서 묘사 함수를 사용한다. 릴레이 동조 실험을 통해 얻은 정보는 상대 안정도인 이득과 위상을 만족하는 PID 제어기를 설계할 때에도 사용되어질 수 있다.

이렇게 릴레이 동조 실험을 통하여 설계된 PID 제어기는 외부로부터 외란 및 센서 변화 등의 영향에서는 만족할 만한 제어 성능을 얻을 수 없다. 따라서 잡음 등의 영향에 둔감한 제어기에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다. 이와 같이 시스템의 강인성을 보장하는 제어 방법을 강인 제어라 하며, 그 중 한 가지 방법으로 등 제동의 특성을 이용한 방법이다.([14],[15]) 이 방법은 루프 전달함수의 특정 주파수 ω_g 에서 위상 Bode 선도가 이득의 변화에 둔감한 반응을 보이도록 임의의 구간에서 성능 사양에 맞는 위상여유를 유지하도록 하는 것이다. 등 제동의 특성을 이용한 설계방법의 선결 요소로써 제어 공정의 주파수 전달함수의 특정 주파수 ω_g 에서 크기 및 위상에 대한 미분 값이 반드시 필요하다. 이와 같은

이유로 저차 시스템에 대해서는 적용이 용이하나, 고차 시스템에 대해서는 적용하기 어려운 문제점이 존재 한다. 본 논문에서는 2차의 지연시간을 갖는 축소 모델을 이용하여 특정 주파수 ω_g 에서 위상여유와 등 제동의 성질을 동시에 만족하는 강인 제어기의 일반화된 설계 방법을 제안한다.([9]~[13]) 시뮬레이션 통하여 고차의 모델에 대한 위상여유와 등 제동의 특성을 동시에 만족하는 강인 제어기를 설계할 수 있음을 확인하였다. 본 논문의 구성은 개선된 모델 축소 알고리즘, 위상여유와 등 제동의 특성을 만족하는 PID 제어기 설계, 시뮬레이션 및 고찰, 결론으로 구성되어 있다.

2. 장 본 론

2.1 위상여유와 등제동의 특성을 만족하는 건설제어기 설계

본 장에서는 주파수 영역에서 Nyquist 선도를 이용한 2차의 지연시간을 갖는 축소 모델을 구하는 알고리즘과 그림 1과 같이 위상여유와 등 제동의 특성을 만족하는 PID 제어기 설계에 관하여 설명하며, 시뮬레이션을 통하여 제안된 방법의 우수성을 확인한다.

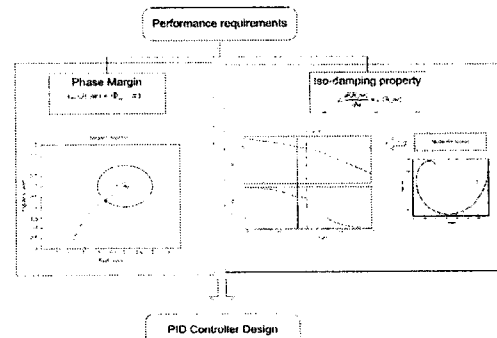


그림 1. 위상여유와 등제동의 특성을 만족하는 PID 제어기설계

저자 소개

* 조준호 : 國光大學 制御計測工學科 專任講師 · 王博

** 황 형수 : 國光大學 制御計測工學科 教授 · 王博

2.1.1 개선된 축소 모델 알고리즘

1 단계) Nyquist 응답 확인

고차 모델의 Nyquist 선도를 확인하여 주파수 응답이 복소평면의 전 영역을 통과하는지를 확인하여 통과하면 고차 모델은 식 (1)과 같고, 통과하지 않으면 식(2)와 같이 고차 모델에 미소의 지연시간을 첨가하여 주파수 응답이 복소평면의 전 영역을 통과하도록 한다.

Nyquist 선도가 복소평면의 모든 영역을 통과할 경우의 고차 모델은 식 (1)과 같다.

$$G(s) = \frac{\beta_0 s^m + \beta_1 s^{m-1} + \dots + \beta_{m-1} s + \beta_m}{s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n} \quad (1)$$

Nyquist 선도가 복소평면의 모든 영역을 통과하지 않을 경우의 고차 모델에 미소의 지연시간을 첨가하여 식 (2)과 같다.

$$G(s) = \frac{(\beta_0 s^m + \beta_1 s^{m-1} + \dots + \beta_{m-1} s + \beta_m)(e^{-ps})}{s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n} \quad (2)$$

식(1)또는 식(2)의 고차 모델로부터 2차의 지연시간을 갖는 축소모델은 식 (3)와 같다.

$$\hat{G}(s) = \frac{e^{-Ls}}{as^2 + bs + c} \quad (3)$$

여기서, 축소 모델을 2차로 하는 이유는 1차 모델은 특성 방정식의 근이 단지 실근만 있어서, 고차 모델의 모든 상태를 나타 낼 수 없지만, 2차 모델은 특성 방정식이 근이 실근, 중근, 허근이 모두 존재하므로 고차 모델의 모든 상태를 나타 낼 수 있기 때문이다.

2 단계) 축소모델의 파라미터 c 값 결정

축소 모델의 파라미터 a, b, c, L 값은 Nyquist 선도의 4점 ($\angle G(jw_a) = 0$, $\angle G(jw_b) = -\pi/2$, $\angle G(jw_c) = -\pi$, $\angle G(jw_d) = -3\pi/2$)에서 고차 모델과 축소 모델의 주파수 응답을 일치시킴으로써 구할 수 있다. 식 (2)의 e^{-sL} 을 오일러 공식을 적용하면 식(4)와 같다.

$$\hat{G}(jw) = \frac{\cos(wL) - jsin(wL)}{c - aw^2 + jbw} \quad (4)$$

Nyquist 선도의 4점에서 고차 모델과 축소 모델이 같게 한다는 조건에서($G(jw_a) = \hat{G}(jw_a)$),

$$G(jw_b) = \hat{G}(jw_b), \quad G(jw_c) = \hat{G}(jw_c),$$

$$G(jw_d) = \hat{G}(jw_d) \text{ 식(5)~(8)을 유도할 수 있다.}$$

$$c - aw_a^2 + jw_a b = \frac{\cos(w_a L) - jsin(w_a L)}{|G(jw_a)|} \quad (5)$$

$$c - aw_b^2 + jw_b b = \frac{\cos(w_b L) - jsin(w_b L)}{-j|G(jw_b)|} \quad (6)$$

$$c - aw_c^2 + jw_c b = \frac{\cos(w_c L) - jsin(w_c L)}{-|G(jw_c)|} \quad (7)$$

$$c - aw_d^2 + jw_d b = \frac{\cos(w_d L) - jsin(w_d L)}{|G(jw_d)|} \quad (8)$$

c값은 정상상태값을 의미하므로 식(9)를 통하여 구할 수

있다.

$$\hat{c} = \frac{1}{|G(0)|} \quad (9)$$

축소 모델의 a,b,L값은 서로 종속관계에 있으므로, 수식적으로는 구하기 어렵다. 본 논문에서는 유전자 알고리즘을 사용하여 식(5)~(8)을 만족하는 최적의 a,b,L을 구하였다.

3단계) 최적의 a, b, L 값 결정

유전자 알고리즘을 이용하려면 축소모델의 파라미터 a_1, b_1, L_1 값의 초기치가 필요하다. 본 논문에서는 Wang의 방법에 의한 값을 초기값으로 적용하였다.

각 파라미터의 범위는 $0 \leq a \leq 2a_1, 0 \leq b \leq 2b_1, 0 \leq L \leq 2L_1$ 로 하였다. 적용된 최적화 기법은 단순 유전자 알고리즘으로, 사용된 선택연산은 룰렛방식, 교배연산은 단일 교배, 돌연변이 연산은 선택된 비트를 반전시키는 invert 방식을 적용했다. 또한 세대는 30세대, 군집은 50개체, 각 파라미터 문자열의 길이를 이진 형태로 15비트, 교배율은 60%, 돌연변이 발생율은 10%로 적용했다.

또한 적합도 평가 함수(J)는 Nyquist 선도의 세 점에서 오차의 합이 최소가 되도록 하였다.

$$J = \sum_w (|G(jw)| - |\hat{G}(jw)|) \quad (10)$$

여기서 $w = w_b, w_c, w_d$ 이다.

4 단계) 첨가된 지연시간 제거

1단계에서 Nyquist 응답이 복소평면의 전 영역을 통과하지 않으면 미소의 지연시간 e^{-ps} 을 첨가 하였다. 4단계에서는 첨가된 지연시간을 제거함으로써 실제 모델의 축소모델을 구하는 단계이다.

앞에서 설명한 축소 모델의 알고리즘을 적용하면 정상상태 및 과도 상태 모두를 고려하여 실제 고차 모델의 축소 모델을 구할 수 있다.

2.2 위상여유와 등 제동의 특성을 만족하는 PID동조

2차의 지연시간을 갖는 축소 모델을 이용하여 특정의 위상여유와 등 제동의 특성을 동시에 만족하는 PID 제어기 동조 알고리즘은 아래와 같다.

제어 공정의 전달함수를 $G_p(s)$, 제어기의 전달함수 $G_c(s)$ 라 하며, 특정의 위상여유를 Φ_m , 등 제동의 특성을 식으로 나타내면 식 (11)~(13)와 같다.

$$|G_c(jw_g) G_p(jw_g)| = 1 \quad (11)$$

$$\Phi_m = \arg[G_c(jw_g) G_p(jw_g)] + \pi \quad (12)$$

$$\angle \frac{dG(s)}{ds} \Big|_{s=jw_g} = \angle G(s) \Big|_{s=jw_g} \quad (13)$$

여기서, w_g 는 Nyquist 곡선의 진폭이 1인 점과 만나는 주파수 즉, 이득 교차 주파수를 의미한다.

PID 제어기의 전달함수 $G_c(s)$ 을 식 (14), 2차의 지연시간을 갖는 제어공정 전달함수를 식 (15)로 나타내었다.

$$G_c(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \quad (14)$$

$$G_p(s) = \frac{e^{-sL}}{as^2 + bs + s} \quad (15)$$

여기서 $k_i = \frac{k_p}{T_i}$, $k_d = k_p T_d$ 이다.

식 (14)의 주파수 전달함수 $G_c(jw)$ 는 식 (16)과 같으며, 크기와 각도의 값은 식 (17), (18)과 같다.

$$G_c(jw) = k_p \left(1 + \frac{1}{jw T_i} + jw T_d \right) \quad (16)$$

$$|G_c(jw)| = |k_p| \sqrt{1 + \left(\frac{w^2 T_i T_d - 1}{w T_i} \right)^2} \quad (17)$$

$$\angle G_c(jw) = \tan^{-1} \left(\frac{w^2 T_i T_d - 1}{w T_i} \right) \quad (18)$$

개루프 주파수 전달함수 $G(jw)$ 의 w 에 대한 미분 함수 $\frac{dG(jw)}{dw}$ 는 식 (19)와 같다.

$$\frac{dG(jw)}{dw} = G_p(jw) \frac{dG_c(jw)}{dw} + G_c(jw) \frac{dG_p(jw)}{dw} \quad (19)$$

제어 공정의 주파수 전달함수 $G_p(jw)$ 는 크기와 각도로 표현하면 아래와 같다

$$G_p(jw) = |G_p(jw)| \angle G_p(jw) \quad (20)$$

식(20) 양변에 자연로그를 취하고, w 에 대하여 미분하면 식(21)과 같다.

$$\frac{dp(w)}{dw} = G(jw)(Fa1 + jFb1) \quad (21)$$

여기서 $Fa1 = \frac{d \ln |G_p(jw)|}{dw}$, $Fb1 = \frac{d \angle G_p(jw)}{dw}$ 이다.

식 (15)를 w 에 대하여 미분하면 식(22)와 같다.

$$\frac{dG_c(jw)}{dw} = jk_p \left(T_d + \frac{1}{w^2 T_i} \right) \quad (22)$$

식 (21), 식 (22)를 식(19)에 대입하여 정리하면 식(23)과 같다.

$$\frac{dG(jw)}{dw} = k_p G_p(jw) \left\{ \frac{w^2 T_i Fa1(w) - (w^2 T_i T_d - 1)}{T_d - 1} w Fb1(w) + \frac{j \left\{ w^2 T_i Fa1(w) + (w^2 T_i T_d - 1) \right\}}{w Fa1(w) + w^2 T_i T_d + 1} \right\} \quad (23)$$

식(22)에서 각도만을 고려하면 식 (24)와 같다.

$$\angle \frac{dG(jw)}{dw} = \angle G_p(jw) + \tan^{-1} \left(\frac{w T_i Fb(w) + (w^2 T_i T_d - 1) Fa(w) + w^2 T_i T_d + 1}{Fa(w) w T_i - (w^2 T_i T_d - 1) Fb(w)} \right) \quad (24)$$

여기서 $Fa(w) = w Fa1(w)$, $Fb(w) = w Fb1(w)$ 이다.

등 제동 특성인 식 (12)를 식 (23)에 적용하면 식 (25)와 같다.

$$\left(\frac{w^2 T_i T_d - 1}{w T_i} \right) = \left(\frac{w T_i Fb(w) + (w^2 T_i T_d - 1) Fa(w) + w^2 T_i T_d + 1}{Fa(w) w T_i - (w^2 T_i T_d - 1) Fb(w)} \right) \quad (25)$$

식 (12)의 위상여유 조건식은 식 (26)과 같이 표현할 수 있다.

$$\angle G(jw) = \angle G_c(jw) + \angle G_p(jw) = \Phi_m - \pi \quad (26)$$

식 (18)과 식 (26)을 통하여 식 (27)을 구할 수 있다.

$$\left(\frac{w^2 T_i T_d - 1}{w T_i} \right) = \tan(\Phi_m - \angle G_p(jw)) \quad (27)$$

식 (27)과 식(25)를 이용하여 정리하면 제어 파라미터 T_i 값은 식 (28)과 같다.

$$T_i = \frac{-2}{w \{ Fa(w) + \tan(\Phi_m - \angle G_p(jw)) + \tan^2(\Phi_m - \angle G_p(jw)) Fa(w) \}} \quad (28)$$

앞 장에서 설명한 2차 지연시간 축소 모델을 사용하여 $Fa(w)$ 를 구하면 식(29)와 같다.

$$Fa(w) = -w \left\{ \frac{2a^2 w^3 - (2ac - b^2)w}{c^2 - (2ac - b^2)w^2 + a^2 w^4} \right\} \quad (29)$$

식(14)와 식(15)로부터 개루프 전달함수 $G_c(s) G_p(s)$ 을 구하면 아래와 같다.

$$G_p(s) G_c(s) = k_p s \frac{e^{-sL}}{(as^2 + bs + c)s} + (k_d s^2 + k_i) \frac{e^{-sL}}{(as^2 + bs + c)s} \quad (30)$$

식(30)의 개루프 전달함수 분자식 지수함수 부분(e^{-sL})을 오일러 공식에 적용하여 표현하고, 주파수 전달함수 $G(jw)$ 로 나타내면 식 (31)과 같다.

$$G(jw) = k_p rx + zry + jk_p ix + jz iy \quad (31)$$

여기서 $z = k_i - k_d w^2$ 이고,

$$rx = \frac{(w \cos(wL)(cw - aw^3) - bw^3 \sin(wL))}{b^2 w^4 + (cw - aw^3)^2},$$

$$ry = \frac{(-bw^2 \cos(wL) - (cw - aw^3) \sin(wL))}{b^2 w^4 + (cw - aw^3)^2}$$

$$ix = \frac{(-w \sin(wL)(cw - aw^3) - bw^3 \cos(wL))}{b^2 w^4 + (cw - aw^3)^2},$$

$$iy = \frac{(bw^2 \sin(wL) - (cw - aw^3) \cos(wL))}{b^2 w^4 + (cw - aw^3)^2}$$

이다.

식(31)의 특성을 살펴보면,

첫째, 형태 부분은 실수부는 제어파라미터 k_p, z 값과 함수 rx, ry 의 곱의 합 형태이고, 허수부도 제어파라미터 k_p, z 값과 함수 ix, iy 와의 곱의 합이다.

둘째, 함수(rx, ry, ix, iy)의 구성 부분은 축소 모델의 파라미터 값(a, b, c, L)과 각주파수 w 로 구성되어 있다.

위와 같은 특성들을 이용하여, 본 논문에서는 위상여유와 등 제동의 특성을 만족하는 PID 제어기를 설계하기 위하여 다음과 같은 2단계의 알고리즘을 적용하였다.

1단계) rx, ry, ix, iy 의 값 결정.

함수의 값을 결정하기 위해서는 축소 모델의 파라미터 값(a, b, c, L)들과 w 값을 결정해야 한다. 축소 모델의 파라미터 값은 식(9),(10)을 통해서 구할 수 있으며, w 값은 반복 계산을 통하여 구할 수 있다. 이렇게 구해진 값을 통하여 rx, ry, ix, iy 값을 결정할 수 있다.

2단계) 위상여유와 등 제동의 특성을 만족하는 PID 제어 파라미터 값 결정

식 (31)에서 위상여유를 만족하는 것은 식(32), (33)과 같다.

$$k_p r x + \frac{k_p}{T_i} r y - k_p T_d \omega^2 r y = -\cos(\Phi_m) \quad (32)$$

$$k_p i x + \frac{k_p}{T_i} i y - k_p T_d \omega^2 i y = -\sin(\Phi_m) \quad (33)$$

식 (28), (32), (33)에 의해서 위상여유와 등 제동의 특성을 만족하는 PID 제어기의 파라미터값은 아래와 같다.

$$k_p = \frac{\sin(\Phi_m) r y - \cos(\Phi_m) i y}{r x i y - i x r y} \quad (34)$$

$$T_i = \frac{-2}{\omega \{F_a(\omega) + \tan(\Phi_m - \angle G_p(j\omega)) + \tan^2(\Phi_m - \angle G_p(j\omega)) F_a(\omega)\}} \quad (28)$$

$$T_d = \frac{T_i k_p r x + k_p r y + \cos(\Phi_m) T_i}{k_p T_i \omega^2 r y} \quad (35)$$

2.3 시뮬레이션 및 고찰

본 장에서는 고차 모델 중 지연시간이 포함된 모델 및 포함되어 있지 않는 모델에 대하여 제시된 방법으로 축소 모델을 구하는 것과 축소 모델을 이용하여 위상여유와 등 제동의 성질을 만족하는 PID 제어기를 설계할 수 있음을 시뮬레이션을 통하여 증명한다.

시뮬레이션 예제로는 지연시간이 없는 4차 모델, 8차 모델 및 지연시간을 포함한 3차 모델을 선택하였고, 위의 선택한 예제의 축소 모델은 식(9), (10)에 의해서 구할 수 있으며, 위상여유와 등 제동을 만족하는 제어기 파라미터 값을 식 (28), 식(34), (35)에 의해서 구할 수 있다. 이렇게 구한 축소 모델 및 PID 제어기의 파라미터값은 표1에 나타내었다.

표1. 시뮬레이션 결과

예제	모델		제어기
1	실제	$\frac{1}{(s+1)^4}$	$1.99 \left(1 + \frac{1}{1.66s} + 1.34s \right)$
	축소	$\frac{e^{-0.87s}}{3.76s^2 + 3.29s + 1}$	
2	실제	$\frac{1}{(s+1)^8}$	$0.84 \left(1 + \frac{1}{2.93s} + 2.96s \right)$
	축소	$\frac{e^{-3.6s}}{8.4s^2 + 4.86s + 1}$	
3	실제	$\frac{e^{-0.5s}}{(s+1)(s+5)^2}$	$42.06 \left(1 + \frac{1}{0.78s} + 0.53s \right)$
	축소	$\frac{e^{-0.6712s}}{6.86s^2 + 32.15s + 2}$	

그림 3의 (a),(b)는 고차 모델과 축소 모델에 대해서 각각 주파수 응답 및 시간응답이며, 그림 3의 (c)는 제어기 설계 후 Nyquist선도 응답으로서 위상여유를 만족하고, (d)는 제어기 설계 후 단위 궤환 응답을 나타낸 것이며, (e)는 bode 선도 응답을 나타낸 것으로 성능 사양(위상여유, 등 제동)을 만족함을 확인할 수 있다.

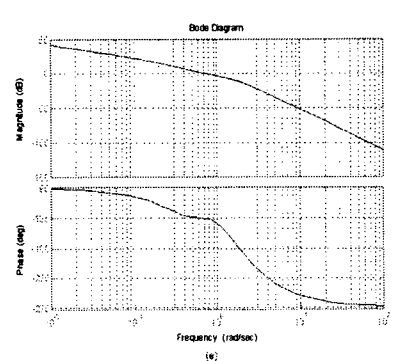
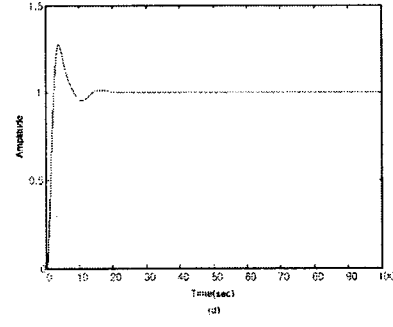
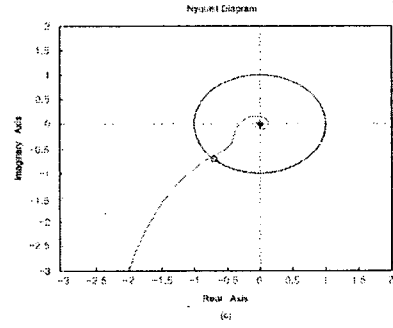
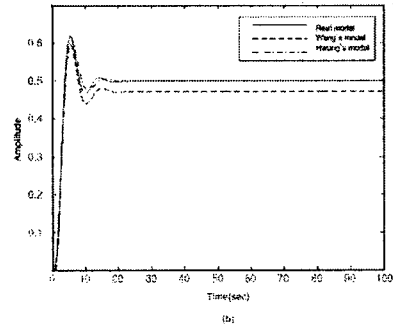
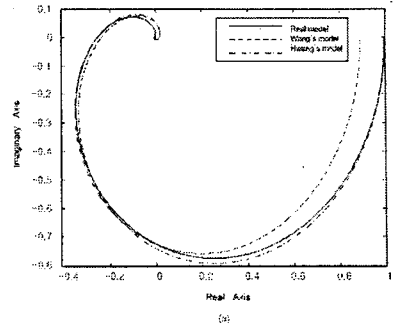


그림 3. $G(s) = 1/(s+1)^4$ 에 대한 응답 특성

그림 4의 (a),(b)는 고차 모델과 축소 모델에 대해서 각각 주파수 응답 및 시간응답이며, 그림 4의 (c)는 제어기 설계 후 Nyquist선도 응답으로서 위상여유를 만족하고, (d)는 제어기 설계 후 단위 계환 응답을 나타낸 것이며, (e)는 bode 선도 응답을 나타낸 것으로 성능 사양(위상여유, 등 제동)을 만족함을 확인할 수 있다.

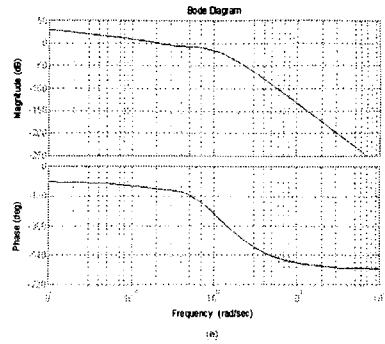
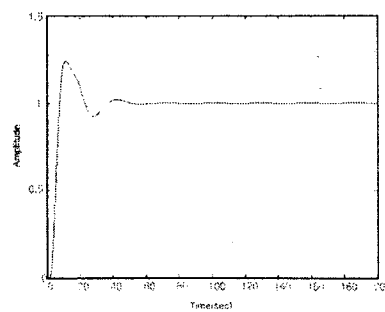
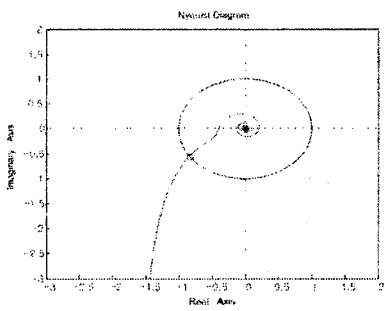
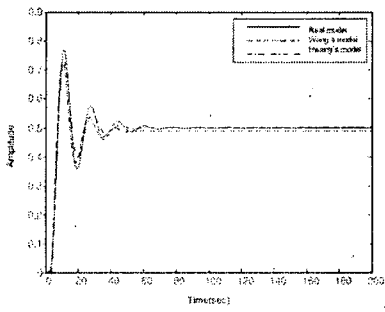
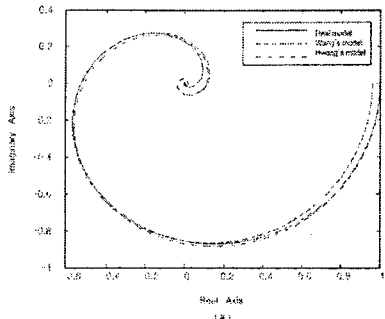
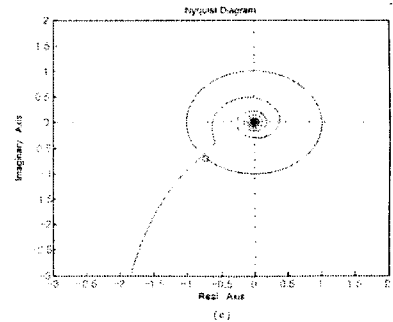
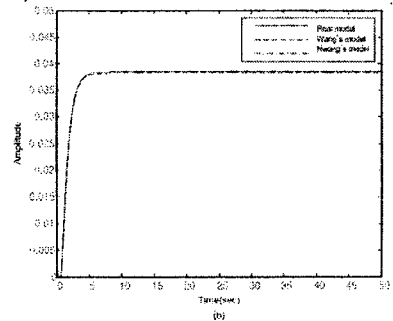
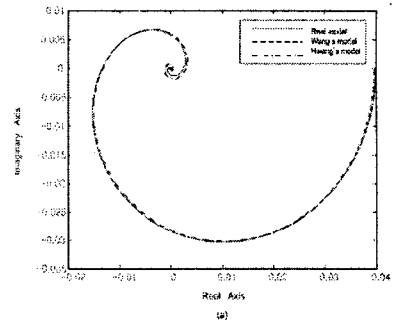


그림 4. $G(s) = 1/(s+1)^8$ 에 대한 응답 특성

그림 5의 (a),(b)는 고차 모델과 축소 모델에 대해서 각각 주파수 응답 및 시간응답이며, 그림 5의 (c)는 제어기 설계 후 Nyquist선도 응답으로서 위상여유를 만족하고, (d)는 제어기 설계 후 단위 계환 응답을 나타낸 것이며, (e)는 bode 선도 응답을 나타낸 것으로 성능 사양(위상여유, 등 제동)을 만족함을 확인할 수 있다.



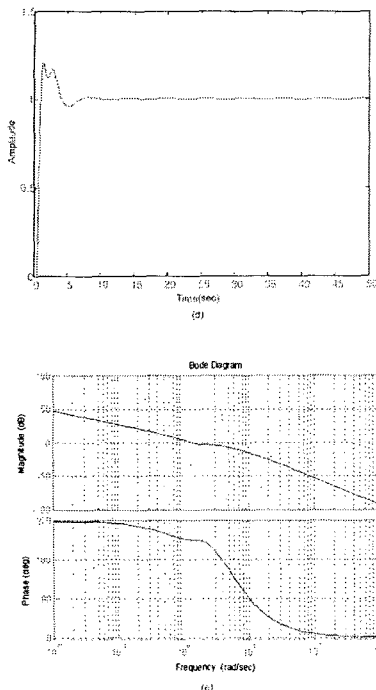


그림 5. $G(s) = e^{-0.5s} / ((s+1)(s+5)^2)$ 에 대한 응답 특성

3장. 결론

본 논문은 2차의 지연시간을 갖는 축소 모델을 이용하여 위상여유와 등 제동의 특성을 만족하는 강인 제어기의 설계 방법을 제안하였다. 저차 모델에서는 등 - 제동의 특성을 만족하는 특정 주파수를 구하기 쉽지만, 고차 모델의 경우에는 매우 복잡하기 때문에 축소 모델을 사용 하였다. 논문에 사용된 축소 모델 알고리즘은 개선된 Hwang's 방법이 적용되었다. 이렇게 구한 축소 모델을 통하여 등 제동의 특성을 만족하는 T_i 제어기 파라미터 값을 결정하였고, 위상여유를 만족하도록 K_c , T_d 파라미터 값을 구함으로써 위상여유와 등 제동의 특성을 동시에 만족하는 PID 제어기를 설계할 수 있음을 시뮬레이션을 통하여 확인 할 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] Franklin, G. F., J. D Powell. and A. E, Baeini., "Feedback control of Dynmic Systems" Addison-Wesley, Reading, Ma 1986.
 [2] Ogata, K , "Moden Control Engineering, 2nd. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, Nj,1990.
 [3] Weng Khuen Ho, Chang Chieh Hang, Lisheng s cao,"Tuning of PID Controllers Based on Cain and Phase Margin Specifications", Automatica, 31,No3,pp, 497-502,1995.
 [4] Ya-Gang Wang, Hui-he Shao, " PID Autotuner Based on Gain-and Phase-Margin Specifications" Ind.Eng. Chem. Res.38, 3007-3012,1999.
 [5] Ho, W,k.; Lim ,k.; Xu, W."Optimal gain and phase

margin tuning for PID controllers, 1998, 34, 1009-1014, 1998
 [6] Ho. W. K, Gan, O,P; Tay, E,B; Ang.E.L "Performance based on gain and phase margin of well-know PID tuning formulas,IEEE Rrans, control Syst, Technol 473-477, 1996.
 [7] Åström, K.J. and C.C. Hang and P. Persson, "Towards intelligent PID control", Automatica, 28,1-9 ,1991.
 [8] Åström, K.J. and C.C. Hang., "Automatic Tuning of PID Controller ", instrument Society of America.1988.
 [9] Y.Shamash, "Model reduction using the Routh stability criterion and the Pade approximation technique", Int. J. Control, vol. 21, No. 3, pp. 475-484, 1975
 [10] Q.G.Wang, T.H.Lee, H.W.Fung, Q.Bi and Y. Zhang, "PID tuning for Improved performance", IEEE Trans. Contro. Syst. Technol., vol. 7, no.4, pp. 457-465, July 1999.
 [11] 조준호, 김정철, 김진권, 최정내, 황형수, " 주파수 영역에서 Nyquist 선도를 이용한 모델 축소.", 제어 · 자동화 · 시스템 공학 논문지, 제 8권, 제 6호, pp.439-444, 2002
 [12] 최정내, 조준호, 이원혁, 황형수, " 축소 모델을 이용한 최적화된 Smith Predictor 제어기 설계." 전기학회논문지, 제 52권, 제 11호, pp. 619-625, 2003