

주기적인 외란 제거에 있어서 빠른 오프라인 학습 제어 접근 방식

A Fast off-line Learning Control Approach to Rejection of Periodic Disturbances

하인중* 장정국** 박진원*** 권정훈****
In-Joong Ha* Jung-Kook Jang** Jin-Won Park*** Jung-Hoon Kwon****

Abstract - The recently-developed off-line learning control approaches for the rejection of periodic disturbances utilize the specific property that the learning system tends to oscillate in steady state. Unfortunately, the prior works have not clarified how closely the learning system should approach the steady state to achieve the rejection of periodic disturbances to satisfactory level. In this paper, we address this issue extensively for the class of linear systems. We also attempt to remove the effect of other aperiodic disturbances on the rejection of the periodic disturbances effectively. In fact, the proposed learning control algorithm can provide very fast convergence performance in the presence of aperiodic disturbance. The effectiveness and practicality of our work is demonstrated through mathematical performance analysis as well as various simulation results.

Key Words : 외란 제거, 주기적인 외란, 오프라인 학습 제어, 반복 업데이트

1. 서론

여러 공학 어플리케이션에서는 시스템의 성능을 심각하게 저해할 수 있는 피할 수 없는 외란이 종종 존재한다. 특히 회전하는 기계 장치의 경우 주기적인 외란은 꼭 존재할 수밖에 없다. 예를 들어 데이터 저장 시스템의 경우 디스크 상의 트랙 편심에 의해 주기적인 외란이 나타나게 된다. 이런 주기적인 외란은 일반적으로 디스크 회전 주파수의 정수 배로 발생하는데 추종 오차를 일으키는 상당히 큰 원인으로 작용한다. 주기적인 외란의 기본 주기를 알기 때문에 이런 주기적인 외란을 보상하기 위해 여러 가지 노력을 기울여 왔다.

최근에는 주기적인 외란을 제거만을 목적으로 하는 수많은 제어 방법들이 개발되었다. 대부분 이런 방법들은 제어 입력을 생성해서 시스템이 출력단에서 주기적인 외란을 접근적으로 추종하도록 한다. 참고문헌 [1]에서는 변형된 반복 제어기(modified repetitive controller)를 제안했는데 이 방법으로 고주파수에서의 추종 성능을 희생하면서 시스템 안정성을 높일 수 있다. 그리고 이를 디스크 드라이브 시스템에 적용하여 위치 오차의 스펙트럼에서 고조파 성분(harmonic component)을 제거하고 추종 성능을 개선하는 데 유용함을 입증하였다^{[2][3]}. 참고문헌 [4]에서는 플랜트 불확실성(plant uncertainty)을 고려할 수 있는 반복 제어기 설계 방법을 제안하고 있다. 하지만 반복 제어기는 일반적으로 고조파 성분

사이의 주파수대에 있는 비주기적인 외란을 증폭하는 경향이 있다. 또 설계를 위해서는 시스템 안정성과 추종 성능 사이의 트레이드오프를 중요하게 고려해야만 한다.

다른 방법으로는 AFC(Adaptive Feedforward Cancellation)가 있는데 입력단에 들어오는 사인파 형태의 외란을 그 값의 음의 값을 취해서 더해줌으로써 간단히 제거하게 된다^{[5][6]}. 참고문헌 [5]에서는 AFC가 잘 알려진 내부 모델 원리(internal model principle)와 동일하다는 것을 밝혔다. 따라서 잘 개발되어 있는 선형 제어 이론을 사용해서 AFC 제어를 손쉽게 설계할 수 있다. 하지만 제거해야 할 주기적인 외란에 고조파 성분이 여러 개 있을 경우 계산량이 아주 많아지게 되고 수렴 속도와 시스템 안정도 사이의 트레이드오프를 주의 깊게 고려해서 설계를 해야 한다.

본 논문에서는 선형 시스템에 대해서 이 문제를 다룰 것이다. 제안하는 학습 제어 방법은 각 반복 과정에서 dwell time이라 불리는 시간을 계산해서 업데이트 시점을 가변적으로 조절한다. 또 주기적인 외란을 제거하는 과정에서 비주기적인 외란의 영향을 효과적으로 없애고자 한다. 그로 인해서 제안하는 학습 제어 방법은 비주기적인 외란이 존재하는 상황에서도 빠른 속도의 수렴성을 보장할 수 있다. 제안하는 방법의 효율성과 실용성을 여러 시뮬레이션 결과와 수학적 성능 분석을 통해 입증할 것이다.

2. 주기적인 외란 제거를 위한 학습 제어 방법

제안하는 학습 제어 방법은 그림1에 나타내었다. 여기서 $K_c(s)$ 는 페루프 시스템을 안정화시키도록 설계된 제어기이고 $d_P(t)$ 는 제거해야 할 주기적인 외란, $d_N(t)$ 은 비주기적

저자 소개

- * 하인중: ASRI 서울大學 電氣·컴퓨터工學部 敎授·工博
- ** 장정국: ASRI 서울大學 電氣·컴퓨터工學部 博士課程
- *** 박진원: ASRI 서울大學 電氣·컴퓨터工學部 博士課程
- **** 권정훈: ASRI 서울大學 電氣·컴퓨터工學部 博士課程

인 외란, $P(s)$ 는 플랜트, $\hat{d}_P(t)$ 는 $d_P(t)$ 의 추정값으로 오프라인으로 추정해서 연속적으로가 아니라 각 반복 과정에서 한 번 업데이트해 피드포워드를 해주는 구조이다.

$d_P(t)$ 는 주기가 T 인 주기적인 시그널이므로 다음과 같이 푸리에 급수로 표현할 수 있다.

$$d_P(t) = \sum_{i=1}^N \text{Re} [c_i e^{-j\omega_i t}] \quad (1)$$

여기서 $\omega_i = 2\pi i/T$ 이고 $c_i \in C$, $i = 1, 2, \dots, N$. 또, $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, \dots$ 이면 $\hat{d}_P(t)$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{d}_P(t) = \hat{d}_P^k(t) \triangleq \sum_{i=1}^N \text{Re} [\hat{c}_{i,k} e^{-j\omega_i t}] \quad (2)$$

여기서 $\hat{c}_{i,k} \in C$ 다. 또 $v(t)$ 를 단위 계단 함수(unit step function)라 보면

$$\Delta \hat{d}_P^l(t) \triangleq \sum_{i=1}^N \text{Re} [\Delta \hat{c}_{i,l} e^{-j\omega_i t}] v(t-t_l), \quad l = 0, 1, \dots \quad (3)$$

여기서 $\Delta \hat{c}_{i,l} \triangleq \hat{c}_{i,l} - \hat{c}_{i,l-1}$ 이고 이렇게 되면 $\hat{d}_P(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{d}_P(t) = \sum_{l=0}^{\infty} \Delta \hat{d}_P^l(t) \quad (4)$$

한편 그림1과 식(4)로부터

$$E(s) = S(s)R(s) + H(s)D_N(s) - \sum_{l=0}^{\infty} H(s)\Delta \hat{D}_P^l(s) \quad (5)$$

여기서 $E(s) \triangleq \mathcal{L}[e(t)]$, $S(s) \triangleq 1/(1+P(s)K_c(s))$, $R(s) \triangleq \mathcal{L}[r(t)]$, $H(s) \triangleq P(s)/(1+P(s)K_c(s))$, $D_N(s) \triangleq \mathcal{L}[d_N(t)]$, $\Delta \hat{D}_P^l(s) \triangleq \mathcal{L}[\Delta \hat{d}_P^l(t)]$ 이다. 또, 다음과 같이 $h_N^{-1}(t)$, γ_N^{-1} 을 정의한다.

$$h_N^{-1} \triangleq \frac{2}{T} \sum_{i=1}^N \text{Re} \left[\frac{e^{-j\omega_i t}}{\hat{H}^*(j\omega_i)} \right] \quad (6)$$

$$\gamma_N^{-1} \triangleq \sup_{0 \leq t \leq T} |h_N^{-1}(t)| \quad (7)$$

다음과 같은 가정을 한다.

- A1) $S(s)$ 와 $H(s)$ 는 안정하고 $S(0) = 0$ 이다.
A2) 다음을 만족하는 δ_0 가 존재하고 그 값을 알 수 있다.

$$\sup_{0 \leq t \leq T} |\Delta \hat{d}_P^0(t)| \leq \delta_0 \quad (8)$$

- A3) 학습 시스템은 $t = 0$ 에서 relaxed되어 있다.

$s(t) \triangleq \mathcal{L}^{-1}[S(s)]$, $h(t) \triangleq \mathcal{L}^{-1}[H(s)]$ 라 하면 A1)에 의해 다음을 만족하는 $\alpha_s, \beta_s, \alpha_h, \beta_h$ 가 존재한다.

$$|s(t)| \leq \alpha_s e^{-\beta_s t}, |h(t)| \leq \alpha_h e^{-\beta_h t}, \quad t \geq 0 \quad (9)$$

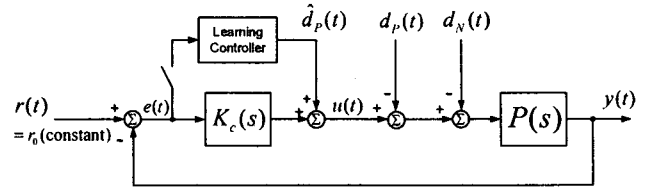


그림 1 제안하는 학습 제어 방법의 블록선도

이제 설계 파라미터 $\epsilon > 0$ 이 주어졌을 때 제안하는 오프라인 학습 제어 알고리즘의 업데이트 방법은 아래와 같다.

Step 1) $k = 0$, $\hat{d}_P(t) = \hat{d}_P^0(t)$ (초기 추정값)이라 둔다.

Step 2) 아래 식에 의해 결정되는 dwell time τ_k 만큼 기다린다.

$$\tau_k \triangleq \begin{cases} \max \left\{ \frac{1}{\beta_s} \ln \frac{r_0 \alpha_s}{\beta_s^2 \epsilon_k}, \frac{1}{\beta_h} \ln \frac{\delta_0 \alpha_h}{\beta_h^2 \epsilon_k}, 0 \right\}, & \text{if } k = 0 \\ \max \left\{ \frac{1}{\beta_h} \ln \frac{\delta_k \alpha_h}{\beta_h^2 \epsilon_k}, 0 \right\}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

여기서

$$\delta_k = \sup_{0 \leq t \leq T} |\Delta \hat{d}_P^k(t)|, \quad (11)$$

$$\epsilon_k = \frac{\epsilon}{1 + e^{-\beta_s k T} - e^{-\beta_s (k+1) T} - e^{-\beta_h (k+1) T}} \quad (12)$$

Step 3) $t_{k+1} \triangleq t_k + \tau_k + T$ 라 하고 위치 오차 $e(t)$ 를 $[t_k + \tau_k, t_{k+1}]$ 구간에서 저장하고 $\bar{t} \in [0, T]$ 에 대해서 $e_{ss}^k \triangleq e(\bar{t} + t_k + \tau_k)$ 라 하면, 다음과 같이 $\hat{d}_P^{k+1}(t)$ 를 구한다.

$$\hat{d}_P^{k+1}(t) \triangleq \hat{d}_P^k(t) + \frac{1}{k+1} \int_0^t e_{ss}^k(\tau) \hat{h}_N^{-1}(t-\tau) d\tau \quad (13)$$

Step 4) $t = t_{k+1}$ 에서 $\hat{d}_P(t) = \hat{d}_P^{k+1}(t)$ 로 입력하고 k 를 1증가시킨다. 그 후 Step 2로 돌아간다.

반복이 될수록 실제 값에 점점 근접해 가므로 $\hat{d}_P^k(t)$ 에 의한 과도 응답의 크기도 작아지게 되고 과도 응답이 충분히 사라지는 시간도 짧아지게 된다. 여기서는 과도 응답이 충분히 짧아지는 시간을 dwell time이라 본 것인데 고정된 것이 아니라 계속 변하는 것을 알 수 있다. 이것이 다른 방법과 가장 큰 차이점이다

$$v_N(t) \triangleq \int_0^t h(\tau) d_N(t-\tau) d\tau \quad \text{일 때, 다음 정리 1은 제안}$$

하는 알고리즘의 수렴 특성을 나타낸다.

정리 1 : $v_N(t) e^{-j\omega_i t}$ 의 시간 평균이 0이고 모델링 불확실성이 없다고 보면 Step 1) - 4)에 나타난 업데이트 방법은 다음을 만족시킨다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |\hat{c}_{i,k} - c_i| \leq \frac{2\epsilon}{|H(j\omega_i)| T}, \quad i = 1, \dots, N \quad (14)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup_{t_k \leq t \leq t_{k+1}} |d_P(t) - \hat{d}_P^k(t)| \leq \gamma_N^{-1} \epsilon \quad (15)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup_{t_k + \tau_k \leq t \leq t_{k+1}} |e(t)| \leq \epsilon \left[\frac{2N}{T} + \frac{\beta_h}{1 - e^{-\beta_h T}} \right] + \lim_{k \rightarrow \infty} \sup_{t_k + \tau_k \leq t \leq t_{k+1}} |v_N(t)| \quad (16)$$

제한된 공간 때문에 정리1의 증명은 생략한다. □

3. 시뮬레이션 결과

다음과 같은 $P(s)$ 와 $K_c(s)$ 를 사용하였다.

$$P(s) = \frac{2000}{s(s+100)}, \quad K_c(s) = 116 \frac{s+150}{s+880} \quad (17)$$

시뮬레이션에 사용된 다른 데이터는 다음과 같다.

$$\delta_0 = 25, \quad \hat{d}_P^0(t) = 0, \quad T = 0.1, \quad N = 3 \quad (18)$$

$$c_1 = 2 + j8, \quad c_2 = -3 + j3, \quad c_3 = -4 + j5 \quad (19)$$

이 데이터를 바탕으로 다음을 구할 수 있다.

$$\alpha_s = 5000, \quad \beta_s = 290, \quad (20)$$

$$\alpha_h = 17.5, \quad \beta_h = 165, \quad \gamma_N^{-1} = 1489$$

$w(t)$ 가 평균이 0이고 분산이 50인 화이트 가우시안 노이즈 일 때, 비주기적인 외란 $d_N(t)$ 는 다음과 같이 둔다.

$$d_N(t) = 2\sin 80\pi t + 2\sin 20\sqrt{3}\pi t + \sin 2000\pi t + w(t) \quad (21)$$

(i) 그림2는 $r_0 = 100$, $\epsilon = 0.001$ 일 때, (ii) 그림3은 $r_0 = 100$, $\epsilon = 0.0002$ 의 결과로 그때 각각의 dwell time τ_k 는 다음과 같이 나타난다.

$$(i) \tau_0 = 0.0323, \tau_1 = 0.0187, \tau_2 = \tau_3 = \dots = 0$$

$$(ii) \tau_0 = 0.0379, \tau_1 = 0.0285, \tau_2 = 0.0080, \tau_3 = 0.0049, \tau_4 = 0.0024, \tau_5 = \tau_6 = \dots = 0$$

위 결과에서 알 수 있듯이 dwell time이 빠르게 감소하는 것을 볼 수 있다. 또 반복이 될수록 $d_N(t)$ 가 존재함에도 불구하고 추정 오차가 0으로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 그림2와 그림3을 비교해 보면 ϵ 을 너무 작게 잡으면 위치 오차는 별로 차이가 없는데 추정 시간이 불필요하게 길어지는 것을 볼 수 있다. 이는 정리1로 잘 설명이 된다.

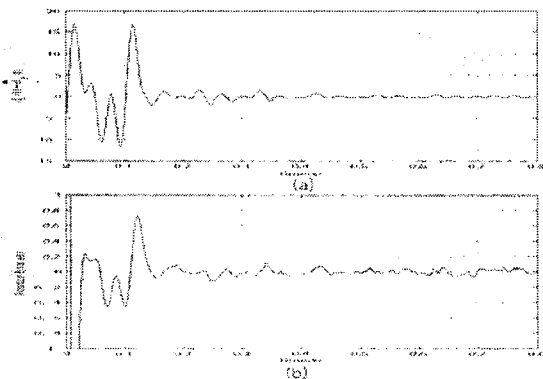


그림 2 $r_0 = 100$, $\epsilon = 0.001$ 일 때의 추정 성능. (a)

$d_P(t) - \hat{d}_P(t)$ 의 결과, (b) 위치 오차 $e(t)$ 의 결과

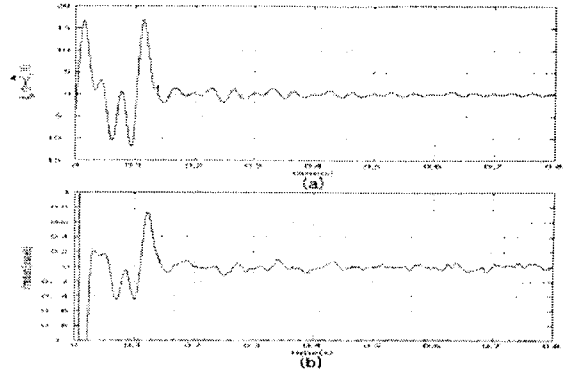


그림 3 $r_0 = 100$, $\epsilon = 0.0002$ 일 때의 추정 성능. (a)

$d_P(t) - \hat{d}_P(t)$ 의 결과, (b) 위치 오차 $e(t)$ 의 결과

4. 결론

본 논문에서는 각 반복 구간마다 업데이트 시점을 가변적으로 변화시켜 주는 학습 제어 방법을 제시하였다. 수학적 분석과 시뮬레이션 결과를 통해서 이 방법의 빠른 추정 성능을 보여주었다. 본 논문에서는 플랜트의 불확실성이 없는 경우만을 고려했으나 $|1 - H(j\omega_i)/\hat{H}(j\omega_i)| < 1, i = 1, \dots, N$, 를 만족한다면 제안하는 방법은 플랜트의 불확실성이 있더라도 빠른 추정 성능을 보장할 수 있다는 것을 상당히 복잡한 수학적 분석을 통해서 보일 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] Hara, S., Yamamoto, Y., Omata, T., & Nakano, M., "Repetitive control system: A new type servo system for periodic exogenous signals," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 33, no. 7, pp. 659-668, 1988.
- [2] Onuki, Y. & Ishioka, H., "Compensation for repeatable tracking errors in hard drives using discrete-time repetitive controllers," IEEE Transactions on Mechatronics, vol. 6, no. 2, pp. 132-136, 2001.
- [3] Fujimoto, H., Kawakami, F., & Kondo, S., "Repetitive control of hard disk drives based on switching scheme," IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, Kawasaki, Japan, pp. 323-328, 2004.
- [4] Moon, J. H., Lee, M. N., & Chung, M. J., "Repetitive control for the track-following servo system of an optical disk drive," IEEE Transactions on Control System Technology, vol. 6, no. 5, pp. 663-670, 1998.
- [5] Bodson, M., Sacks, A., & Khosla, P., "Harmonic generation in adaptive feedforward cancellation schemes," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 39, no. 9, pp. 1939-1944, 1994.
- [6] Sacks, A., Bodson, M., & Messner, W., "Advanced methods for repeatable runout compensation," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 31, no. 2, pp. 1031-1036, 1995.