

확률론적 무선통신 채널 모델 고찰

권순만, 이종우, 김춘경, 천종민, 박민국
한국전기연구원

A Consideration on the Stochastic Wireless Communication Channel Model

Soonman Kwon, Jongmoo Lee, Choon Kyung Kim, Jong Min Cheon, Min Kook Park
Korea Electrotechnology Research Institute

Abstract - 본 논문에서는 우리의 일상생활에 많이 이용되고 있는 무선채널의 시변특성 및 확률론적 모델에 대해 고찰한다. 채널의 일반적인 시간영역 및 주파수 영역에서의 선형시변 특성의 물리적인 의미를 고찰하고 마지막으로 확률론적인 채널 특성을 나타내는 상관함수의 의미를 고찰한다.

1. 서 론

오랜 전통을 가진 무선신호 송수신 기술은 현대에 들어와 디지털 이동통신 기술이 비약적으로 발전하면서 보편적인 상용 기술의 하나로 자리를 잡게 되었다. 이러한 무선신호 송수신에서의 성능에 영향을 미치는 가장 중요한 요소는 송수신단 간의 신호 전송 통로가 되는 무선 채널의 특성이다.

우수한 무선 송수신장치를 설계하기 위해서는 무선 채널의 수학적 모델이 아주 중요하며 이에 대한 다양한 모델에 대한 분석은 이미 1960년대에 활발히 진행되었으며[1][2][3] 현대에도 이러한 모델에 기초하여 디지털 신호특성을 고려한 통신환경에 따라 보다 간략화되거나 특정한 조건에 보다 더 적합하게 표현된 모델들을 이용하여 송수신 시스템을 설계하고 그 특성을 평가하게 된다.

무선 통신 채널은 별도의 특별히 설계 제작된 전달 매체가 없어 일상의 자유 공간을 이용하므로 필연적으로 주위 환경에 노출되어 많은 잡음이 유발되어 이러한 환경 하에서 전파된 신호의 잡음을 고려한 모델링 및 신호 추정 기법이 도출이 중요한 과제가 된다. 이에 대한 연구결과는 무수히 보고되어 있으며 디지털 기술이 진보하여 프로세서의 계산 능력이 막강해짐에 따라 이론적으로만 도출되었던 각종 기법들이 실제 무선통신 시스템에서 구현되어 활용되고 있다.

선형 시불변 시스템(Linear time-invariant system)은 많은 경우 무선통신 채널에 근사적으로 적합한 모델이 된다. 하지만 다양하게 발전하는 무선통신 응용 기술의 확산 추세로 볼 때 시변 특성을 배제할 수 없는 경우들이 앞으로 많이 발생할 것으로 생각된다. 따라서 본 논문에서는 일반적인 무선통신 채널을 표현하는 선형시변시스템으로서의 무선 채널에 대해 잡음을 고려한 경우의 확률론적인 특성을 고찰해 보고자 한다. 본론에서는 먼저 무선 채널의 수학적 모델의 의미를 다시 한 번 살펴본 후 확률론적인 특성을 고려한 채널의 입력특성 특성을 고찰해 보고자 한다.

2. 본 론

2.1 선형시변시스템 모델

시변 임펄스 응답이 $h(t,s)$ 인 원인(causal) 선형시변시스템에서 입력 $x(t)$ 와 출력 $y(t)$ 와의 관계는 일반적으로 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

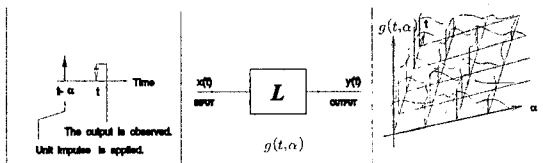
$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(s)h(t,s)ds. \quad (1)$$

여기서 임펄스 응답 $h(t,s)$ 는 시간 s 에서 시스템에 임펄스를 인가하고 시간 t 에서 시스템의 출력값을 측정된 값을 의미한다.

위 식(1)은 서로 다른 시간 변수 t 와 s 를 이용하고 있으나, 임펄스 응답함수의 정의에서 알 수 있는 바와 같이 임펄스 응답을 구하기 위해 임펄스를 인가하는 시각과 측정하는 시각과의 차이, 즉 $t-s = \alpha$ 도 하나의 중요한 변수로서 사용이 가능하므로 이 관계식을 (1)에 대입하여 정리하면

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\alpha)g(t,\alpha)d\alpha \quad (2)$$

로 표시할 수 있다.



<그림 1> $g(t,\alpha)$ 의 도식적 표현.

식 (2)와 그림 1로 표시된 선형시변시스템 구조는 [1]에서 도입된 차분회로 모델(Differential circuit model)에서 표시한 바와 같이 무선 채널의 물리적 특성을 이해하기 쉽도록 표시함을 알 수 있다.

2.2 채널의 시간 영역 모델

$x(t)$ 와 $y(t)$ 를 유한 개의 독립적인 점 산란체(point scatterer)가 존재하는 채널에서의 전송 및 수신 신호의 복소 포락선(complex envelope) 함수라고 하자. 각 산란체의 시변 복소 이득을 $q_n(t)e^{-j2\pi f\alpha_n(t)}$, $n=1,2,\dots$ 라고 두면 수신 신호 $y(t)$ 는

$$y(t) = \sum_n q_n(t)x(t-\alpha_n(t))e^{-j2\pi f\alpha_n(t)} \equiv \sum_n c_n(t,\alpha_n(t))x(t-\alpha_n(t)) \quad (3)$$

$$= \int x(t-\alpha) \sum_n c_n(t,\alpha_n(t))\delta(\alpha-\alpha_n(t))d\alpha \quad (4)$$

$$= \int x(t-\alpha)g(t,\alpha)d\alpha \quad (5)$$

로 표시할 수 있는데 식 (5)가 원인 선형시변시스템의 수학적 모델이 된다. 여기서

$$g(t,\alpha) = \sum_n c_n(t,\alpha_n(t))\delta(\alpha-\alpha_n(t)) \quad (6)$$

로서 시변 채널의 임펄스 응답을 나타낸다. 무한 개의 산란체가 있는 경우에 대해서도 같은 방법으로 구해보면 결국 상기한 식 (5)로 표시됨을 알 수 있다. 따라서 위에서 표시한 식이 점 산란체가 존재하는 채널에서의 무선 채널의 수학적 모델이 된다. 면 산란체도 역시 점 산란체의 집합으로 볼 수 있으므로 식(5)는 모든 경우에 유효하다고 할 수 있다.

2.3 채널의 주파수 영역 모델

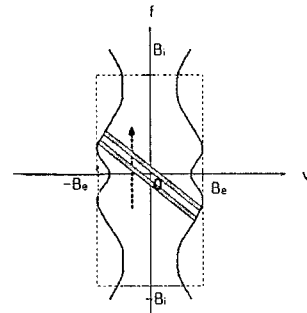
$x(t)$ 의 푸리에 변환을 $X(f)$, $g(t,\alpha)$ 의 α 에 대한 푸리에 변환을 $T(t,f)$ 라고 두면 식(5)로부터

$$y(t) = \int X(f)T(t,f)e^{j2\pi ft}df \quad (7)$$

를 쉽게 얻을 수 있는데 이 식은 시스템의 출력이 시변함수인 $X(f)T(t,f)$ 의 역 푸리에 변환임을 나타내고 있다. $g(t,\alpha)$ 의 2차원 푸리에 변환을 $G(\nu,f)$ 로 표시하면 식(6)의 $y(t)$ 의 푸리에 변환인 $Y(\nu)$ 는

$$Y(\nu) = \int X(f)G(\nu-f,f)df \quad (8)$$

로 표시된다. 이것을 도식적으로 표시하면 다음 그림 2와 같이 나타내어지는데 결국 출력신호의 스펙트럼은 입력의 스펙트럼값에 차분주파수 이득값인 $G(\nu-f,f)$ 를 곱하여 적분한 값이라는 것을 알 수 있다.



<그림 2> $G(\nu,f)$ 를 상부에서 본 단면.

그림에서 유효 대역폭 B_e 는 $B_e(f_o)$ 를 $G(\nu,f_o)$ 의 대역폭, B_i 를 입력 $x(t)$ 의 대역폭이라고 할 때 $B_e \equiv \max B_e(f): f \in [-B_i, B_i]$ 로 정의된다. 이 유효 대역폭은 시스템의 대역폭이 유한하거나 무한함에 관계없이 입력 대역폭에 의존적임을 주목하라. 이것은 나중에 소개하는 예제 1에서 잘 설명된다.

결론적으로 입력의 대역폭이 유한하면 B_e 는 유한하므로 우리가 관심을 가지는 일반적인 실제 시스템에서는 입력 대역폭이 유한하므로 우리는 이 값을 무선 채널의 일반적 해석에 사용할 수 있다 [4].

유한한 대역폭 B_i 를 가지는 입력신호에 대해 유한한 B_e 값이 존재하는 경우 출력의 대역폭 B_o 의 범위에 대해 고찰해 보면 다음과 같다.

- $B_o \in [B_{om}, B_i + B_e]$ 이다. 단, $B_{om} \equiv \max B_i, B_e$.
- B_o 는 $B_i \geq B_e$ 이고 B_e 가 $f = B_i$ 에서의 값일 때 최대값 $B_i + B_e$ 를 갖는다.
- B_o 는 B_{om} 이 $f = 0$ 에서의 값이고 그림 2에서의 대각선이 ν -축이나 f -축 상에만 0 값이 아닌 대역을 가질 때 최소값 B_{om} 을 갖는다.

이 고찰을 식(6)에 대해 적용해 보면

$$T(t, f) \equiv \int g(t, \alpha) e^{-j2\pi f \alpha} d\alpha \quad (9)$$

$$= \sum_n q_n(t) e^{-j2\pi(f+f_c)\alpha_n(t)} \quad (10)$$

으로 된다. 농어촌 지역의 평탄한 지역에서는 산란체들의 물리적인 위치가 시간에 따라 급격히 변화하지 않으므로 짧은 측정 구간에 대해서는 $q_n(t) \approx q_n$ 으로 둘 수 있으며 따라서 (10)의 2차원 푸리에 변환 $G(\nu, f)$ 는

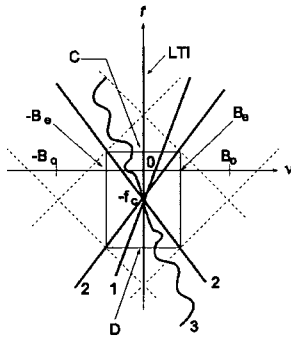
$$G(\nu, f) = \sum_n q_n \int e^{-j2\pi((f+f_c)\alpha_n(t) + \nu t)} dt \quad (11)$$

가 된다. 이 식으로부터 $G(\nu, f)$ 의 형태는 주로 $\alpha_n(t)$ 의 변화에 의존함을 알 수 있다.

예 1 : $\alpha_n(t)$ 이 선형 시변인 경우, 즉 $\alpha_n(t) = a_n + b_n(t)$, 여기서 a_n, b_n 은 임의의 상수. 이 경우

$$G(\nu, f) = \sum_n q_n e^{-j2\pi(f+f_c)a_n} \delta((f+f_c)b_n + \nu) \quad (12)$$

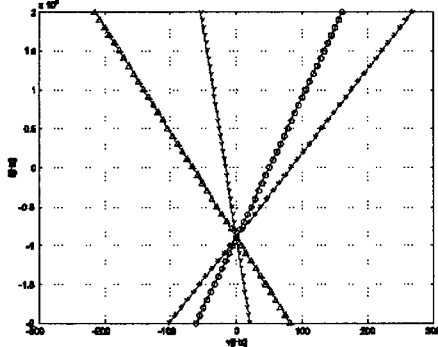
가 되어 다음 그림 3에서의 직선과 같이 나타난다.



<그림 3> 시간 지연이 선형 시변인 경우에서의 스펙트럼 ($C = B_i + f_c$, $D = -B_i - f_c$).

그림에서 1의 직선의 경우가 2의 경우에 비해 수신자 또는 산란체가 천천히 움직이는 경우가 된다. 3의 경우가 실제 상황에서 나타날 수 있는 형태로서 b_n 이 상수가 아니라 시간에 따라 변화하는 경우를 나타낸다. 만약 채널에 여러 개의 산란체가 존재한다면 3과 같은 스펙트럼이 산란체 개수 만큼 나타나게 된다. 그림에서 f 축 상에 나타낸 선이 직 경로(direct path)에 해당하는 선형 시변의 경우를 표시한다.

상용 이동통신 서비스에서 사용하는 주파수인 $f_c = 900$ [MHz]인 경우 대한 컴퓨터 시뮬레이션 예가 다음 그림 4에 나타나져 있다. 앞에서 설명한 바와 같이 각 직선은 특정한 속도와 수신자로부터의 거리에 따른 채널의 2차원 스펙트럼을 나타낸다.



<그림 4> $G(\nu, f)$ 의 예: "x" 표시선(속도 20km/h, 거리 500m), "o" 표시선(속도 60km/h, 거리 800m), "*" 표시선(속도 100km/h, 거리 1500m).

만약 수신속이 V [m/s]로 임의의 방향으로 이리저리 움직인다고 가정하자. 어떤 시간 t 에서의 수신속과 산란체들을 연결하는 선과 이동방향 사이의 각을 $\{\theta_1(t), \theta_2(t), \dots\}$ 라고 하면 시간 지연값의 변화율은

$$\Delta \alpha_n(t) = \frac{V \cos \theta_n(t)}{V_c} \quad (13)$$

로 표시할 수 있다(단, V_c 는 전파 속도). 그런데 일반적으로 지배적인 산란

체들은 주로 멀리 떨어져 존재하므로 신호처리를 위한 짧은 시간 구간에서는 $\theta_n(t) \approx \theta_n$, $n = 1, 2, 3, \dots$, 으로 볼 수 있으므로

$$\alpha_n(t) = (\Delta \alpha_n(t))t = (a_n \cos \theta_n) t \quad (14)$$

로 되어 앞에서 고찰한 경우와 같은 문제로 귀착된다.

2.4 확률론적 채널 모델

식(5)에서 표시한 선형 채널이 임의(randomly) 시변인 경우에는 채널의 임펄스 응답은 t 와 α 두 변수 모두에 대해 확률과정(random process)이 된다. 따라서 이 경우에는 채널의 특성을 나타내기 위하여 채널 함수에 대한 다차원 결합밀도함수(joint density function)를 필요로 한다. 하지만 복잡한 채널함수에 대해 1차(first-order) 밀도함수를 구하는 것은 비합리적이며 때로는 도출이 불가능한 경우도 있다. 따라서 보다 합리적인 접근방법으로서 채널함수의 2차(second-order) 상관 함수들로서 그 특성을 분석하고 표시하는 경우가 일반적이다.

$g(t, \alpha)$ 가 t 와 α 에 대해 확률과정이라고 하면 출력 상관 함수는

$$E\{y(t)y^*(s)\} = E\left\{ \int \int x(t-\alpha)x^*(s-\beta)g(t, \alpha)g^*(s, \beta) d\alpha d\beta \right\} \quad (15)$$

로 되고 입력이 확률과정이고 입력과 채널이 비상관(uncorrelated)인 경우

$$E\{y(t)y^*(s)\} = \left\{ \int \int E\{x(t-\alpha)x^*(s-\beta)\} E\{g(t, \alpha)g^*(s, \beta)\} d\alpha d\beta \right\} \quad (16)$$

로 되고 다시 입력이 광의의 정상 과정(wide-sense stationary process)인 경우와 입력과 채널 모두 광의의 정상 과정인 경우에는 각각

$$E\{y(t)y^*(s)\} = \left\{ \int \int R_x(\tau + \beta - \alpha) E\{g(t, \alpha)g^*(s, \beta)\} d\alpha d\beta \right\} \quad (17)$$

$$E\{y(t)y^*(s)\} = \left\{ \int \int R_x(\tau + \beta - \alpha) R_g(\tau, \alpha, \beta) d\alpha d\beta \right\} \quad (18)$$

로 된다. 또한 이 경우의 평균 함수의 특성을 살펴보면 결론적으로 입력과 채널이 광의의 정상과정이면 출력도 임의의 정상과정을 알 수 있다. 그러나 실제 일반적인 경우 입력은 확정(deterministic) 함수이므로 입력을 $x(t) = e^{j2\pi f t}$ 라고 두면 (16)으로부터

$$E\{y(t)y^*(s)\} = e^{j2\pi f(t-s)} \int \int R_g(t, s; \alpha, \beta) e^{j2\pi f(\alpha-\beta)} d\alpha d\beta \quad (19)$$

$$= e^{j2\pi f(t-s)} R_T(t, s; f) \quad (20)$$

을 얻게 된다. 식(20)은 선형 확률시변시스템의 출력은 $T(t, f)$ 의 상관함수에 의해 그 통계적인 특징이 결정된다는 것을 말해준다.

현상적인 관점에서 볼 때 무선 이동통신 채널은 상기한 선형 확률시변시스템의 특별한 경우로서 광의의 정상 비상관 산란(wide-sense stationary uncorrelated scattering) 과정으로 분류된다. 이 경우 $T(t, f)$ 의 상관함수는 $R_T(t, t + \tau; f, f + \Omega) \equiv R_T(\tau, \Omega)$

로 표시할 수 있는데 그 이유는 $T(t, f)$ 가 시간과 주파수 각각에 대해 광의의 정상이기 때문이다. 따라서 $g(t, \alpha)$ 가 광의의 정상 비상관 산란이므로 $R_g(t, t + \tau; \alpha, \alpha + \gamma) \equiv P_g(\tau, \alpha)\delta(\gamma)$ 로 표시하면

$$E\{y(t)y^*(s)\} = R_x(\tau) \int P_g(\tau, \alpha) d\alpha = R_x(\tau) R_T(\tau, 0) \quad (21)$$

로 된다. 이러한 관계를 그림으로 나타내면 다음 그림 5와 같이 표시할 수 있다.



<그림 5> 광의의 정상 비상관 채널의 출력상관함수

위 그림의 상관함수의 물리적인 의미로부터 우리는 일반적인 무선 채널의 페이딩(fading) 특성을 잘 이해할 수 있게 된다.

3. 결 론

일반적인 선형 시변 무선 채널에 대해 시간 영역 및 주파수 영역에서의 물리적인 의미와 모델의 타당성에 대해 고찰해 보았다. 마지막으로 채널의 시변성 및 잡음을 고려하여 확률론적인 채널 특성에 대해 고찰하였다. 광의의 정상 비상관 채널의 특성은 출력상관함수로부터 해석 가능하며 이 출력상관함수는 입력상관함수와 채널의 시간상관함수의 곱으로 나타낼 수 있음을 고찰하였다.

[참 고 문 헌]

[1] Philip A. Bello, "Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels", IEEE Transactions on Communications Systems, CS-11(4), 360-393, 1963.
 [2] H. Suzuki, "A Statistical Model for Urban Radio Propagation", IEEE Transactions on Communications, 25(7), 673-680, 1977.
 [3] T. Kailath, "Lectures on Communications System Theory", McGraw-Hill, Inc., 1961.
 [4] S. Kwon, D. R. Fuhrmann, "Sampling Theorems for Linear Time-Varying Systems with Bandlimited Inputs", 1999 IEEE ICASSP, 3, 1385-1388, 1999.