

정밀 열차 위치 제어를 위한 확장형 칼만 필터 제어가 적용된 GPS System 설계

김현수, 김말수, 김정욱, 유성호, 류명선, 최창호
(주)포스콘 기술 연구소

Development of GPS System using Extended Kalman Filter for Accurate Train Position Control in a CBTC system

KIM HYUN-SOO, KIM MAL-SOO, KIM JUNG-WOOK, YOO SUNG-HO, RYOU MYUNG-SEON, CHOI CHANG-HO
POSCON corporation, R&D center

Abstract - 21세기는 한국 철도의 르네상시대라고 부르고 있다. 이는 자동차와 비행기 등 다른 교통수단에 의해 낙후되어있던 철도가 다시 안전하면서 정확한 운송시간 등으로 그 경쟁력을 확보해가고 있으며 때를 같이하여 고속철도의 개통을 앞두고 있기 때문이다. 이러한 철도의 경쟁력을 강화하는데 크게 기여한 부분 중 하나가 신호 보안장치 즉 열차제어장치의 발전에 있다고 하겠다. 하지만 열차를 제어하기 위해선 실시간적으로 열차의 절대 위치를 알아야만 하는 문제점이 있다. 이를 비교적 쉽게 극복할 수 있는 방법 중 하나가 인공위성을 이용한 통신기술을 이용하는 것이다. 이는 이미 다른 분야에서는 상용화되어 서비스가 이루어지고 있는 GPS(Global Positioning System)이다.

본 논문에서는 열차의 절대 위치를 GPS(Global position system)를 이용하여 구해보고자 한다. 이를 위해 GPS 신호 추적을 확장형 칼만 필터를 적용하여 열차의 속도 변화에 대한 GPS 신호 추적 루프를 예측 제어함으로써 보다 정확하고 빠른 GPS 위치 정보를 도출하였다.

1. 서 론

열차의 안전 운행을 확보하기 위하여 연동장치, 폐색 장치, 신호기 장치 등 지상의 신호설비가 충분히 있으나 짙은 안개, 눈보라 등의 기상조건에 의해 가파른 신체의적인 문제로 인한 신호의 오인으로 인하여 열차의 충돌이나 추돌 등의 중대한 사고가 발생할 수 있는데 이러한 사고를 미리 방지할 수 있도록 개발 된 것이 열차 제어 시스템이다. 하지만 열차를 제어하기 위해선 실시간으로 열차의 절대 위치를 알아야만 하는 문제점이 있다. 이를 비교적 쉽게 극복할 수 있는 방법 중 하나가 인공위성을 이용한 통신기술을 이용하는 것이다. 이는 이미 다른 분야에서는 상용화되어 서비스가 이루어지고 있는 GPS(Global Positioning System)이다.

그러나 GPS 수신기는 위성 신호를 수신할 수 없거나 수신기 어려운 환경에서는 동작하지 못하는 단점을 가지고 있을 뿐만 아니라 GPS 위성 신호를 수신 가능한 환경에서도 항체의 움직임에 따라 신호를 적절히 추적하지 못해 잘못된 항법 정보를 제공하지 못하는 경우가 발생한다.

따라서 GPS 수신기가 빠른 동적특성을 가지는 항체에 설치되어 항법 정보를 제공하기 위해서는 수신기 내부의 추적 루프를 빠른 움직임에 의한 신호 변화에 대해 적절히 신호 추적하도록 설계되어야 한다. 일반적인 통신 시스템의 신호 추적 루프는 signal noise를 줄이는 것을 목적으로 설계되지만 빠른 동적 특성을 가지는 응용 분야에서 사용되는 수신기의 추적 루프는 noise 성능보다는 사용자와 위성의 움직임을 추적하는 것을 목적에 두고 설계한다. 이 경우 수신기 잡음 특성이 나빠지는 경우가 발생한다[1].

따라서 본 논문에서는 먼저 GPS 수신기 추적 루프를 위한 신호 모델을 살펴본 후 noise 성능을 유지하며 동적 특성을 개선하기 위한 확장형 칼만 필터 제어를 이용한 주파수 추적 루프를 설계하고 실험을 통한 성능 분석 결과를 보여줄 것이다.

2. GPS 신호 추적 루프 설계

GPS 수신기에서는 상관기를 이용하여 대략적인 코드 위치와 도플러 정보를 일치시키는 신호 획득이 이뤄진 후 코드와 반송파 신호 추정의 오차를 줄이기 위하여 신호 추적이 시작된다. 이때 신호 획득을 위하여 사용되었던 상관기구조가 신호 추적을 위해 사용된다. GPS 수신기추적 루프는 코드를 추적하는 루프(DLL: Delay Locked Loop)와 반송파 정보를 추적하는 반송파 추적 루프(PLL or FLL: Phase Locked Loop or Frequency Locked Loop)로 구성된다. 일반적인 추적 루프의 구성도는 그림1과 같다[2].

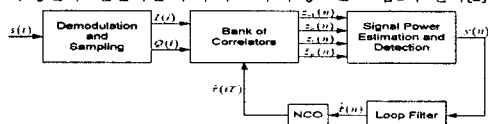


그림 1 GPS Signal Tracking Loop

X_K : K번째 X값, x_{K-1} : K-1번째값을 가지고 K번째 X의 추정값, \hat{x}_K : K번째 X의 예측값 이후 설명에 대해서는 지면의 협소함으로 인하여 생략하겠음.

대부분의 통신 시스템에서 사용하는 신호 추적 알고리즘은 되먹임 구조를 이용한다. 신호를 추적하는 기본적인 방법은 입력 신호만이 통과 할 수 있는 협대역 필터(Narrow Band Pass Filter)를 만들어 잡음을 제거하여 신호 성분만을 추적한다.

즉, 입력 신호의 주파수가 시간에 따라 변화하는 것을 추적하여 국부 발진기 신호의 주파수 또는 위상의 차이는 변별기를 통해 비교되고 변별기의 출력은 루프 필터를 통과시켜 국부 발진기를 제어하게 된다. 하지만 GPS 수신기 추적 루프는 응용분야에 따라 다양하게 설계해야 한다. 특히 정밀 추위를 위한 추적 루프를 설계하는 경우에는 측정값의 잡음을 최소화 하는 루프 필터를 설계해야 하며, 사용자의 움직임이 고기동이고 신호의 상태가 열악한 상황에서 동작하는 추적루프를 설계하는 경우에는 신호의 동기를 잃지 않고 연속적으로 추적하도록 설계하여야 한다. 따라서 본 논문에서는 열악한 상황에서도 수신기가 동작할 수 있도록 하기 위해 현대 제어 기법 중에 확장형 칼만 필터 기법을 이용하여 수신기 추적 루프를 설계하였다.

2.1 운동 모델(Dynamic model)

신호 추적 모델에 칼만 필터를 적용하려면, 고기동으로 인해 발생하는 도플러 에러가 포함된 $\Delta\tau, \Delta\omega, \Delta\theta$ 에 대한 특성을 고려해야 한다. GPS 수신기의 대역 확산 스펙트럼 시스템에서 사용되는 DLL(Delay Locked Loop)과 CTL(Code Tracking Loop)은 복잡한 시스템 구조를 가지지만 대상 시스템을 제어하는 되먹임 구조로 간략화 하여 나타낼 수 있다. 즉, 신호 추적 루프도 외부 잡음등의 영향을 줄이고 변하는 입력 신호로 추종하게 만든다.

2.1.1 코드 추적 프로세스 모델(Code tracking process model)

DLL에서는 코드 생성기가 제어 대상 시스템이 된다. 내부 코드 생성기에서 생성된 코드 위상과 입력 신호의 위상의 차이인 $\Delta\theta$ 가 최소가 되도록 아래와 같이 모델링한다.

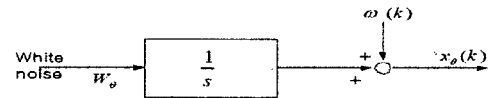


그림 2 코드 추적 프로세스 모델

그림2와 같이 입력 신호와의 위상차를 포함하는 시스템의 상태방정식은 $X_\theta(k+1) = \phi_\theta X_\theta(k) + \omega_k \Delta T + W_\theta$ (1)

$$x_\theta = [\theta_k \ \omega_k], \quad W_\theta = [w_\theta \ 0]$$

전체적인 코드 지연 모델식을 $\dot{X} = Fx + W$ 이고, 측정되는 데이터가 일정한 샘플링 주기를 가지는 데이터로 이산화 시키고 이때 샘플링 주기를 ΔT 로 한다. 정확한 이산화 시스템은 고차의 비선형 시스템이 되므로 간단하게 근사화 시키는 이산 시스템으로 표현한다. 일정한 샘플링 주기인 T를 가지므로 식 1은 다음과 같이 변화한다.

$$x_{k+1} = \phi x_k + W_k \quad (2)$$

이때 transition matrix는,

$$\phi_\theta = e^{F\Delta T} \approx I + F\Delta T = \begin{bmatrix} I & \Delta T & 0 \\ 0 & I & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \phi_\theta^T \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.1.2 주파수 추적 프로세스 모델(carrier frequency tracking process model)

CTL에서는 주파수 발생기가 제어를 위한 대상 시스템이 된다. CTL에서 국부 발진기 주파수 $\Delta\omega$ 와 내부 생성 신호 delay인 $\Delta\tau$ 를 조절하여 출력 신호 Power가 최대 되도록 아래와 같이 모델링한다.

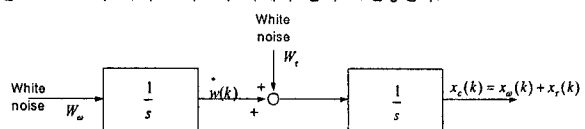


그림 3 주파수 추적 프로세스 모델

그림3과 같이 시간 드리프트와 주파수 오차를 랜덤워크로 가정하여 시스템의 상태방정식은

$$X_c(k+1) = \Phi_c x_c(k) + W_c \quad (4)$$

$$x_c = [\tau_k \ \omega_k \ \omega_k], \quad W_c = [u_r \ 0 \ u_w]$$

이때 샘플링 주기를 T라 하면 상태 transition matrix는

$$\Phi_c = e^{F\Delta T} \approx I + F\Delta T = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I & \Delta T & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \Phi_c^T \end{bmatrix} \quad (5)$$

따라서 전체 운동 모델의 시스템 방정식을 구하면

$$X_D(k+1) = \Phi_D x_D(k) + W_D \quad (6)$$

$$x_D = [\tau_k \ \theta_k \ \omega_k \ \omega_k], \quad W_D = [u_r \ u_\theta \ 0 \ u_w]$$

이때 샘플링 주기를 T라 하면 상태 transition matrix는

$$\Phi_D = e^{F\Delta T} \approx I + F\Delta T = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I & \Delta T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & \Delta T & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \Phi_D^T \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.2 측정 모델(Measurement model)

동적인 모델에서 정의하듯이 최적 신호 추적을 위해 $\Delta\tau, \Delta\omega, \Delta\theta$ 에 대한 측정모델이 필요하다. 이를 위해 상판기에서는 In phase arm과 Quadrature phase arm의 출력기를 통해 아래와 같은 S_I, S_Q 신호를 출력한다[3].

$$S_I = m \cdot \text{sinc}[(\omega - \hat{\omega})T/2]R(\tau - \hat{\tau})\cos(\theta - \hat{\theta}) + x / \sqrt{\frac{2ST}{N_0}} \quad (8)$$

$$S_Q = m \cdot \text{sinc}[(\omega - \hat{\omega})T/2]R(\tau - \hat{\tau})\sin(\theta - \hat{\theta}) + y / \sqrt{\frac{2ST}{N_0}} \quad (9)$$

여기서 $R(\tau)$ 는 상판기 내부 코드 생성기에서 생성된 신호이고, $\text{sinc}[u] = \sin(u)/u$ 이다. x, y 는 각각 Gaussian noise와 unit variance이고 샘플링 주기와 신호대 잡음비는 각각 T와 S/N_0 이다. 따라서 식 10과 같이 측정 벡터를 정의한다.

$$z_k = [S_k \ S_{Qk}] \quad (10)$$

식 8과 9는 비선형이기 때문에 상태 벡터와 측정 벡터 사이에 선형 관계식의 형태로 유도하는 과정에서 선형화가 이루어져야 한다. 선형화를 위해서 추정되는 점 x^* 에 대한 Taylor's series 전개식의 First-order항을 이용하여 선형 측정식을 식 11과 같이 만든다.

$$z_k - h(x^*) = H_k \Delta x + v_k \quad (11)$$

여기서 $\Delta x = x_k - x^*$ 는 증가량, v_k 는 측정 노이즈이다.

따라서 선형 측정 매트릭스인 H_k 는

$$H_k = \left[\frac{\partial h}{\partial x} \right]_{x=x^*} = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_I}{\partial \tau} & \frac{\partial S_I}{\partial \theta} & \frac{\partial S_I}{\partial \omega} & \frac{\partial S_I}{\partial \omega} \\ \frac{\partial S_Q}{\partial \tau} & \frac{\partial S_Q}{\partial \theta} & \frac{\partial S_Q}{\partial \omega} & \frac{\partial S_Q}{\partial \omega} \end{bmatrix} \quad (12)$$

선형화된 측정치 matrix H_k 의 내용은 식 13과 같이 정의한다.

$$\frac{\partial S_I}{\partial \tau} = R(\Delta\tau) \left\{ m \cdot \frac{2}{\Delta\omega} \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) \cos(\Delta\theta) \right\} \quad (13)$$

$$\frac{\partial S_I}{\partial \theta} = -\sin(\Delta\theta) \left\{ m \cdot \frac{2}{\Delta\omega} \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) R(\Delta\tau) \right\}$$

$$\frac{\partial S_I}{\partial \omega} = \left(-m \cdot \frac{1}{\Delta\omega^2} \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) + m \cdot \frac{4}{\Delta\omega} \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) \right) \{ R(\Delta\tau) \cos(\Delta\theta) \}$$

$$\frac{\partial S_I}{\partial \omega} = \left(m \cdot \frac{1}{3\Delta\omega^3} \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) - m \cdot \frac{2}{\Delta\omega^2} \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) - m \cdot \frac{8}{\Delta\omega^2} \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) \right. \\ \left. - m \cdot \frac{8}{\Delta\omega} \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) \right) \{ R(\Delta\tau) \cos(\Delta\theta) \}$$

$$\frac{\partial S_Q}{\partial \tau} = R(\Delta\tau) \left\{ m \cdot \frac{2}{\Delta\omega} \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) \sin(\Delta\theta) \right\}$$

$$\frac{\partial S_Q}{\partial \theta} = \cos(\Delta\theta) \left\{ m \cdot \frac{2}{\Delta\omega} \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) R(\Delta\tau) \right\}$$

$$\frac{\partial S_Q}{\partial \omega} = \left(-m \cdot \frac{1}{\Delta\omega^2} \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) + m \cdot \frac{4}{\Delta\omega} \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) \right) \{ R(\Delta\tau) \sin(\Delta\theta) \}$$

$$\frac{\partial S_Q}{\partial \omega} = \left(m \cdot \frac{1}{3\Delta\omega^3} \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) - m \cdot \frac{2}{\Delta\omega^2} \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) - m \cdot \frac{8}{\Delta\omega^2} \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) \right. \\ \left. - m \cdot \frac{8}{\Delta\omega} \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) \right) \{ R(\Delta\tau) \sin(\Delta\theta) \}$$

따라서 신호 추적 시스템의 측정 모델은

$$\begin{bmatrix} S_{I_{k+1}} \\ S_{Q_{k+1}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{S}_{I_{k+1}} \\ \hat{S}_{Q_{k+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_I}{\partial \tau} & \frac{\partial S_I}{\partial \theta} & \frac{\partial S_I}{\partial \omega} & \frac{\partial S_I}{\partial \omega} \\ \frac{\partial S_Q}{\partial \tau} & \frac{\partial S_Q}{\partial \theta} & \frac{\partial S_Q}{\partial \omega} & \frac{\partial S_Q}{\partial \omega} \end{bmatrix}_{x=x^*} \begin{bmatrix} \Delta\tau \\ \Delta\theta \\ \Delta\omega \\ \Delta\omega \end{bmatrix}_k$$

$$(14)$$

이 된다.

2.3 확장형 칼만 필터 모델(Extended Kalman Filter)

칼만 필터는 선형 모델에서 상태 변수를 추정하며 만일 모델이 비선형이라면 필터식을 유도하는 과정에서 선형화(Linearization Procedure)가 이루어져야 한다. 선형화 과정에서는 Taylor Series로 전개하게 되는데 비선형 모델 고유의 성질을 잃어버린다면 적용이 불가능하게 된다.

이 과정에서 얻어지는 칼만 필터를 확장형 칼만 필터라 한다. GPS 시스템에서는 기본적인 확장형 칼만 필터를 많이 사용한다. 이미 앞에서 설명한 동작 모델과 측정 모델 등을 이용하여 시간이 전파된 이전 상태 변수와 현재 측정치 정보를 이용한 Measurement Update 과정과 Measurement Update된 상태 변수와 오차 공분산을 다음 Measurement Time으로 전파하는 Time Update과정으로 나뉘어 진다[4].

1> Initialization

- \hat{x}_0 (상태초기값), P_0^- (에리공분산초기값), $\hat{z}_0 = h(\hat{x}_0)$ (출력추정치초기값)

2> Measurement Update

- Measurement matrix를 구한다.

$$H_k = \left[\frac{\partial h}{\partial x} \right]_{x=\hat{x}_k} \quad (15)$$

- 칼만 이득을 계산한다.

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (16)$$

- Measurement value를 이용하여 상태 변수를 Update한다.

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - \hat{z}_k^-), \quad z_k = \begin{bmatrix} S_k \\ S_{Qk} \end{bmatrix} \quad (17)$$

- 오차 공분산을 Update한다.

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (18)$$

3> State update

- 오차 공분산을 다음 Epoch로 전달한다.

$$P_{k+1}^- = \Phi_k P_k^- \Phi_k^T + Q_k \quad (19)$$

- 추정된 상태 변수를 다음 측정 Epoch로 전달한다.

$$\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{x}_k \quad (20)$$

- 출력 추정치를 다음 측정 Epoch로 전달한다.

$$\hat{z}_{k+1}^- = h(\hat{x}_{k+1}^-) \quad (21)$$

3. 결론

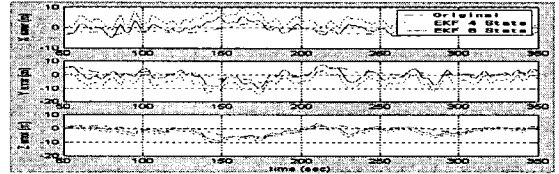


그림 4 ECEF error EKF 4 states, EKF 8 states, original

칼만 필터를 수행 전에 측정 오차 공분산 행렬인 R_k 와 공정 노이즈 Q_k 를 결정해야 하는데 측정 오차 공분산 R_k 는 측정치의 오차정보를 나타내므로, 수행 전에 오차를 구할 수 있다. 하지만 공정 노이즈 Q_k 는 동적인 운동 모델의 불확실성을 나타내기 때문에 값을 결정하기 쉽지 않다. 따라서 운동 모델의 오차가 많을수록 충분히 큰 값을 선택함으로써 [5] 필터의 성능은 주로 측정치에 의존된다. 이 두 값의 결정은 실제로 칼만 필터의 성능에 큰 영향을 주며, 적절한 값이 존재하면 추정 오차 공분산과 칼만 이득은 빠르게 안정되어 일정한 값을 유지하게 된다. 그래서 추정 결과를 보고 R_k, Q_k 를 반복하여 조정함으로써 최적의 성능을 나타낼 수 있었다.

[참고 문헌]

- [1] B.Hofmann, J. Collins "GPS Theory and Practice, Fifth"
- [2] "GPS Architect Software Design Manual V6.12", GEC Plessey Semi conductors, GPS Group
- [3] E.D. Kaplan and C.J. Hegarty, "Understanding GPS: Principles and Applications 2nded", Artech-House Inc., Norwood, 2006, pp. 3
- [4] Heiner Kuhlmann, "Kalman-Filtering with colored measurement noise for deformation analysis"
- [5]. D.-J. Jwo "Optimisation and sensitivity analysis of GPS receiver tracking loops in dynamic environments", IEE Proc. Radar, Sonar Navig., Vo l. 148 (Aug. 2001), pp 241-250

[Acknowledgement]

이 논문은 건설교통부에서 지원하는 '경량전철 신호제어 시스템 기술 개발 연구 개발 사업'의 과제 수행의 결과물로 작성된 논문임.