

## Control Moment Gyroscope의 상태되먹임 제어기 설계

김태연, 유 준  
충남대학교 전자공학과 제어정보시스템실험실

### State Feedback Controller Design for Control Moment Gyroscope

Taeyeon Kim, Joon Lyou  
Control Information System Lab., Dep. of Electronics, Chungnam National University

**Abstract** - This paper presents an application of LQR(Linear Quadratic Regulator) for experimental control moment gyroscope. To be specific, mathematical model is first derived based on the quaternion and Lagrange's equation, state feedback controller using LQR scheme is designed, and to show the stability of the scheme, experimental results are given.

#### 1. 서 론

CMG는 고속으로 회전하는 로터와 그 회전축 방향을 변경할 수 있는 짐벌 및 구동 모터로 이루어진다.[1]. CMG의 로터는 고속으로 회전하면서 회전축을 유지하려는 성질을 갖는다. 이 때 회전축 이외의 축에 외력이 가해지면, 외력이 가해진 축에 대한 수직축을 중심으로 토크가 발생하는데, 이것이 바로 자이로스코프 효과이다. 그리고 이러한 자이로스코프 효과를 이용하여 CMG는 항체의 회전 정도를 감지하고 구동 모터의 토크에 의해 항체의 자세를 안정화 할 수 있다.[2]

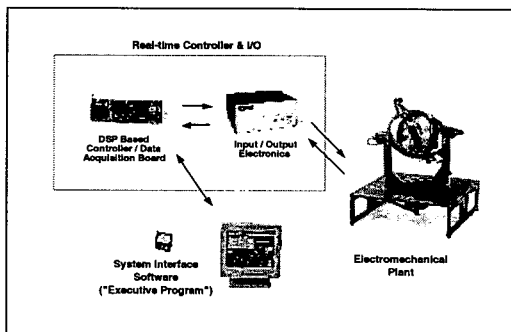
본 논문에서 사용된 연구용 CMG(ECP Model 750)는 1개의 로터와 3개의 짐벌로 이루어진 기구부와 로터 및 짐벌을 구동할 수 있는 2개의 모터로 구성되어 있다. 그리고 각 짐벌에는 엔코더가 부착되어 있어 회전량을 감지할 수 있다. 하지만 로터가 고속으로 회전할 때 동시에 회전축과 동일한 축을 중심으로 반작용 토크가 발생하게 되는데, 이러한 반작용 토크는 구동 토크와 상호 결합되어 CMG의 제어에 영향을 미친다.

본 논문에서는 상태 되먹임 제어기를 설계하여 연구용 CMG의 구동 토크와 반작용 토크를 동시에 제어하였다. 쿼터니언을 이용한 CMG의 동역학 모델로부터 시스템을 안정화시키면서 2차 성능지표를 최소화하는 최적의 제어입력을 갖는 제어기를 설계하였으며, 실험을 통하여 그 성능을 관찰하였다.

#### 2. CMG 시스템 소개

##### 2.1 시스템 구성

본 논문에서 사용된 연구용 CMG 시스템은 그림 1과 같이 CMG 기구부와 DPS 기반의 제어부, 그리고 구동 프로그램의 3 부분으로 구성된다.

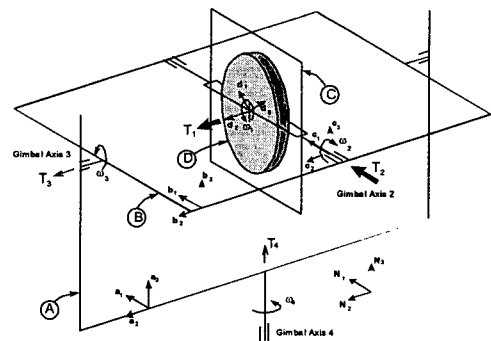


〈그림 1〉 연구용 CMG 시스템의 구성

CMG 기구부는 최대 800RPM으로 회전할 수 있는 로터와 그 회전축 방향을 변경할 수 있는 3자유도의 짐벌, 그리고 로터 및 짐벌을 구동하기 위한 2개의 DC모터로 구성된다. 각 짐벌에는 엔코더가 부착되어 있어 회전량을 검출할 수 있다. 제어부는 DSP 기반의 M56000 프로세서와 16bit AD/DA 컨버터 및 디코더로 구성되어 있어 설계된 제어기에 대한 고속연산과 정밀한 신호 입출력이 가능하다. 또한, 구동 프로그램으로 MATLAB & SIMULINK를 사용하여 PC 상에서 제어기를 설계하고 그 성능을 검증할 수 있다.

##### 2.2 동역학 모델

본 논문에서 사용된 CMG의 동역학 모델을 구하기 위하여 그림 2와 같이 좌표계를 설정하였다.



〈그림 2〉 CMG 좌표계의 정의

여기서  $N_i$ 는 서로 직교하는 3개의 벡터로 이루어진 관성좌표계를,  $a_i, b_i, c_i$ 는 각 짐벌 A, B, C의 직교좌표계를,  $d_i$ 는 로터 D의 직교좌표계를 나타낸다. ( $i=1, 2, 3$ ) 그리고  $\omega_j(j=1, 2, 3, 4)$ 는 로터와 각 짐벌의 회전에 따른 각속도를 나타낸다.

기구부의 모든 질량중심은 로터의 질량중심과 일치하여 각 짐벌에는 각속도 성분만 존재한다고 가정하면 관성좌표계에 대한 로터의 각속도 벡터를 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

$$N^D = \omega_4 a_3 + \omega_3 b_2 + \omega_2 c_1 + \omega_1 d_2 \quad (1)$$

각 짐벌의 좌표계는 식(2)와 같은 좌표변환 행렬을 이용하여 모두 관성좌표계로 변환할 수 있다. 그리고 이것은 오일러각과 쿼터니언의 관계를 이용하여 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.[3]

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_0 q_1 + q_2 q_3) \\ 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) & q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) & q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

로터를 구동시키는 모터의 토크를  $T_1$ , 짐벌을 구동시키는 모터의 토크를  $T_2$ 라고 하면,

$$T^D = T_1 d_2, T^C = -T_1 d_2, T^C = T_2 c_1, T^B = -T_2 c_1 \quad (4)$$

와 같고 각각의 토크는 시스템 입력으로 사용된다. 그리고 로터의 회전운동에너지와 관성질량은 식(5), 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$K = \frac{1}{2} N^D \cdot I \cdot N^D \quad (5)$$

$$I = I_D c_1 c_1 + J_D c_2 c_2 + I_B c_3 c_3 \quad (6)$$

이로부터 라그랑지안 방정식을 이용하여 식(9)와 같은 CMG의 동역학 모델을 얻을 수 있다.

$$L = K \quad (7)$$

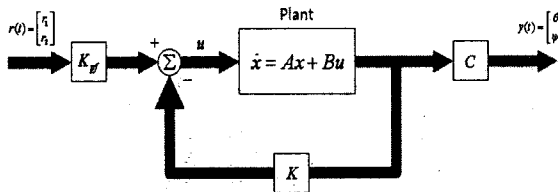
$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \omega_r} - \frac{\partial L}{\partial p_r} = T_r, \quad (r=1,2,3,4) \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서  $\Omega$ 는 로터의 회전속도이다.[4][5]

### 3. 상태 피드백 제어기 설계

본 장에서는 2장에서 유도한 CMG의 동역학 모델로부터 LQR 방식을 이용하여 상태피드백 제어기를 설계하였다. 그림 2는 이에 대한 블록선도를 나타낸다.



<그림 3> CMG의 상태피드백 블록선도

여기서  $K_p$ 는 입력에 대한 전처리 필터를 나타낸다. 그리고 시스템의 상태는 자이로스코프 효과에 의해 가변되는 요 축의 회전각( $\psi$ )과 각속도( $\omega_1$ ), 로터의 회전에 의해 가변되는 피치 축의 회전각( $\theta$ )과 각속도( $\omega_2$ ) 및 외란이 가해지는 롤 축의 각속도( $\omega_3$ )이다. 이에 대한 시스템의 각 행렬은 동역학 모델로부터 식(11), 식(12), 식(13)과 같다.

$$x = [\theta \quad \psi \quad \omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3]^T \quad (10)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{J_D \Omega}{I_C + I_D} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-J_D \Omega}{I_D + K_A + K_B + K_C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{I_C + I_D} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{J_B + J_D} & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

LQ 최적화 이론에 의하여 식(14)의 2차 성능지수를 최소화하는 제어입력  $u$ 는 식(15)와 같다.

$$J = \int (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (14)$$

$$u = -Kx, \quad K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} \end{bmatrix} \quad (15)$$

그리고 이러한 2차 성능지수를 최소화하는 최적제어기는 Riccati 방정식을 이용하여 행렬  $K$ 의 각 성분을 구함으로써 설계할 수 있다.[6] 여기서 출력 오차를 최소화하기 위한  $Q$ 는  $Q=C^T C$ 로 제어출력 가중치  $R$ 은 식(16)과 같이 설정하여 행렬  $A-BK$ 의 고유치인 페루프 극점이  $2 \sim 2.5Hz$  범위에 있는  $r$ 을 선택함으로써 행렬  $K$ 의 각 성분을 구하였다.

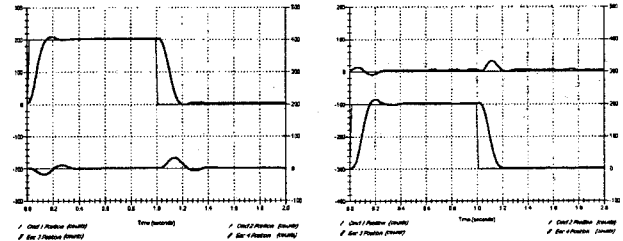
$$R = r \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

### 4. 실험 결과

본 장에서는 3장에서 유도한 상태 피드백 제어기를 연구용 CMG에 적용한 실험결과를 나타낸다.  $r=0.1$ 에 대하여 다음과 같은 행렬  $K$ 의 성분을 구하였다.

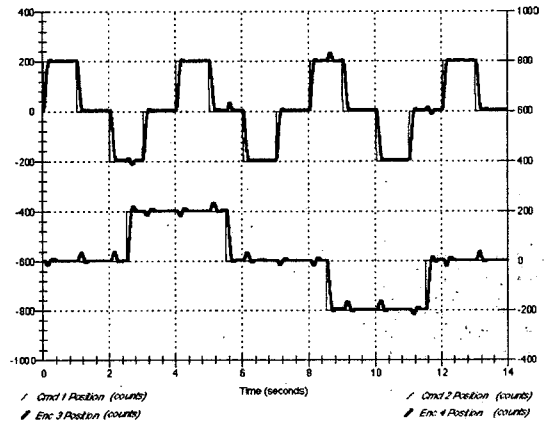
$$K = \begin{bmatrix} -8.5 & -5.3 & -0.058 & -0.54 & -0.69 \\ 1.67 & -2.68 & 0.058 & 0.05 & -0.12 \end{bmatrix} \quad (17)$$

이로부터 단위계단입력에 대한 피치 축과 요 축 각각의 응답은 그림 5와 같다.



<그림 4> 단위계단입력에 대한 각 축의 응답

그리고 동시에 연속된 계단입력을 인가했을 때 각 축의 응답은 그림 5와 같다.



<그림 5> 연속계단입력에 대한 각 축의 응답

### 5. 결론 및 고찰

본 논문에서는 연구용 CMG(ECP Model 750)의 구동 토크와 반작용 토크를 제어하기 위한 상태 피드백 제어기를 설계하였다. CMG의 기구학 해석에 쿼터니언을 적용하여 좌표변환 행렬을 얻고 라그랑지안 방정식을 이용하여 동역학 모델을 유도하였다. 그리고 이에 대해 LQR 방식을 적용하여 2차 성능지수를 최소화하는 제어입력을 구하였다. 각각의 회전축에 단위계단입력을 인가하였을 때 안정됨을 확인하였고, 동시에 연속적인 계단입력을 인가하였을 때 모두 안정된 응답을 나타냄을 확인하였다. 추후 각각의 토크를 제어하는 PID 제어기 방식과의 성능을 비교하고 보다 상호 결합된 경우에 대한 연구를 진행할 예정이다.

### [참고 문헌]

- [1] R. C. Baker and B. Charlie, "Nonlinear unstable systems," International Journal of Control, vol. 23, no. 4, p. 123, May, 1989.
- [2] 이진영, 권만오, "자이로 구동장치를 이용한 공중물체의 자세제어 및 안정화," 전기공학회 논문지, 49D권 8호, pp. 459-465, 2000
- [3] 남현성, 유준, "Lyapunov 재설계 기법을 이용한 우주비행체 강인 자세제어기 설계," 제어자동화시스템공학 논문지, 제8권, 제4호, pp. 313-313, 2002.
- [4] Thomas R. Parks, "Manual for Model 750 : Control Moment Gyroscopes", ECP Systems, 1999.
- [5] 김태연, 공원욱, 유준, "쿼터니언을 이용한 CMG장비의 운용," 제어자동화시스템공학 심포지엄, pp. 637-639, 2007
- [6] F. Franklin, "Feedback Control of Dynamic Systems", PrenticeHall, 2002