

### 3자유도 영구자석형 스피리컬 모터의 토크 시뮬레이션

강동우, 원성홍, 이성구, 김기찬, 김승주, 이주  
한양대학교 전기공학과

#### Torque Simulation for the 3-Degrees Of Freedom Permanent-Magnet Spherical Motor

DONG-WOO KANG, SUNG-HONG WON, SUNG-GU LEE, KI-CHAN KIM, SEUNG-JOO KIM, JU LEE  
HANYANG UNIVERSITY

**Abstract** - These days, robot-industry development requires a new motor technology. Robot system is more complex than the other machine ones. They need the simplicity and light weight as robot systems. Moreover, They have to become a high energy efficiency machine. For these reasons, in this paper, the 3-degrees of freedom permanent-magnet spherical motor is proposed instead of existing ones.

The proposed motor model is analyzed by using FEA(Finite Element Analysis), for comparing the results, torque of the motor is simulated by derived torque function.

#### 1. 서 론

지난 몇 년간은 로봇산업의 르네상스를 일으킬 만큼 휴머노이드에 대한 기술 개발이 활발하였다. 휴머노이드라 함은 인간과 같은 행동, 감정, 생각을 할 수 있는 기기를 말한다. 이러한 휴머노이드의 특징 중에 행동을 묘사함에 있어서 보다 자연스럽게 로봇의 크기가 작으며 기기 효율성을 높일 수 있는 방향으로 많은 엔지니어들이 지향하고 있다.

특히 모터분야는 로봇의 동작을 담당하는 가장 중요한 부분으로써 엔지니어들이 목표로 하고 있는 소형화 및 고효율을 달성하기 위해서는 기존의 1 자유도 모터의 특성에서 벗어나 새로운 개념의 모터가 도입이 되어야 한다. 이러한 방안의 하나로 이번 논문에서 소개된 3-자유도 스피리컬 모터는 아주 효과적인 대안이 될 수 있을 것이며 휴머노이드 뿐만이 아니라 산업용으로 대부분 사용되고 있는 매니플레이터를 대체할 수 있는 훌륭한 모터라고 생각된다. 본 논문에서는 스피리컬 모터의 구조를 제안하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 그 특성을 살펴 보았다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 스피리컬 모터의 소개 및 설계

스피리컬 모터는 모터 선진국이라 불리고 있는 일본, 미국, 독일 등에서 연구가 이루어지고 있다. 초기 스피리컬 모터는 유도기와 유사한 특징을 이용하여 연구가 시작이 되었다. E. Laithwaite가 새로운 개념의 유도형 스피리컬 모터(SIM : Spherical Induction Motor)를 제안하였고 1970년대와 1980년대를 거치면서 Kok-Meng Lee에 의해서 가변 릴럭턴스형 스피리컬 모터(VRSM : Variable Reluctance Spherical Motor)로 점차 그 연구영역이 넓어졌다. 이후 독일과 일본 등에서 다자유도를 구현할 수 있는 새로운 개념의 스피리컬 모터를 연구하고 있으며 최근에는 초음파 스피리컬 모터(USM : Ultrasonic Spherical Motor)도 연구가 진행되고 있다. 아직 국내에서는 다자유도 스피리컬 모터에 대한 연구가 거의 전무하

게 이루어지고 있으나 최근 로봇의 실용화에 관심이 집중이 되고 있는 지금 시점에서 이 스피리컬 모터의 연구는 아주 중요한 연구대상으로 떠오를 것이라 예상된다.

본 논문에서 제안된 모델은 로봇의 관절에 초점을 맞추어 구형타입으로 설계가 되었으며 회전자에 영구자석을 사용하였다. 이 모델은 외국의 경우 John Hopkins대학의 David Stein이 연구하는 자유회전형 영구자석 스피리컬 모터(Free Rotation Permanent-Magnet Spherical Motor)처럼 영구자석을 사용하여 완전 자유형으로 만든 경우와 본 논문에서 제안된 회전축이 지지구조에 연결이 되어있는 타입으로 구분된다. 이러한 지지구조가 있는 타입의 경우에는 동작상의 회전각도가 제한되어 동작각도 범위에 한정이 있다.

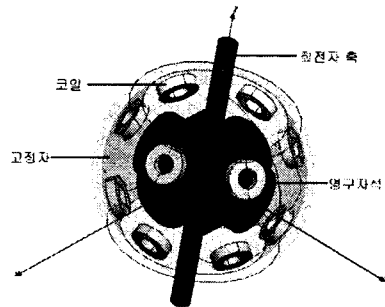


그림 1. 영구자석형 스피리컬 모터의 3차원 모델

그림 1은 3차원 CAD를 이용한 본 논문에서 연구된 영구자석형 스피리컬 모터를 보여주고 있다. 스피리컬 모터는 4개의 Nd-계의 영구자석을 사용하였으며 X-Y평면을 기준으로 아래위 각각 6개씩 총 12개의 코일이 배치되어 있는 구조로 되어있다.

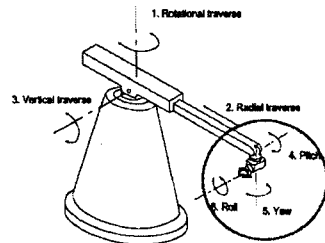


그림 2. 로봇의 동작 축과 스피리컬 모터 역할부분

영구자석형 스피리컬 모터는 코일에 흐르는 전류에 의해 발생하는 기자력과 회전자의 영구자석과의 상호 작용에 의해 토크가 발생하여 동작을 한다.

이러한 동작을 그림 2와 같이 3가지 즉, Pitch, Roll, Yaw로 구분되어 구동된다고 볼 수가 있으며 각 구동 방향의 특성에 따라 회전자축의 방향이 결정된다. 이 세 가지 동작이 하나의 스피리컬 모터로 대체되어 소형화될 수 있음을 예상할 수 있다.

## 2.2 토크식의 유도

회전자의 영구자석과 고정자의 코일에 의한 상호작용으로 토크가 발생을 한다. 이 논문의 목표는 이러한 토크를 수치해석적인 방법을 이용하여 유도한 식을 이용하여 제안된 모델에 적용하였을 때 계산되어진 토크가 3D FEM을 이용하여 시뮬레이션하여 구해진 결과와의 비교를 통해 적용 타당성을 검증하고자 한다. 따라서 우선 토크 식부터 알아보면  $n_c$ 을 코일당 권선 수,  $i_j$ 를  $j$  번째 코일의 전류값이라고 할 때 식(1)과 같이 정의할 수 있다.

$$\vec{T}_{jk} = f(\varphi_{jk}) \frac{\vec{S}_j \times \vec{R}_k}{|\vec{S}_j \times \vec{R}_k|} n_c i_j \quad (1)$$

이 토크벡터 식을 계산하기 위해서는  $f(\varphi_{jk})$  즉, 회전자의 자극과 고정자의 전기자자극의 기하학적 정의하기 위한 회전자 방향벡터의 우함수를 구해야 하며 고정자가 고정되었을 때 고려하는  $k$  번째 회전자 자극의 위치 단위 벡터  $\vec{R}_k$ 와  $j$  번째 고정자 코일의 위치벡터  $\vec{S}_j$ 를 알아야 한다. 따라서  $\vec{R}_k$ 와  $\vec{S}_j$ 를 정의하면

$$\vec{R}_k^r = r_r [\cos \gamma_r \cos(k-1)\delta_r, \cos \gamma_r \sin(k-1)\delta_r, \sin \gamma_r]^T \quad (2)$$

$$\vec{S}_j^s = r_s [\cos \gamma_s \cos(j-1)\delta_s, \cos \gamma_s \sin(j-1)\delta_s, \sin \gamma_s]^T \quad (3)$$

이 된다. 두 식에서  $r_r$ 은 회전자 자석위치와  $r_s$ 은 고정자 코일위치,  $\delta_s$ 는 고정자 코일간의 각도,  $\delta_r$ 는 회전자 자극간의 각도이며  $r, \gamma, \delta$ 는 그림 3을 통해서 정의된다.

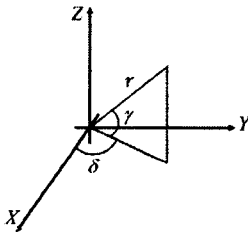


그림 3. 자극 위치를 표시하기 위한 좌표계

### 2.2.1 토크 식 유도를 위한 좌표변환의 사용

앞서 유도된 고정자와 회전자의 벡터성분은 회전자의 축이 기울어짐에 따라 기준이 달라지기 때문에 이러한 현상을 고려한 좌표변환을 사용하여 변환된 식으로 계산하여야 한다. 좌표변환을 위해 사용되어지는 것이 Z-Y-Z Euler 각 변환이다. 회전행렬 변환 식은 다음과 같다.

$$R_{ZYZ}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma - s\alpha s\gamma & -\cos\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & \cos\beta \\ s\alpha\beta\cos\gamma + c\alpha s\gamma & -s\alpha\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha\beta \\ -s\beta c\gamma & s\beta s\gamma & c\beta \end{bmatrix} \quad (4)$$

이 식에서  $s$ 는  $\sin$  함수를 의미하며  $c$ 는  $\cos$  함수를 의미한다. 여기에 사용된  $\alpha, \beta, \gamma$ 는 그림 4에 의해 정의된다.

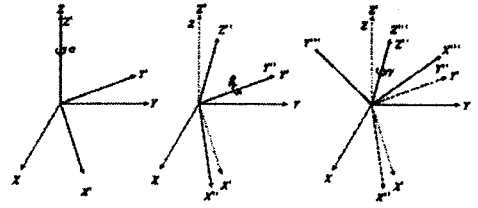


그림 4. Z-Y-Z Euler 회전행렬 변환좌표

이 회전행렬을 사용하여 회전자 위치벡터 식(5)로 변환하면 식(6)과 같이 변환이 된다.

$$[\vec{r}] = R_{ZYZ}(\alpha, \beta, \gamma) \quad (5)$$

$$\vec{R}_k^r = [\vec{r}] \vec{R}_k^r \quad (6)$$

### 2.2.2 근사함수 및 전류의 수식적 표현

토크벡터를 구하기 위하여 수식 (1)에서 표현된 파라미터  $f(\varphi_{jk})$ 와  $i_j$ 를 정의해야 한다. 실제로  $f(\varphi_{jk})$ 은 구하기 쉬운 함수가 아니기 때문에 회전자의 자극과 고정자 코일의 관계로부터 알 수 있는 토크상수 근사함수식을 사용하여 구할 수 있다.  $\varphi_{jk}$ 은 고정자 자극과 회전자 코일의 사이 각이다.

$$\varphi_{jk} = \left| \cos^{-1} \left( \frac{\vec{S}_j^s \cdot \vec{R}_k^r}{|\vec{S}_j^s| |\vec{R}_k^r|} \right) \right| \quad (7)$$

$$\hat{f}(\varphi_{jk}) = \sum_{n=1}^{N_f} \alpha_n \exp(-\lambda_n \varphi_{jk}^2) \quad (8)$$

이 토크상수 근사함수식은 다항식이나 삼각함수를 이용하여 구할 수도 있지만 FEM 해석결과를 볼 때 지수함수의 합으로 구하는 것이 편리하여  $\hat{f}(\varphi_{jk})$ 이 도입이 되었다.  $N_f$ 는 차수이며  $\alpha_n, \lambda_n$ 은 근사함수의 계수이다.

위에 구해진 토크상수 근사함수식을 본 논문의 4극 12코일 모델에 적용하기 위하여 다음과 같은 근사함수 계수 값의 결과를 얻을 수 있었다.

표 1. 토크상수 근사함수식을 위한 계수 값

| $n$         | 1     | 2     | 3    | 4     |
|-------------|-------|-------|------|-------|
| $\alpha_n$  | -91.8 | 91.8  | 0.6  | -0.6  |
| $\lambda_n$ | 3.499 | 3.393 | 15.5 | 1.825 |

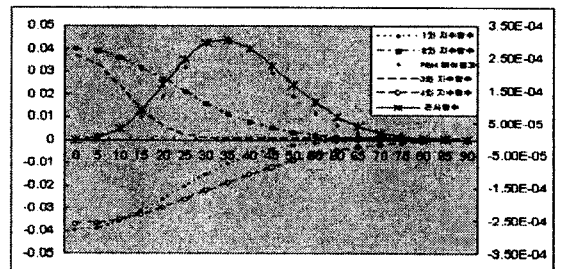


그림 5. 토크상수 근사함수식을 이용한 결과 그래프

구해진 근사함수식의 계수 값은 정밀한 계산에 의해 얻어진 값은 아니며 근사함수식의 성질에 비추어 유사형태의 그래프를 얻기 위해 사용된 값들이다. 이 계수 값을

사용하여 구해진 그래프는 영구자석형 스피리컬 모터 모델의 유한요소 해석으로부터 얻은  $f(\varphi_{jk})$ 와 비슷한 경향을 가짐을 알 수 있다.  $f(\varphi_{jk})$ 와  $\hat{f}(\varphi_{jk})$ 의 오차를 줄이기 위해 계수 값 조정이 가능하다.

마지막으로 전류 식을 표현함으로써 우리가 원하는 토크 벡터를 구할 수 있으며 그 벡터의 합은 전체 토크가 얼마나 발생하는지 수식적인 계산을 가능하게 한다. 회전자 축이 기울어진 각도  $\alpha$ , 고정 좌표계의 Z축을 기준으로 회전한 각도  $\beta$ 라고 할 때, 전류 식은 식(9), 식(10)으로 정의된다.

$$\begin{aligned} i_{au} &= I_m \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}\alpha \times \cos\beta\right) \times \cos(2(\omega t + \beta)) \\ i_{bu} &= I_m \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}\alpha \times \cos\left(\beta - \frac{\pi}{3}\right)\right) \times \cos\left(\omega t + \left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ i_{cu} &= I_m \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}\alpha \times \cos\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \times \cos\left(\omega t + \left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ i_{du} &= I_m \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}\alpha \times \cos(\beta - \pi)\right) \times \cos(2(\omega t + \beta)) \\ i_{eu} &= I_m \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}\alpha \times \cos\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \times \cos\left(\omega t + \left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ i_{fu} &= I_m \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}\alpha \times \cos\left(\beta + \frac{\pi}{3}\right)\right) \times \cos\left(\omega t + \left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} i_{ad} &= I_m \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}\alpha \times \cos\beta\right) \times \cos(2(\omega t + \beta)) \\ i_{bd} &= I_m \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}\alpha \times \cos\left(\beta - \frac{\pi}{3}\right)\right) \times \cos\left(\omega t + \left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ i_{cd} &= I_m \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}\alpha \times \cos\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \times \cos\left(\omega t + \left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ i_{dd} &= I_m \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}\alpha \times \cos(\beta - \pi)\right) \times \cos(2(\omega t + \beta)) \\ i_{ed} &= I_m \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}\alpha \times \cos\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \times \cos\left(\omega t + \left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ i_{fd} &= I_m \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}\alpha \times \cos\left(\beta + \frac{\pi}{3}\right)\right) \times \cos\left(\omega t + \left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \end{aligned} \quad (10)$$

상부의 코일을 시계방향으로  $au, bu, cu, du, eu, fu$ 로 정의하고 하부의 코일을 시계방향으로  $ad, bd, cd, dd, ed, fd$ 로 정의되며 중심을 기준으로 대각선상의 코일은 같은 전류가 인가된다.

### 2.3 3차원 유한요소해석의 토크 시뮬레이션

3D FEM을 이용하여 먼저 토크를 시뮬레이션하면 그림 6과 같은 결과를 얻을 수 있다.

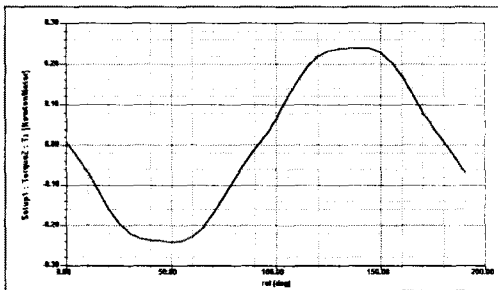


그림 6. 3D FEM 토크 시뮬레이션

이 결과 값은 전체 12개 코일과 4개 자극과의 상호 작용에 의한 것이며 각 코일에 1A의 전류를 인가하였을 때 고정자 좌표계에서의 Z축을 기준으로 회전자축이 180도 회전한 시뮬레이션의 결과이다.

### 2.4 토크 식 해석 및 3차원 유한요소해석의 비교

앞서 구해진 토크 식을 바탕으로 MATLAB을 이용하여 토크 식에 의한 시뮬레이션을 검토하였다. 검토된 결

과는 위에서 구해진 토크상수 근사함수식의 계수 값을 사용하여 각 코일의 전류 식을 가지고 계산된 결과이다. 그 결과를 2.3절에서 구해놓은 3D FEM 결과 값과 비교 하면 근사함수를 바탕으로 구해진 토크식이 이 논문에서 제안된 영구자석형 스피리컬 모터에 얼마나 정확하게 적용이 되고 사용가능한지를 살펴볼 수 있을 것이다. 그림 7은 이 두 가지 토크 시뮬레이션의 결과 값을 비교한 것이다.

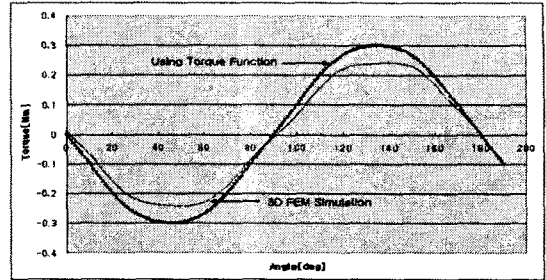


그림 7. 3D FEM 및 Torque Function Simulation 비교

두 그래프의 오차는 근사함수를 결정하는 데에 있어서 계수 값 설정의 오차로 발생된 것이라 예상되며 전체적인 토크 특성을 알아보는 데에는 짧은 시뮬레이션 계산시간을 고려했을 때 더 효율적인 방법이 될 것으로 생각된다.

## 3. 결 론

본 논문은 스피리컬 모터 중에서 영구자석을 사용한 영구자석형 스피리컬 모터를 제안하였다. 하지만 3-자유도 구동특성을 가지는 스피리컬 모터를 3D FEM해석 등을 통해 그 특성을 해석하기에는 많은 시간이 필요하게 된다. 따라서 3-자유도 스피리컬 모터의 토크 특성을 수식적으로 유도한 근사함수식을 사용함으로써 계산시간을 줄이고 본 논문에서 제안된 영구자석형 스피리컬 모터에 적용하였을 경우에도 토크 특성이 비슷한 경향을 보여 그 타당성을 검증할 수 있었다.

### 감사의 글

본 논문은 산업자원부의 중점추진 과제인 신·재생에너지 발전의 계통연계 기초기술개발 연구 (과제번호: R-2004-B-125)의 지원으로 수행된 논문입니다.

### [참 고 문 헌]

- [1] Raye A. Sosseh and Lee K-M, "Finite Element Torque Modeling For The Design Of A Spherical Motor", Seventh International Conference on Control, Automation, Robotics And Vision, 390-395, December 2002.
- [2] Lee K-M, and Son H-S, "Torque Model for Design and Control of a Spherical Wheel Motor", Proceedings of the 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, MC3-03, 335-340, 24-28 July 2005
- [3] John J. Craig, "Introduction To Robotics", Prentice Hall, ch.2, 3rd edition.
- [4] F. C. Williams, E. R. Laithwaite, and L. S. Piggott, "Brushless variable speed induction motors", Proc. Inst. elec. En g. (London), Vol. 104-A, pp. 102-122, June 1956.
- [5] J. Wang, K. Mitchell, G. W. Jewell, D. Howe, "Multi-degree-of-freedom spherical permanent magnet motors", Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Volume 2, 2001 Page(s) : 1798-1805.