

## 배전용 cable 변압기 권선의 진동모드 계산

하정우<sup>1</sup>, 우성현<sup>1</sup>, 신태석<sup>1</sup>, 이진희<sup>2</sup>  
 홍익대학교 전기공학과<sup>1</sup>, 홍익대학교 기계정보공학과<sup>2</sup>

### A Vibration Mode Analysis of Winding in a Cable Type Distribution Power Transformer

Jung Woo Ha<sup>1</sup>, Sung Hyun Woo<sup>1</sup>, Pan Seok Shin<sup>1</sup>, Jin hee Lee<sup>2</sup>  
 Electrical engineerina, Hong-ik University<sup>1</sup>, Mechanical Information desian engineerina, Hong-ik University<sup>2</sup>

**Abstract** - 본 논문에서는 변압기 권선의 기계진동모드인 공진주파수를 Transfer Matrix Method를 이용하여 계산하였고, 이를 기계구조 프로그램인 ANSYS를 이용하여 증명 하였다. 본 연구에서 사용된 방법들은 단락시 발생하는 변압기 권선진동을 연구할 때 유용하게 활용할 수 있을 것이다.

#### 1. 서 론

산업발전과 더불어 많은 전력의 수요가 요구되는 시점에서, 전력계통기기의 개발, 전력관리 기술의 발달은 전압의 고압화를 가져오고 있으며, 국내에서도 이에 맞추어 초고압 변압기의 생산이 많이 이루어지고 있다. 초고압 변압기는 단순히 전압이 높다는 사실만 다른 것이 아니라, 수요자에 대량의 전력을 공급한다는 차원에서 그 안정성과 신뢰성이 월등히 높아야한다.

변압기의 안정성과 신뢰성 향상을 위해서는 최적설계가 이루어져야 하는데 최적설계를 위해서도 해석기술이 확립되어야 한다. 이와 같이 초고압 변압기의 설계를 위해서는 무엇보다도 정확한 전자계 및 기계적 해석이 필요하다.

송전선의 단락사고 등에 의하여 써지전류가 발생한 경우 변압기에는 과도한 전류가 유입되어 순간적으로 자속발생이 증가하고 이는 권선에서 과도한 전자력을 발생한다. 이 전자력은 권선에서 진동을 일으켜 권선의 구조를 파괴하거나 절연물에 기계적 손상을 주기도 한다. 특히 초고압 변압기의 경우 그 영향은 더욱 커진다.

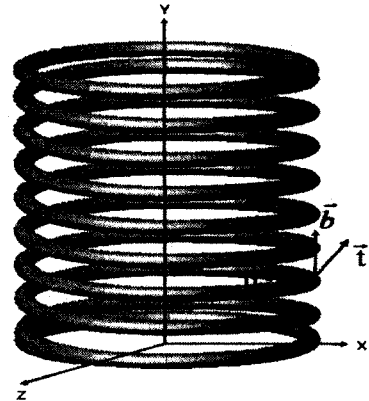
본 논문에서는 이런 단락사고 등의 써지전류에 의한 과도한 전자력으로인해 발생된 변압기 권선의 진동을 분석하기 위하여 transfer matrix method[1,7]를 이용하여 권선 고유 진동 주파수를 구하고 이를 ANSYS를 이용하여 비교 증명하였다. 차후에는 단락사고에 의한 전류와 전자력의 증가에따른 권선의 강제진동을 수행 할 것이다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 권선의 진동 mode의 운동방정식

변압기 권선에서 발생하는 진동은 변압기내부에 많은 영향을 주어 변압기 고장의 원인이 될 수 있다. 권선의 종류에는 여러 종류가 있다. 그중 1MVA 케이블변압기에 사용된 권선은 나선형으로 나선형 권선의 진동은 기계적 운동방정식을 이용하여 계산할 수 있다.

식 (1)은 권선에서의 접선방향, 법선방향과 종법선방향의 내부힘(T)과 모멘트(M)를 나타내고있다.



(그림 1) 나선형 권선의 진동해석 모델

$$\begin{aligned}
 \frac{dT_t}{ds} - \chi T_n &= -\omega^2 \rho A U_t \\
 \frac{dT_n}{ds} - \chi T_t - \tau T_b &= -\omega^2 \rho A U_n \\
 \frac{dT_b}{ds} - \tau T_n &= -\omega^2 \rho A U_b \\
 \frac{dM_t}{ds} - \chi M_n &= -\omega^2 \rho J \Omega_t \\
 \frac{dM_n}{ds} - T_b + \chi M_n - \tau M_b &= -\omega^2 \rho I_n \Omega_n \\
 \frac{dM_b}{ds} + T_n + \tau M_n &= -\omega^2 \rho I_b \Omega_b
 \end{aligned} \tag{1}$$

식 (1)에서  $U, \Omega$ 는 축상의 한점에서의 변위벡터와 회전벡터,  $R$ 은 나선형 권선의 중심부 반지름,  $A$ 는 권선단면적,  $I_b, I_n$ 은 법선과 종법선방향에대한 관성모멘트,  $T$ 는 내부힘,  $J$ 는 폴라 2차 모멘트,  $\tau = \cos\alpha \cdot \alpha/R$ ,  $\chi = c^2\alpha/R$ ,  $M$ 은 내부모멘트,  $\alpha$ 는 나선형 권선의 pitch angle,  $t, n, b$ 는 접선, 법선과 종법선 방향을 각각 표시한다.

식 (2)로부터 권선 진동의 요소를 계산하여 아래 식 (3)부터 (7)을 이용하여 권선의 진동 mode를 계산할 수 있다.

$$\{S^*\} = [T]\{S\} \tag{2}$$

$$\frac{d\{S\}}{d\phi} = [D]\{S\} \tag{3}$$

$$\frac{d([T]\{S^*\})}{d\phi} = [T][D]\{S\} = [T][D][T]^{-1}\{S^*\} \tag{4}$$

$$\frac{d\{S^o\}}{d\phi} = \{T\}[D]\{T\}^{-1}\{S^o\} = \{D^o\}\{S^o\} \quad (5)$$

$$\{D^o\} = \begin{bmatrix} [0] & [D_2] \\ [D_3] & [0] \end{bmatrix}_{(12 \times 12)} \quad (6)$$

$$p_k = \frac{1}{k} \left( s_k - \sum_{i=1}^{k-1} p_i s_{k-i} \right) \quad (k=1, 12) \quad (7)$$

$$s_k = \sum_{i=1}^n \lambda_i^k = \text{trace}\{D\}^k \quad (k=1, 12)$$

또한 축상의 프레네 단위벡터는 다음 식 (8)와 같이 표현된다.

$$t = \partial r^o / \partial s, n = \frac{\partial t / \partial s}{\partial t / \partial s}, b = t \times n \quad (8)$$

$$\partial t / \partial s = \chi n, \partial n / \partial s = \tau b - \chi t, \partial b / \partial s = -\tau n$$

축상의 한 점에서의 미소변위와 응력변형은 다음 식 (9)과 같이 표현되며

$$\frac{\partial \mathcal{P}^o}{\partial s} = \omega^o, \frac{\partial U^o}{\partial s} = t \times \Omega^o = \gamma^o \quad (9)$$

$$\omega^o = D^{-1} \cdot M^o, \gamma^o = C^{-1} \cdot T^o$$

식 (10)로부터 단위길이당 변위와 각 회전 벡터의 위치에 따른 시간함수를 구하고, t, n, b(접선, 법선과 종법선 방향)의 축강도와 비틀림강도를 다음 식 (10)과 같이 구할 수 있다.

$$D = \begin{bmatrix} D_t & 0 & 0 \\ 0 & D_n & 0 \\ 0 & 0 & D_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GJ & 0 & 0 \\ 0 & EI_n & 0 \\ 0 & 0 & EI_b \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_t & 0 & 0 \\ 0 & C_n & 0 \\ 0 & 0 & C_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & GA/\alpha_n & 0 \\ 0 & 0 & GA/\alpha_b \end{bmatrix} \quad (10)$$

또한 단위길이당 관성 모멘트와 힘은 다음 식(11)에 의하여 계산되며

$$P_i^{(m)} = -\rho A \frac{\partial^2 U_i^o}{\partial t^2} \quad m_i^{(m)} = -\rho I_i \frac{\partial^2 \Omega_i^o}{\partial t^2} \quad (i=t, n, b) \quad (11)$$

$$\frac{\partial T^o}{\partial s} + p^o + p^{(in)} = 0, \frac{\partial M^o}{\partial s} + t \times T^o + m^o + m^{(in)} = 0 \quad (12)$$

위 식 (1)을 이용하여 공간상의 t, n, b(접선, 법선과 종법선 방향)에서의 운동방정식을 상태벡터(S)의 요소로 식 (13)와 같이 간소화시킬 수 있다.

$$\{S^o(s, t)\} = \{U^o(s, t) \ \Omega^o(s, t) \ T^o(s, t) \ M^o(s, t)\}^T$$

$$\frac{\partial \{S^o(s, t)\}}{\partial s} [A(s)] \{S^o(s, t)\} + [B] \frac{\partial^2 \{S^o(s, t)\}}{\partial t^2} + \{P^o(s, t)\} \quad (13)$$

자유진동에 의한 고주파시 상태벡터는 다음 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\{S^o(s, t)\} = \{S(s)\} \sin(\omega t) \quad (14)$$

<그림 2>와 같은 나선형 권선일 때의 매개방정식은 다음 식(15)과 같이 나타낼 수 있으며

$$x = a \cos \phi, \quad y = a \sin \phi, \quad z = h\phi$$

$$c = (a^2 + h^2)^{1/2} = a(1 + \tan^2 \alpha)^{1/2} = a/\cos \alpha$$

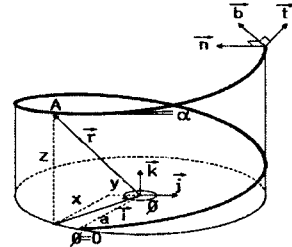
$$h = c \sin \alpha = a \tan \alpha$$

$$ds = c d\phi \quad (15)$$

또한, 나선형 권선의 곡률반경과 비틀림 반경은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\chi = \cos^2 \alpha / a = h/c^2 = \text{constant} \quad (16)$$

$$\tau = \sin \alpha \cos \alpha / a = h/c^2 = \text{constant} \quad (17)$$



<그림 2> 나선형 권선의 수학적 해석 모델

(8)의 식은 나선형 권선일 때 다음 식(18)과 같이 표현된다.

$$dt/d\phi = (a/c)n, \quad dn/d\phi = (h/c)b - (a/c)t, \quad db/d\phi = (h/c)n \quad (18)$$

나선식 원통형 권선의 자유진동은 아래식과 같이 나타낸다.

$$\bar{T}_i = \frac{c^2}{EI_n} T_i, \bar{M}_i = \frac{c}{EI_n} M_i, \bar{U}_i = \frac{c^2}{EI_n} U_i, \bar{\Omega}_i = \Omega_i \quad (i=y, n, b) \quad (19)$$

$$\frac{d\bar{U}_i}{d\phi} = \frac{a}{c} \bar{U}_n + \frac{I_n}{Ac^2} \bar{T}_i$$

$$\frac{d\bar{U}_n}{d\phi} = -\frac{a}{c} \bar{U}_t + \frac{h}{c} \bar{U}_b + \bar{\Omega}_b + \frac{\alpha_n EI_n}{GAc^2} \bar{T}_n$$

$$\frac{d\bar{U}_b}{d\phi} = -\frac{h}{c} \bar{U}_n - \bar{\Omega}_n + \frac{\alpha_b EI_n}{GAc^2} \bar{T}_b$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_t}{d\phi} = \frac{a}{c} \bar{\Omega}_n + \frac{EI_n}{GJ} \bar{M}_t$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_n}{d\phi} = -\frac{a}{c} \bar{\Omega}_t + \frac{h}{c} \bar{\Omega}_b + \bar{M}_b$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_b}{d\phi} = -\frac{h}{c} \bar{\Omega}_n + \frac{I_n}{I_b} \bar{M}_b$$

$$\frac{d\bar{T}_t}{d\phi} = -\frac{\omega^2 \rho A c^4}{EI_n} \bar{U}_t + \frac{a}{c} \bar{T}_n$$

$$\frac{d\bar{T}_n}{d\phi} = -\frac{\omega^2 \rho A c^4}{EI_n} \bar{U}_n - \frac{a}{c} \bar{T}_t + \frac{h}{c} \bar{T}_b$$

$$\frac{d\bar{T}_b}{d\phi} = -\frac{\omega^2 \rho A c^4}{EI_n} \bar{U}_b - \frac{h}{c} \bar{T}_n$$

$$\frac{d\bar{M}_t}{d\phi} = -\frac{\omega^2 J \rho c^2}{EI_n} \bar{\Omega}_t + \frac{a}{c} \bar{M}_n$$

$$\frac{d\bar{M}_n}{d\phi} = -\frac{\omega^2 \rho c^2}{EI_n} \bar{\Omega}_n + \bar{T}_b - \frac{a}{c} \bar{M}_t + \frac{h}{c} \bar{M}_b$$

$$\frac{d\bar{M}_b}{d\phi} = -\frac{\omega^2 h \rho c^4}{EI_n} \bar{\Omega}_b - \bar{T}_n - \frac{h}{c} \bar{M}_n \quad (20)$$

나선식 원통형 권선일 때의 상태벡터(S)는 transfer matrix와  $\phi=0$ 일 때의 관계로 나타낸다.

$$\{S(\phi)\} = [F(\phi, \omega)]\{S(0)\} \quad (21)$$

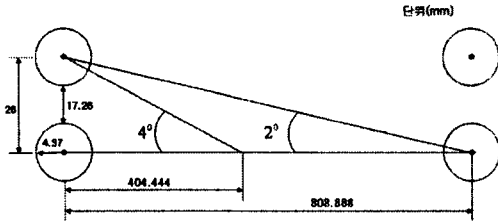
Transfer matrix는 다음 식에 의하여 표현된다.

$$[F] = e^{\phi[D]} = [I] + \phi[D] + \frac{\phi^2[D]^2}{2!} + \frac{\phi^3[D]^3}{3!} + \dots \quad (22)$$

$$[F] = \phi_1(\phi)[I] + \sum_{i=1}^{11} \phi_{i+1}(\phi)[D]^i \quad (23)$$

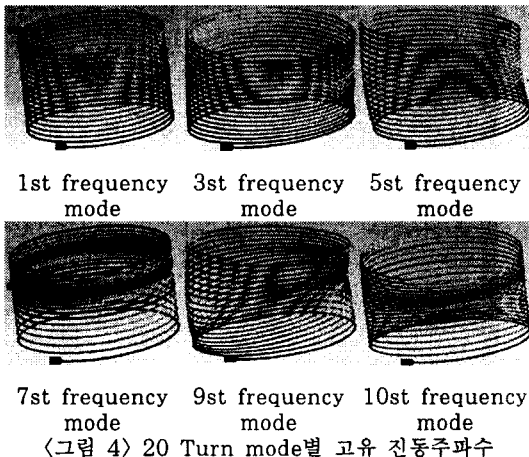
## 2.2 진동 mode 계산 예

〈그림 3〉과 같이 1MVA급 22.9kV Cable 권선형 변압기를 model로 나선형 권선의 진동mode를 계산하기 위하여 modeling한 그림이다.



〈그림 3〉 나선식 원통형 권선 단면도(1MVA)

원통형 권선의 도체직경은 808mm, 권선의 반경은 4.37mm, 전체 20turn으로 구성되었고, Poisson ratio(V):0.33으로, Young's modulus(E): $1.24 \times 10^{11} [N/m^2]$ 으로 설정하여 진동mode 계산을 위하여 식(2)부터 (7)을 통하여 계산한 결과 진동 주파수는 아래 표와 같이 분포되어 있으며, 이것은 Transfer Matrix Method의 계산결과의 고유 진동 주파수대와 유사함을 알 수 있다. 20turn시 ANSYS program 해석결과 고유진동 주파수는 〈표 1〉과 같이 분포되었다.



〈그림 4〉 20 Turn mode별 고유 진동주파수

〈표 1〉 20turn시 ANSYS 해석결과 고유진동 주파수

FIXED-HINGED		FIXED-FREE		FIXED-FIXED	
TMM	ANSYS	TMM	ANSYS	TMM	ANSYS
0.0969	0.0949	0.0856	0.0854	0.1716	0.1714
0.1161	0.1162	0.0988	0.0990	0.1973	0.1977
0.3045	0.3160	0.2566	0.2568	0.3431	0.3424
0.3322	0.3509	0.2958	0.2960	0.3933	0.3946
0.4398	0.4109	0.3119	0.3941	0.5071	0.5088
0.4560	0.4206	0.3137	0.3953	0.5216	0.5347

## 3. 결 론

권선의 진동mode 해석은 기계적인 운동방정식을 근사화(Transfer Matrix Method)하여 계산하였으며, 권선의 진동mode 해석결과 Transfer Matrix Method로 계산한 고유진동수의 범위와 ANSYS 계산결과와 근사함을 보였다. 향후 이 algorithm을 이용하면 전자력에 의한 권선의 강제 진동 mode해석도 가능하게 되며, 진동에 의한 가진력의 크기도 계산이 가능해진다. 권선단락시 전자력과 진동mode 분석 결과는 변압기의 절연설계 및 단락기계력에 대한 프레임 구조 설계를 위한 자료로 활용할 수 있다.

본 연구는 2006년도 산업자원부에서 지원한 전력변환시스템 신기술 연구센터의 사업으로 이루어진 것입니다.

## 〈참 고 문 헌〉

- [1] 하정우 "배전용 변압기의 내부 권선단락에 의한 전자력과 진동모드 특성 연구" 홍익대학교 대학원 석사학위논문, 2006년12월
- [2] M.Waters, "The Short-Circuit Strength of Power Transformers", Macdonald, 1966
- [3] Yuyi Lin, Albert P. Pisano, "General dynamic Equation of helical Springs With Static Solution and Experimental Verification". Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics VOL. 54, DECEMBER 1987
- [4] Same Authors and Title as Ref. 1. C.I.G.R.E. Reports nos. 134 and 134a-1964.
- [5] Vebil Yildirim, "Investigation of parameters affecting free vibration frequency of helical springs". International journal for numerical methods in engineering, VOL. 39, 99-114(1996)
- [6] V. Yildirim and N. Ince, "NATURAL FREQUENCIES OF HELICAL SPRINGS OF ARBITRARY SHAPE". Journal of Sound and Vibration 1997
- [7] Jinhee Lee, "Free vibration analysis of cylindrical helical springs by the pseudospectral method"