

다극회전자를 갖는 영구자석기기의 코깅토크에 대한 해석적 예측

장석명, 최장영, 고경진, 박지훈
충남대학교

Analytical Prediction for the Cogging Torque of the Permanent Magnet Machines With Multi-Pole Rotor

Seok-Myeong Jang, Jang-Young Choi, Kyoung-Jin Ko, Ji-Hoon Park
Chungnam National University

Abstract - This paper deals with analytical prediction for the cogging torque of permanent magnet machines with multi-pole rotor. First, open-circuit field solutions are derived using a magnetic vector potential and a two-dimensional (2-d) polar coordinate systems. On the basis of derived open-circuit field solutions and 2-d permeance functions, we also derive the analytical solutions for the open-circuit field considering stator slotting effects and cogging torque. All analytical results are shown in good agreement with those obtained from finite element (FE) analyses.

1. 서 론

본 논문은 다극 영구자석기기의 코깅토크 해석에 대해 다룬다. 먼저 자기벡터자위와 2차원 극 좌표계를 이용하여 무부하시 자계분포 특성식을 도출하고, 도출된 자계특성식과 2차원 퍼미언스 함수를 이용해 슬롯팅이 고려된 자속밀도 특성식을 도출한다. 축의 투자율에 따른 무부하시 자계분포와 슬롯팅이 고려된 무부하시 자계분포의 해석결과는 유한요소 해석결과와 비교하여 매우 잘 일치함을 확인하였다. 다음으로 퍼미언스 함수를 이용한 슬롯팅이 고려된 자속밀도 특성식과 에너지 변화법을 이용하여 해석적으로 코깅토크를 계산하였고 해석결과는 유한요소해석결과와 비교하여 잘 일치함을 확인하였다.

2. 코깅토크 해석

2.1 무부하시 자계분포

그림 1(a)는 코깅토크 해석에 사용된 영구자석형 다극기기 모델을 보여주며 그림 1(b)는 그림 1(a) 모델의 무부하시 자계 분포 예측을 위한 단순화된 해석모델을 보여준다. 여기서 고정자 구조는 슬롯리스 구조로 표현되었는데, 이 모델은 슬롯리스 모델에도 적용가능하며 다만 슬롯리스 모델일 경우 2-d 퍼미언스 함수를 적용하여 슬롯팅효과를 고려해주면 된다. 해석모델에서 영구자석의 투자율은 1이라 가정하였으며 그림 1(a) 모델의 고정자 요크는 그림 1(c)에서 알 수 있듯이, 포화되지 않는 범위에서 설계를 진행하고 이 때의 비 투자율은 높기 때문에 무한이라 가정하였다. 다음으로 회전자 축은 그림 1(c)에서 보는 바와 같이, 포화되는 범위에서 설계를 진행하고 이 때의 B-H 곡선은 선형이고 낮은 비 투자율을 갖기 때문에 그것의 비 투자율을 상수라 가정하였다. 이러한 가정들이 재질의 비선형성을 고려한 전자장 해석의 어려움으로 인해 사용되었을지라도 해석해의 신뢰성에 크게 영향을 주지 않음이 많은 논문에서 확인되었다 [1-3].

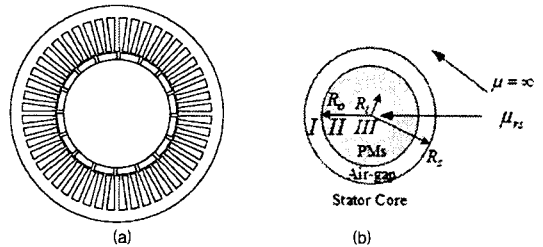


그림 1. (a) 영구자석형 동기 발전기 모델, (b) 무부하시 자계분포 예측을 위한 해석모델 및 (c) 고정자 요크 및 회전자 축 재질의 일반적인 B-H 곡선.

한편, 영구자석 영역에는 전류가 없으므로, $\nabla \times \mathbf{H} = 0$. 따라서 $\mathbf{B} = \mu_0 \nabla \times \mathbf{M}_n$. 자기벡터자위 \mathbf{A}_n 는 $\nabla \times \mathbf{A}_n = \mathbf{B}$ 로 정의된다. 쿨롱 게이지 $\nabla \cdot \mathbf{A}_n = 0$ 를 적용한 포아송 방정식은 식 (1)과 같다.

$$\nabla^2 \mathbf{A}_n^{LM} = 0 \quad \text{in the air-gap/shaft regions}$$

$$\nabla^2 \mathbf{A}_n^H = -\mu_0 (\nabla \times \mathbf{M}_n) \quad \text{in the PMs} \quad (1)$$

여기서 M_n 은 영구자석의 자화를 나타낸다. M_{rn} 및 $M_{\theta n}$ 은 각각 영구자석 자화의 반경방향 및 원주 방향 자화 성분을 나타내며 [4]에 자세히 주어져있다. 식 (1)의 일반해, 자기벡터자위의 정의와 경계조건을 이용하여 식 (2)로 주어지는 공극 자속밀도를 얻을 수 있다.

$$B_r^i = \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} \left[\frac{\{(np - \mu_{rs})(YM_{\theta n} - XM_m) + (1 - np\mu_{rs})(YM_m - XM_{\theta n})\}}{2((np)^2 - 1) \{ \mu_{rs}(R_s^{2np} - R_i^{2np}) + (R_s^{2np} + R_i^{2np}) \}} \right]$$

$$\cdot np\mu_0 \left(R_s^{2np} r^{-np-1} + r^{(np-1)} \right) \cos(np\theta) \quad (2)$$

여기서

$$X = 2R_1^{np+1} - R_1^{2np} R_0^{-np+1} - R_0^{np+1}, Y = R_1^{2np} R_0^{-np+1} - R_0^{np+1}$$

2.2 2-d 퍼미언스 특성식

치/슬롯 구조를 갖는 고정자는 슬롯팅 효과를 발생시켜 공극 자속밀도를 왜곡시키고 기계적 공극길이와 자기적 공극길이를 같지 않게 만든다. 특히, 표면부착형 영구자석형 기기의 경우 영구자석의 비 투자율이 공기와 같으므로 상대적으로 유효공극길이는 증가하게 된다. 따라서 자속밀도의 정확한 예측 및 더 나아가 코깅토크의 예측을 위해서 슬롯팅 효과는 반드시 고려되어야 하기 때문에 2-d 퍼미언스 함수를 도입하기로 한다. 즉, 영구자석의 두께로 인한 유효공극길이 증가를 고려하기 위해 2차원적인 슬롯팅 효과를 고려한 퍼미언스 특성식은 식 (3)으로 주어진다 [5].

$$\lambda(\theta, r) = \Delta_0(r) + \sum_{\epsilon=1}^{\infty} \Delta_{\epsilon}(r) \cos \epsilon N_s (\theta + a_{ma}) \quad (3.a)$$

$$\Delta_0(r) = \frac{1}{K_c} \left[1 - 1.6 \Gamma \frac{b_o}{\tau_s} \right] \quad (3.b)$$

$$\Delta_{\epsilon}(r) = -\Gamma(r) \frac{4}{\pi \epsilon} \left[0.5 + \frac{(\epsilon \frac{b_o}{\tau_s})^2}{0.78125 - 2(\epsilon \frac{b_o}{\tau_s})^2} \right] \times \sin \left(1.6 \pi \epsilon \frac{b_o}{\tau_s} \right) \quad (3.c)$$

여기서 a_{ma} 는 슬롯 각 이고 τ_s 는 슬롯 피치이다. b_o 및 N_s 는 각각 슬롯 개구폭과 슬롯수를 나타낸다. K_c 는 카터 계수로 자기적 공극길이를 고려하기 위해 도입되었으며 $\Gamma(r)$ 은 고정자 슬롯을 축으로 반경방향 위치에 의존하는 함수로 둘 다 [5]에 자세히 설명되어 있다. 결과적으로 슬롯팅이 고려된 자속밀도는 식 (2)와 식 (3.a)로부터 쉽게 식 (4)로 계산된다.

$$B_{pm}^{slotting}(r, \theta) = B_{pm}^I(r, \theta) * \lambda(r, \theta) \quad (4)$$

2.3 코깅토크 특성식

코깅토크는 회전자에 따른 전기기기내의 에너지 변화로 인해 발생하는 것으로, 이 에너지 변화의 대부분은 공극 에너지이므로 영구자석 및 요크에서의 에너지 변화를 무시하면 영구자석기기의 공극에너지는 식 (5)로 표현된다 [6].

$$W(a)_{air} = \frac{1}{2\mu_0} \int_0^{\tau} \int_0^{\tau} \int_0^{\tau} B_{pm}^{slotting}((R_s + R_o)/2, \theta, a)^2 dV \quad (5)$$

여기서 θ 와 a 는 각각 고정자 및 회전자 기준 각이며 둘 사이의 관계는 식 (6)과 같다.

$$\theta - a = \omega_r t \quad (6)$$

여기서 ω_r 은 회전자의 회전속도이다. 식 (5)는 식 (7)로 정리된다.

$$W(a)_{air} = \frac{L_a}{4\mu_0} (R_s^2 - R_o^2) \int_0^{\tau} B_{pm}^{slotting}(\theta, a)^2 d\theta \quad (7)$$

여기서 L_a 는 기기의 유효 축 방향길이이다. 결과적으로 식 (6)을 식 (7)에 대입한 후 결과를 다시 식 (8)로 주어지는 코깅 토크식에 대입하여 코깅토크를 예측할 수 있다.

$$T_{cog}(a) = - \frac{\partial W(a)}{\partial a} \quad (8)$$

2.4 스큐를 고려한 코깅토크 특성식

코깅토크 저감방법 중 가장 확실한 방법은 고정자 혹

은 회전자에 스큐를 주는 것인데, 스큐의 영향에 대한 해석적인 고려는 식 (9)로 주어지는 스큐 인자를 도입함으로써 가능해진다 [7].

$$\frac{\sin(n\epsilon/2)}{n\epsilon/2} \quad (9)$$

여기서 $\epsilon = 2 * S_k * \pi / N_s$ 이며 S_k 는 스큐 비이다. 한편, n 은 식 (10)으로 표현된다.

$$n = \mu N_s, \mu = 1, 2, 3, \dots \quad (10.a)$$

$$n = np, n = 1, 3, 5, \dots \quad (10.b)$$

고정자 스큐는 식 (10.a)를 식 (3.a)로 표현되는 2-d 퍼미언스 방정식에 적용하여 고려할 수 있고 영구자석 스큐는 식 (2)로 주어지는 자속밀도 특성식에 식 (10.b)를 적용하고 다시 식 (3.a)에 적용하여 고려할 수 있다. 따라서 고정자 스큐를 시행하였을 경우의 2-d 퍼미언스 함수는 식 (11)로 다시 쓸 수 있다.

$$\lambda(\theta, r) = \Delta_0(r) + \sum_{\epsilon=1}^{\infty} \Delta_{\epsilon}(r) \frac{\sin(n\epsilon/2)}{n\epsilon/2} \cos \epsilon N_s (\theta + a_{ma}) \quad (11)$$

식 (11)를 식 (4)에 대입하여 스큐를 고려한 코깅토크에 대한 해석결과를 예측 할 수 있다.

3. 해석 결과

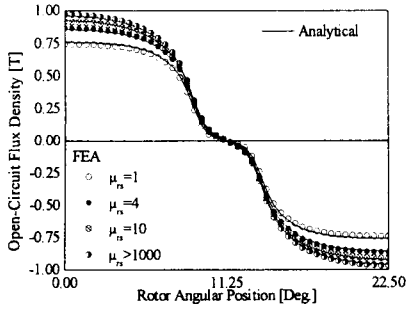
이번 장에서는 2장에서 유도된 무부하 자계, 코깅토크 및 스큐를 고려한 코깅토크 특성식에 대한 타당성을 검증하기 위하여 해석적 결과와 비선형 유한요소해석결과와의 비교를 다룬다.

3.1 자계 특성

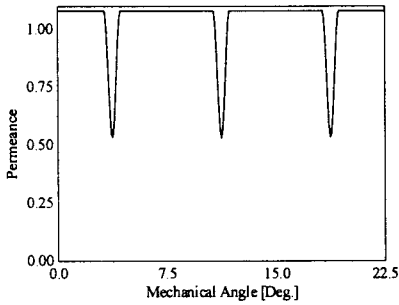
그림 2(a)는 식(2)에 의해 얻어진 무부하시 자계 분포에 대한 해석결과와 유한요소 해석결과와의 비교를 보여준다. 다양한 축의 비투자율에 따른 해석결과는 유한요소해석결과와 매우 잘 일치함을 보여주며, 그림 1(b)의 해석 모델로부터 얻어진 결과이기 때문에 슬롯팅효과는 고려되지 않았다. 그림 2(b)는 그림 1(a) 모델에 대한 고정자 표면에서의 퍼미언스 분포를 나타내며 식 (3)에 의해 얻어진 결과이다. 그림 2(c)는 식 (4)에 의해 얻어진 그림 1(a) 모델의 고정자 표면에서 무부하시 자계 분포에 대한 해석결과와 유한요소 해석결과와의 비교를 보여준다. 여기서 해석적 결과의 경우 축의 비투자율을 4로 설정한 선형해석의 결과일지라도 그림 1(c)의 B-H 곡선이 고려된 즉 비선형 해석이 수행된 유한요소 해석결과와 비교적 잘 일치하기 때문에 포화영역 및 불포화영역 구분에 의한 전자장 해석이 타당함을 알 수 있다.

3.2 코깅토크

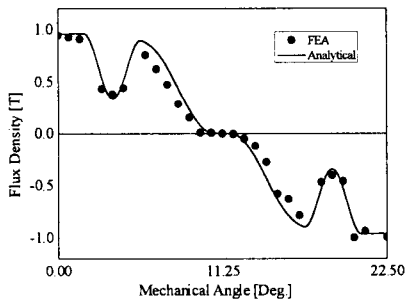
그림 3은 식 (8)에 의해 얻어진 그림 1(a) 모델에서 극호비가 0.5인 경우와 1.0인 경우의 해석결과와 비선형 유한요소 해석결과와의 비교를 보여준다. 해석결과와 비선형 유한요소 해석결과와 매우 잘 일치함을 알 수 있으며, 특히 극호비에 따라 코깅토크의 양상이 반대로 되는 현상 즉 극호비가 1인 경우 코깅토크가 음에서 양으로 극호비가 0.5인 경우 코깅토크가 양에서 음으로 변하는 양상 역시 일치함을 확인할 수 있다. 그림 4는 식 (11)의 스큐인자를 고려하여 그림 1(a) 모델에서 극호비가 0.7인 경우의 스큐비에 따른 코깅토크 해석결과와 비선형 유한요소 해석결과와의 비교를 보여준다. 해석결과와 유한요소해석결과와 비교적 잘 일치함을 알 수 있으며, 스큐비가 1인 경우 즉 1 슬롯피치 스큐인 경우로 해석적으로 코깅토크가 최소가 됨을 알 수 있다. 이로써 코깅토크를 저감하기위하여 기기의 변수에 따른 코깅토크 해석 시 2장에서 유도된 특성식을 사용할 경우 좀더 빠르고 상당한 정확성을 갖는 특성을 도출할 것으로 사료된다.



(a)



(b)



(c)

그림 2. 해석적 결과와 비선형 유한요소 해석결과와의 비교: (a) 그림 1(b)의 해석 모델의 공극에서 무부하시 자계, (b) 고정자 표면에서 2-d 퍼미언스 비포 및 (c) 그림 1(a) 모델의 고정자 표면에서 무부하시 자계 분포.

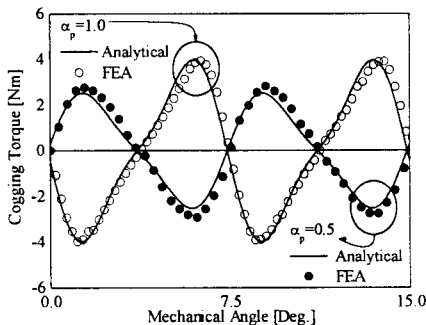


그림 3. 그림 1(a) 모델의 코깅토크 해석결과와 비선형 유한요소 해석 결과와의 비교.

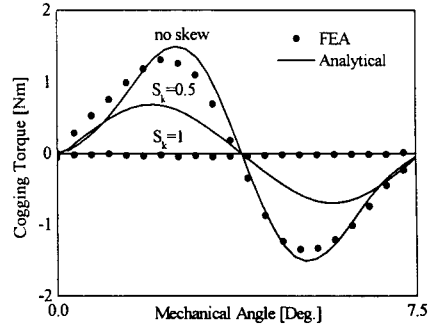


그림 4. 그림 1(a) 모델의 다양한 스큐비에 대한 코깅토크의 해석결과와 비선형 유한요소 해석결과와의 비교.

4. 결 론

본 논문은 풍력용 영구자석 다극 기기의 전자장 및 유한요소 해석을 이용한 코깅토크 예측을 다루었다. 먼저 자기벡터자위와 2차원 극 좌표계를 이용하여 무부하시 자계분포 특성식을 도출하고, 도출된 자계특성식과 2차원 퍼미언스 함수를 이용해 슬롯팅이 고려된 자속밀도 특성식을 도출했다. 도출된 슬롯팅이 고려된 자속밀도 특성식과 에너지 변화법을 이용하여 해석적으로 코깅토크를 예측하고 특히 스큐인자를 도입하여 스큐를 시행한 경우의 코깅토크 예측도 수행하였다. 모든 해석결과를 비선형 유한요소해석결과와 비교하여 잘 일치함을 확인하였다. 이로써 본 논문이 제시한 코깅토크 예측을 위한 해석적 방법은 코깅토크 저감 등을 고려한 설계에 유용할 것으로 사료된다.

[참 고 문 헌]

- [1] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, PartI: Open-Circuit Field," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, no. 1, pp. 124-135, Jan. 1993.
- [2] David L. Trumper, Won-jong Kim and Mark E. Williams, "Design and Analysis Framework for Linear Permanent-Magnet Machines," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 32, no. 2, pp.371-379, 1996.
- [3] Keld F. Rasmussen, "Analytical Prediction of magnetic Field from Surface Mounted Permanent Magnet Motor," *IEMDC'99*, pp. 34-36, 1999.
- [4] Duane Hanselman, *Brushless Permanent Magnet Motor Design*. The Writer's Collective, 2003.
- [5] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, PartIII: Effect of Stator Slotting," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, no. 1, pp. 143-151, Jan. 1993.
- [6] G. Barakat, T. El meslouhi and B. Dakyo, "Analysis of the Cogging Torque Behavior of a Two-Phase Axial Flux Permanent Magnet Synchronous Machine," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 37, no. 4, pp. 2803-2805, July. 2001.
- [7] Kwang-Heon Kim, Dong-Joon Sim and Jong-Soo Won, "Analysis of skew effects on cogging torque and BEMF for BLDCM", *IEEE Industry Applications Conference*, Vol.1, pp. 191-197, Oct. 1991.