2007 한국물리탐사학회· 대한지구물리학회 공동학술대회
2007년 6월 7일(목) ~ 8일(금), 한국지질자원연구원

탄성파 속도 이방성을 고려한 3차원 주시 모델링

정창호[1], 서정희

[1]지오제니 컨설턴트(주), windowjeong@gmail.com

3D traveltime calculation considering seismic velocity anisotropy

Changho Jeong[1], Junghee Suh

[1]GeoGeny Consultants Group

Abstract: Due to the long tectonic history and the very complex geologic formations in Korea, the anisotropic characteristics of subsurface material may often change very greatly and locally. The algorithms for the travel time computation commonly used, however, may not give sufficiently precise results particularly for the complex and strong anisotropic model, since they are based on the two-dimensional (2D) earth and/or weak anisotropy assumptions. This study is intended to develope a three-dimensional (3D) modeling algorithm to precisely calculate the first arrival time in the complex anisotropic media. We assume 3D TTI (tilted transversely isotropy) medium having the arbitrary symmetry axis. The algorithm includes the 2D non-linear interpolation scheme to calculate the traveltimes inside the grid and the 3D traveltime mapping to fill the 3D model with first arrival times. The weak anisotropy assumption, moreover, can be overcome through devising a numerical approach of the steepest descent method in the calculation of minimum traveltime, instead of using approximate solution.
Keywords: weak anisotropy, 3D TTI, traveltime modeling, 2D non-linear interpolation, 3D traveltime mapping, steepest descent method

1. 서론

탄성파 주시 토모그래피나 Kirchhoff 중합전 구조보정의 결과의 질은 얼마나 실제 지질 모델에 유사한 수치 모델을 구성하여 얼마나 정확히 주시 계산을 수행하느냐에 관계된다. 실제 지질 모델의 특성 중에 탄성파의 진행 방향에 따라 전파 속도가 달라지는 속도 이방성은 토모그래피나 구조보정에서 결과를 심각하게 왜곡 시킬 수 있으므로 이방성을 고려한 주시 계산 알고리듬의 개발은 최근에 활발히 연구되어지고 있다. 이러한 이방성 주시 모델링에 관련된 연구로는 약 이방성 가정하에서 Eikonal 방정식의 해를 구한 Ettrich and Gajewski(1998), Alkhalifah(2002), Schneider(2003)의 연구, 유한 차분법을 이용하여 이방성 매질에서의 주시를 계산한 Lecomte(1993), Qian and Symes(2002)의 연구, 직접 전파법(direct calculation)을 사용하여 2차원 횡등방성 매질(transversely isotropic media)에 대한 주시 계산을 수행한

Faria and Stoffa(1994), Kumar et al.(2004)의 연구 등이 있다. 이들 연구는 이방성 수식의 복잡성으로 인해 단순한 2차원 모델, 약 이방성으로 가정된 모델에 적용이 국한되거나 방법적 한계로 인해 급격한 지질의 변화를 고려할 수 없었다. 그러나 한국의 지질은 폭넓은 지질 시대를 포함하여 암석의 분포가 다양하며 복잡한 구조 활동의 흔적들이 나타나 이방성 특성이 국부적으로 급격히 변화하는 양상을 보인다. 따라서 이러한 한국적 지질 상황을 고려하기 위해서 복잡한 3차원 이방성 매질에 대한 주시 계산 알고리듬의 개발이 필요하다.

이에 이 연구에서는 Kumar et al.(2004)이 고안한 횡등방성 매질에서의 2차원 초동주시 계산 알고리듬을 3차원으로 확장하였다. 개발된 알고리듬은 급격한 물성 변화에도 안정적으로 주시 계산을 수행하기 위해 직접 전파법(direct calculation)을 사용하였는데 이 방법은 2차원 비선형 내삽과 3차원 격자 채움(mapping)법으로 구성된다. 2차원 비선형 내삽법은 4개의 격자점 내부의 임의의 점에 대한 주시를 계산하는 방법으로 Kumar et al.(2004)의 1차원 비선형 내삽법을 3차원 주시 계산에 적용할 수 있도록 변형하였다. 또한, Kumar et al.(2004)은 속도 이방성 모델로 절삭된 푸리에 급수(truncated Fourier series)의 근사식(Byun et al., 1989)을 이용함으로써 약 이방성(weak anisotropy; Thomsen, 1986) 가정이 필요하였으나 이 연구에서는 Thomsen(1986)에 의해 유도된 횡등방성 매질의 속도 이방성 모델을 근사 없이 사용하여 일반적인 이방성에 대해서도 정확한 주시 계산이 가능하도록 하였다.

2. 이론

2.1. 비선형 내삽을 통한 3차원 주시 계산

이 연구에서는 Schneider et al.(1992)의 2차원 주시 모델링에서 사용된 비선형 내삽 방법을 기본으로 하여 3차원 주시 모델링을 위한 주시계산 알고리듬을 개발하였다. 설명의 편의를 위해 주시 계산에 대한 예는 Fig. 1과 같이 y 축 방향으로 전파하는 경우에 대해 설명한다. $y=y_1$ 평면상의 모든 격자점의 초기도달주시가 계산되어 있다고 가정하자. 이 가정에 의해 주시 계산 문제는 $y=y_1$ 평면상의 초기도달주시로부터 $y=y_1$ 평면에 인접하는 격자면인 $y=y_2$ 평면상의 격자점 도달 주시를 계산하는 문제로 귀착된다. Fig. 1의 (a)에서 $y=y_2$ 평면상의 한 격자점 (x_2, y_2, z_2)의 초기도달주시를 계산하기 위해서는, 먼저 $y=y_1$ 평면상 임의의 한점 (x_0, y_1, z_0)에서의 도달주시 t_0를 Fig. 1의 (b)와 같이 주변 4 개의 격자점의 도달주시 t_1, t_2, t_3, t_4로부터 계산하여야 한다. 이를 위해 다음의 근사식을 사용할 것을 제안한다.

$$t_0^2=\frac{●}{A}t_1^2+\frac{●}{A}t_2^2+\frac{●}{A}t_3^2+\frac{●}{A}t_4^2, \tag{1}$$

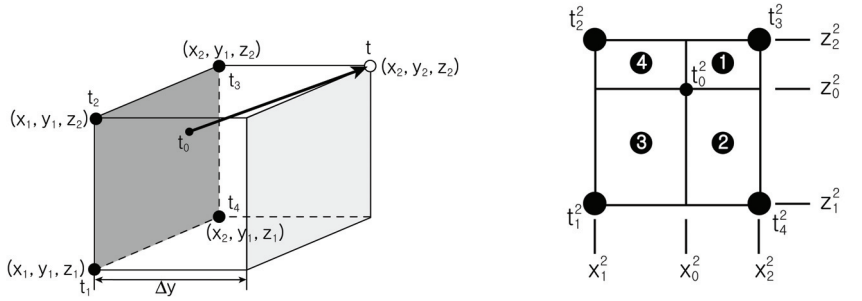
여기서, ●는 $|x_2^2-x_0^2|\cdot|z_2^2-z_0^2|$, ●는 $|x_2^2-x_0^2|\cdot|z_0^2-z_1^2|$, ●은 $|x_0^2-x_1^2|\cdot|z_0^2-z_1^2|$, ●는 $|x_0^2-x_1^2|\cdot|z_2^2-z_0^2|$이며, A는 이들의 합(●+●+●+●)으로 정의된다. 최종적으로 원하는 $y=y_2$ 평면에서의 각 격자점 도달주시 t는 (x_0,y_1,z_0)에서의 주시 t_0와 (x_0,y_1,z_0)에서 (x_2,y_2,z_2)까지 거리 d를 군속도 V_g로 전파하는데 걸린 시간을 합한 값으로 다음과 같다.

$$t=t_0+d/V_g(x_0,z_0), \tag{2}$$

여기서, $d=\sqrt{(x-x_0)^2+(z-z_0)^2+\Delta y^2}$이다. 이 연구에서의 대상 매질이 이방성이므로 식 (2)에서 군속도 V_g는 이방성을 고려하여 표현되어야 한다. 이 연구에서 대상 매질을 횡등방성 매질로 가정하고 군속도값은 q-P파의 위상속도식으로부터 도출하였다. 계산하고자하는 주시는 각 격자점에서의 초기도달시간, 즉 최소주시이며, 이를 위해 식 (2)의 t가 최소가 되는 (x_0,z_0)를 찾아야 한다. 이는 함수 $t(x_0,z_0)$의 최소값과 최소가 되게하는 (x_0,z_0)를 찾는 문제이므로 x_0와 z_0에 대한 편미분을 계산할 필요가 있다. 식 (2)에 대한 편미분은 다음과 같다.

$$\frac{\partial t}{\partial x_0}=\frac{\partial t_0}{\partial x_0}+\frac{\partial(d/V_g(x_0,z_0))}{\partial x_0},\quad \frac{\partial t}{\partial z_0}=\frac{\partial t_0}{\partial z_0}+\frac{\partial(d/V_g(x_0,z_0))}{\partial z_0}. \tag{3}$$

식 (3)에서 t_0에 대한 미분은 식 (1)을 미분함으로써 구할 수 있다. 하지만 $d/V_g(x_0,z_0)$에 대한 미분의 경우 횡등방성 매질에 대한 위상 속도에 대한 식을 이용하여 구할 경우 해석적인 방법으로 해가 구해지지 않는다. Kumar et al.(2004)은 이러한 문제점을 해결하기 위해서 군속도 V_g를 위상속도 v_p로부터 계산하는 대신, Byun(1989)의 약 이방성 가정을 통해 군속도 V_g를 군 역속도(group slowness) 항으로 변환하여 계산을 수행하였다. 이러한 방법은 계산의 효율적인 측면에서 이점이 있으나 약이방성 가정을 만족하지 않는 일반적인 횡등방성 매질에서는 사용할 수 없다는 단점이 있었다. 이러한 단점을 보완하고자 이 연구에서는 식 (2)에 대한 편미분을 수치적인 방법으로 구해 함수 $t(x_0,z_0)$의 구배를 계산하고 이를 이용하여 최대경사법(steepest descent method)을 통해 최소 주시 t와 (x_0,z_0)를 계산하였다. 이 방법은 보다 많은 계산 시간을 요구하지만 횡등방성 매질에서 일반적인 이방성에 대한 주시 계산을 가능하게 해준다.



(a) (b)

Fig. 1. Schematic diagram of seismic ray propagation from a point on $y=y_1$ plane to the one on $y=y_2$ plane, the open circle (x_2, y_2, z_2). (a) 3D diagram of traveltime propagation. The filled circles correspond to the places where traveltime data are already calculated. The traveltime at the open circle should be calculated using the traveltimes of the filled circles. (b) Plan view of $t^2(x^2, z^2)$ on $y=y_1$ plane. $t_0^2(x_0^2, z_0^2)$ is approximated by the bilinear interpolation of four t_i^2(i=1, 2, 3, 4).

2.2. 주시의 3차원 격자 채움 법

3차원에서의 주시 격자 채움은 송신점을 포함한 2차원 평면의 주시를 초기 조건으

로 하며 2차원 비선형 내삽을 사용한 x, z, y 방향으로의 주시 전파 과정을 통하여 수행한다. 3차원 주시 격자 채움의 초기 조건인 2차원 평면의 주시는 송신점을 포함한 1차원 열을 초기 조건으로 한 주시 격자 채움을 통해 계산할 수 있다. 따라서, 3차원 주시 격자 채움은 다음과 같은 과정을 거쳐 이루어진다(Fig. 2의 (a)~(f)).

(a) 송신 격자점으로부터 인접한 격자점에 대해 직선 파선으로 가정하여 주시를 계산한다.

(b) 송신 격자점을 포함한 z축 방향 열에 대한 주시를 계산한다. 이때 z축 방향으로의 격자 간격만큼의 거리를 인접한 격자의 최고 속도로 전파하여 계산한다.

(c) (a)와 (b)에서 계산된 주시를 초기값으로 하여 (b)에서 계산된 주시를 포함하는 y-z 평면에 대한 주시를 계산한다. 이 경우는 Kumar et al.(2004)과 동일한 2차원 이방성 매질 문제가 되므로, 주시 계산 및 격자 채움은 이들의 방법을 그대로 이용하였다. 다만, 군속도 대칭축이 3차원 상에 존재하므로 이를 고려하여 군속도를 계산한다는 점에서 Kumar et al.(2004)과 차이가 있다.

(d) (c)에서 계산된 주시를 초기값으로 하여 x방향으로 주시 격자 채움을 수행한다. 이 후의 주시 계산은 2차원 비선형 내삽을 이용하여 주시 함수를 구성하고 이 함수의 최소값을 찾는 과정을 통해 수행된다.

(e) (d)와 동일한 방법으로 z-방향으로 주시 격자 채움을 수행한다.

(f) (d)와 동일한 방법으로 y-방향으로 주시 격자 채움을 수행한다.

(g) 공간적 속도 대비가 커서 파선의 변화가 급격한 경우 (d)~(f)과정을 반복하여 주시의 수렴을 유도한다.

(a)~(g)의 과정을 거쳐 3차원 주시 격자 채움이 완성된다. 일련의 주시 채움 과정은 반복적으로 주시를 개선하는 방식으로 수행되며 공간적으로 속도변화가 큰 모델에 대해서는 Fig. 2의 (d)~(f)과정을 반복하여 수렴되는 주시를 얻는다.

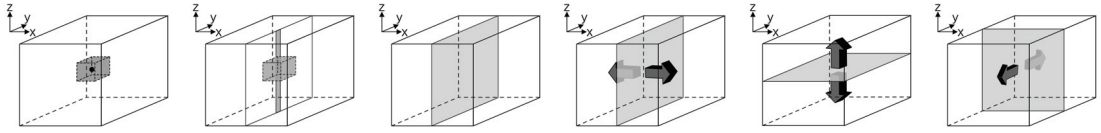


Fig. 2. The schematic diagram of procedure to calculate first arrival times in the 3D model using grid mapping.

3. 결과 및 고찰

상, 하부층의 속도의 차이가 매우 크며 이방성도 매우 다른 수평 2층 모델(Table 1)에 대해 주시 모형 실험을 수행하였다. 구성된 모델은 1층은 VTI, 2층은 HTI로 이방성이 서로 판이한 매질로 구성하였다. 모델의 크기는 x 방향으로 50m, y 방향으로 50m, z 방향으로 25m이며, 송신원은 x=25m, y=25m, z=0m 위치에 두었다. Fig. 3은 대상 매질과 송신원의 위치를 3차원적으로 나타낸 그림이다. 상부 1층은 VTI 특성을 띠기 때문에 송신원이 위치한 z=0 평면에서 주시단면은 Fig. 4의 (e)와 같은 동심원의 형태를 보인다. 이에 반해 하부 2층의 바닥면인 z=25에서는 Fig. 4의 (f)처럼 y 방향으로 긴 타원형으로 나타나며, 이는 하부층이 HTI 매질이기 때문이다.

Fig. 3의 (b)에서 양 옆면에 해당하는 x=50 평면과 y=0 평면의 주시를 도시한 것이 Fig. 4의 (b)와 (d)이다. 또한, Fig. 4의 (a), (c)는 송신점을 지나는 두 평면, 즉 x=25 평면과 y=25 평면에서의 등주시곡선이다. Fig. 4의 (a), (b), (c), (d)에서 상부 1층에서의 등주시곡선은 장축이 각각 x방향과 y방향이며 단축이 z방향인 길쭉한 타원의 모양을 나타내는데, 이는 이방성 대칭축이 z축 방향이기 때문이다. 반면, Fig. 4의 (a), (b), (c), (d)에서 하부 2층의 등주시곡선은 각각 다른 양상을 보인다. 이는 2층의 이방성 대칭축 방향이 x 축 방향이기 때문에 파의 x 방향의 전파 속도가 다른 축 방향의 전파 속도에 비해 작기 때문이다. 이러한 양상은 Fig. 4의 (f)와 같이 x 방향으로 좁고 y 방향으로 긴 타원 형태의 등주시곡선의 양상을 보이는 x-y 평면의 단면을 통해 잘 관찰할 수 있다. Fig. 4의 (a)~(d)에서 층의 경계에서 선두파(head wave)의 굴절과 상부로의 전파를 관찰할 수 있는데 (a)와 (c)를 비교해 보면 (a)에서 선두파의 굴절이 보다 확실히 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 지층 경계면을 따라 진행하는 파의 전파 속도의 1층, 2층 간의 대비가 (a)에서 더 크게 나타나기 때문이다. 즉, 2층의 이방성 대칭축을 x 방향으로 설정함으로써 2층의 속도 구조가 x 방향으로 최저 속도를, y축과 z 축 방향으로는 최고 속도를 나타내게 되어 두 층간의 탄성파 속도 수평성분 차이가 Fig. 4의 (a)에 해당하는 y축 방향으로 가장 커지고, (c)에 해당하는 x 축 방향으로는 가장 작아지기 때문이다. 이러한 급격한 물성 변화를 보이는 이방성 매질에 대해 주시 모형 실험을 수행하여 특징적인 주시분포를 확인함으로써 개발된 주시 계산 알고리듬이 복잡한 이방성 3차원 모델에 적용 가능함을 확인하였다.

Table 1. The properties of 2 layer model.

layer description	α_0 (m/sec)	β_0 (m/sec)	ε	δ^*	azimuth (°)	tilt (°)
1층 (VTI)	2000	1200	0.3	-0.1	0	90
2층 (HTI)	4000	2300	0.3	0.1	90	0

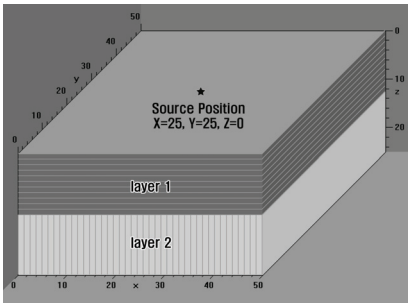


Fig. 3. Schematic diagram of 2-layered model.

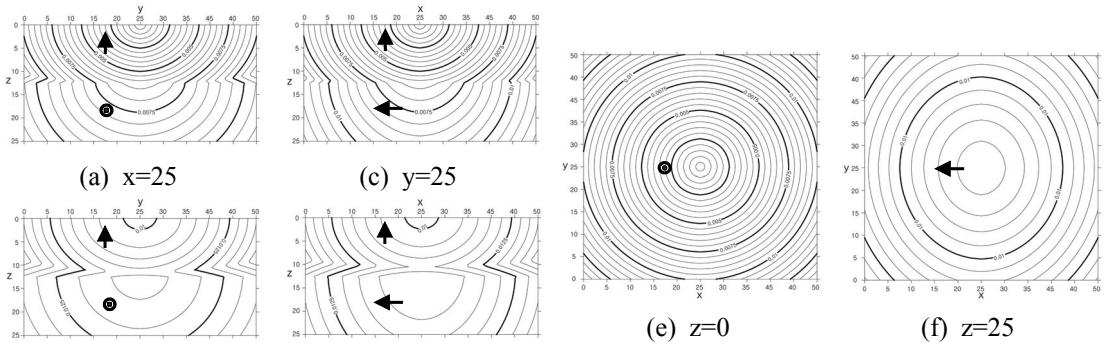


Fig. 4. The slices of first arrival times calculated numerically for the model of Fig. 10. They are sliced at (a) x=25, (b) x=50, (c) y=25, (d) y=0, (e) z=0 and (f) z=25 respectively. The arrows and circled dots describe the directions of the anisotropy symmetric axis.

4. 결론

이 연구에서는 3차원 불균질 횡등방성 매질에서의 탄성파 주시 모델링 알고리듬을 개발하였다. 개발된 알고리듬은 직접 전파법을 사용하여 급격한 물성 변화에 대해서도 안정적으로 주시 계산이 가능하도록 하였는데 이를 위해 2차원 비선형 주시 내삽법과 3차원 주시 격자 채움법을 제안하였다. 또한, 약 이방성 근사를 사용하지 않고 위상 속도식을 그대로 사용함으로써 약이방성 매질이 아닌 일반적인 횡등방성 매질에서도 정확한 주시 계산이 가능하도록 하였다. 이를 위해 이분 검색법을 사용하여 위상 속도식으로부터 군속도를 구하였고 수치적으로 계산된 구배를 이용한 최대 경사법을 사용하여 최소 도달 주시를 구하였다. 향후, 이 연구에서 개발된 3차원 주시 모델링 알고리듬은 이방성의 변화가 심한 지질 환경이나 강한 이방성을 보이는 지질 조건에서 정확한 주시 계산을 필요로 하는 주시 토모그래피와 같은 탐사나 자료처리에 적용될 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

Alkhalifah, T., 2002, Traveltime computation with the linearized eikonal equation for anisotropic media, *Geophysical Prospecting*, **50**, 373-382.

Berryman, J. G., 1979, Long-wave elastic ansiotropy in transversely isotropic media, *Geophysics,* 44, 896-917.

Byun, B. S., Corrigan, D., and Gaiser, J. E., 1989, Anisotropic velocity analysis for lithology discrimination, *Geophysics*, **54**, 1564-1574.

Ettrich, N., and Gajewski, D., 1998, Traveltime computation by perturbation with FD-eikonal solvers in isotropic and weakly anisotropic media, *Geophysics*, **63**, 1066~1078.

Faria, E. L., and Stoffa, P. L., 1994, Traveltime computation in transversely isotropic media, *Geophysics*, **59**, 272-281.

Kumar, D., Sen, M., and Ferguson, R. J., 2004, Traveltime calculation and prestack depth migration in tilted transversely isotropic media, *Geophysics*, **69**, 37-44.

Lecomte, I., 1993, Finite difference calculation of first traveltimes in anisotropic media, *Geophysical Journal International*, **113**, 318-342.

Qian, J., and Symes, W. W., 2002, Finite-difference quasi-P traveltimes for anisotropic media, *Geophysics*, **67**, 147-155.

Schneider, W. A., Ranzinger, K. A., Balch, A. H., and Kruse, C., 1992, A dynamic programming approach to first arrival traveltime computation in media with arbitrarily distributed velocities, *Geophysics*, **57**, 39-50.

Schneider, W. A., 2003, Linearization of the P-wave eikonal equation for weak vertical transverse isotropy, *Geophysics*, **68**, 1075~1082.

Thomsen, L., 1986, Weak elastic anisotropy, *Geophysics*, **51**, 1954-1966.