

유한요소법을 이용한 전자탐사 토모그래피 연구

손정술¹⁾, 송윤호²⁾, 김정호¹⁾

¹⁾한국지질자원연구원 지반안전연구부, jsson@kigam.re.kr

²⁾한국지질자원연구원 지하수지열연구부

Electromagnetic Tomography Using Finite Element Method

Jeong-Sul Son¹⁾, Yoonho Song²⁾, Jung-Ho Kim¹⁾

¹⁾Geotechnical Engineering Division, KIGAM

²⁾Groundwater & Geothermal Resources Division, KIGAM

Abstract: In this study, we developed the 2.5D EM modeling and inversion algorithm for cross-hole source and receiver geometry. Considering the cross-hole environment, we use a VMD (vertical magnetic dipole) as a source and vertical magnetic fields as a measuring data. Developed inversion algorithm is tested for the isolated block model which has a conductive and a resistivity anomaly respectively. For the conductive anomaly, its size and resistivity are inverted well on the inversion results, while for the resistive anomaly, the location of anomalous block is shown on the inverted section, but its values are far from the exact value. Furthermore, artificial conductive anomalies are shown around the resistive anomalous zone. If we consider the inversion artifact shown in the test inversion of resistive block, it is almost impossible to image the resistive zone. However, the main target of EM tomography in the engineering problem is conductive target such as fault zone, and contaminated zone etc., EM tomography algorithm can be used for detecting the anomalous zone.

Keywords: Cross-hole, Electromagnetic tomography, VMD, Finite Element Method.

1. 서론

시추공간 전자탐사 토모그래피 기법의 토목 및 환경 등의 응용분야로의 활용을 위하여 다양한 연구가 발표되고 있다 (Alumbaugh and Morrison, 1995; Torres-Verdin and Habashy, 1994; Wilt *et al.*, 1995; Zhou *et al.*, 1993; 조인기와 심현미, 1998; 이태중 등, 1999). 전자탐사 토모그래피에서 송수신 시추공 간격, 시추공간 매질의 전기전도도 등의 탐사 여건에 따라 적절한 주파수를 선택하여 탐사를 수행하게 되며, 다른 토모그래피 탐사 기법에 비해 시추공내 접지문제나 전기전도도가 매우 높은 환경에서도 적용이 가능한 장점을 가지고 있다(조인기와 심현미, 1998). 조인기와 심현미(1998)은 확장된 Born 근사법을 이용한 전자탐사 토모그래피 해석 기법을 제안하였으며, 이태중 등(1999)는 파동장 변환을 이용하여 탄성과 주시 토모그래피 기법을 적용하였다. 두가지 기법은 토모그래피 역산에서 근사적인 방법을 이용하여 영상을 구현하므로 전기전도도 차이가 큰 경우에는 역산 결과가 불안정한 한계점을 가지고 있다. 유한 요소법은 근사해를 이용하여 토모그래피 역산을 수행하는 것이 아니므로, 이러한 문제점을 해결할 수 있으며 보다 안정적인 역산해를 제공하여주는 장점을 가지고 있다. 유한요소법을 이용한 전자탐사 모델링에 대해서는 수평 자기쌍극자 송신원을 이용한 지표 송수신 배열에 대하여 이미 권형석 등(2002)에 의해 연구가 발표되어 있으며, 이론적으로는 일정정도

완성된 상태이다. 이 연구에서는 기존의 2.5차원 전자탐사 모델링 기법을 확장하여 시추공간 송수신기 배열이 가능하도록 모델링 알고리즘을 완성하고 이를 이용하여, 시추공간 토모그래피 알고리즘을 개발하고자 하였다. 시추공간 특성을 고려하여 송신원으로는 수직자기쌍극자(VMD, vertical magnetic dipole) 송신원 만을 고려하였으며, 측정되는 값으로는 수직방향 자기장 만을 고려하였다.

2. 이론

시추공간 전자탐사 모델링

자기 쌍극자 송신원에 의한 전자기장에 대한 지배 방정식은 $e^{+i\omega t}$ 의 시간변화를 갖는 주파수영역 Maxwell 방정식으로부터 유도된다. 송신원을 직접적으로 모델링 함으로써 야기되는 수치적인 문제점을 해결하기 위하여, 전체장을 일차장과 이차장으로 분리한 후 이차장에 대한 모델링을 구성하였다(Hohmann, 1988). 이하의 매질이 주향방향(y 방향)으로 변화가 없다고 가정하는 경우, 이차장에 대한 Maxwell의 방정식은 공간주파수 k_y 에 대하여 식 (1)과 같이 나타난다.

$$\nabla_s \cdot \left(\frac{\sigma}{\gamma^2} \nabla_s \tilde{E}_y^s \right) - \sigma \tilde{E}_y^s + ik_y \left\{ \nabla_s \tilde{H}_y^s \times \nabla_s \left(\frac{1}{\gamma^2} \right) \right\} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \Delta \sigma \tilde{E}_y^p - ik_y \nabla_s \cdot \left(\frac{\Delta \sigma}{\gamma^2} \tilde{\mathbf{E}}^p \right) \quad (1a)$$

$$\nabla_s \cdot \left(\frac{1}{\gamma^2} \nabla_s \tilde{H}_y^s \right) - \tilde{H}_y^s - \frac{ik_y}{\hat{z}} \left\{ \nabla_s \tilde{E}_y^s \times \nabla_s \left(\frac{1}{\gamma^2} \right) \right\} \cdot \hat{\mathbf{j}} = - \left\{ \nabla_s \times \left(\frac{\Delta \sigma}{\gamma^2} \tilde{\mathbf{E}}^p \right) \right\} \cdot \hat{\mathbf{j}} \quad (1b)$$

여기서 $\gamma^2 = k_y^2 - k^2$ 이다. 위 식을 살펴보면 주향방향의 전기장 및 자기장 성분인 \tilde{E}_y^s 와 \tilde{H}_y^s 가 서로 결합된 형태의 2개의 방정식으로 구성되어 있음을 알 수 있다. 식 (1)에 대하여 유한요소 방정식을 유도하게 되며, 이 연구에서는 가중잔여법을 이용하였다. 주어진 모델링 영역을 직사각형 요소로 분할한 후 각 요소에 대한 유한요소방정식을 적용하고, 이를 모두 합하게 되면 최종적으로 다음과 같은 행렬식을 얻게 된다.

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{s} \quad (17)$$

여기서 \mathbf{K} 는 강성행렬(Stiffness matrix)이며, \mathbf{x} 는 각각의 절점에서 계산하고자 하는 전기장 자기장에 대한 벡터이며, \mathbf{s} 는 송신원에 대한 벡터로 여기서는 각 절점에서의 배경매질에 대한 전기전도도의 차이와 일차장 성분이 곱해진 형태로 계산된다. 인위적인 경계면 처리를 위한 경계조건으로는 흡수 경계조건을 적용하였으며, 선택된 공간주파수에 대하여 주향 방향에 대한 전기장 및 자기장을 계산한 후, 이를 푸리에 적분하여 최종적으로 이차 전기장 및 자기장을 얻게 된다. 사용된 공간주파수 개수는 16개이며, 주어진 모델링 영역의 크기, 모델링 주파수 및 격자간격에 따라서 자동적으로 선택되도록 설정하였다.

평활화 제한을 가한 역산

시추공간 전자탐사 토모그래피는 시추공에 삽입된 수직방향 자기 쌍극자 송신원에 대하여 수신 시추공에서 수직방향 자기장을 측정하여 두 시추공 사이의 전기비저항 분포를 역산하게 된다. 역산 변수들 중 모델벡터는 역산영역에서 구분된 각 블록에 대한 전기비저항을, 자료 벡터로서는 수신 시추공에서 측정된 수직방향 자기장의 실수 및

허수 성분을 정의하였다. 이러한 모델 및 자료 벡터에 대하여 평활화 제한을 가한 역산을 이용하였으며, 역산을 위한 목적함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi(\mathbf{m}) = \|\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})\|^2 + \lambda \|\mathbf{W}_m \mathbf{m}\|^2 \quad (2)$$

여기서, \mathbf{f} 는 모델링 연산자이며, \mathbf{W}_m 는 실수행렬로서 모델벡터의 roughness 를, λ 는 라그랑지 곱수를 의미한다. 식 (2)의 목적함수를 모델벡터의 증분에 대한 편미분을 0 으로 하게 되면, 최종적으로 식 (3)과 같은 정규방정식을 얻을 수 있다.

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{W}_m^T \mathbf{W}_m) \Delta \mathbf{m} = \mathbf{J}^T (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})) \quad (3)$$

여기서, \mathbf{J} 는 자코비안 행렬이다. 식 (3)을 통해 각 반복단계마다 모델벡터의 증분을 계산하게 되며, 입력 자료벡터와 이론해 사이의 잔차를 최소화하는 역산해를 계산하게 된다. 역산의 초기모델로서는 균질 반무한 공간을 이용하였으며, 역산의 공간적 분해능 향상을 위하여 ACB(이명종 등, 2000)기법을 적용하였다.

3. 결과 및 고찰

그림 1(a)은 개발된 토모그래피 알고리즘의 특성을 실험하기 위하여 선택한 고립형 이상체 모형이다. 100 Ω-m 의 반 무한 매질에 10 Ω-m 의 전기비저항을 가지는 10 x 10 크기의 전도성 이상체가 존재하는 모형이다. 시추공간 간격은 60 m 이며, 송신 주파수는 10 kHz 이다. 송신시추공에서 심도 5 m 에서 시작하여 5 m 간격으로 19 개의 송신원에 대하여, 수신 시추공에서 심도 5 m 에서 시작하여 5 m 간격으로 측정된 19 개의 측정 자료를 이용하여 역산을 수행하였다. 토모그래피 역산은 시추공간 사이의 60 m x 100 m 구간에 대하여 5 x 5 m 크기로 12 x 20 개의 블록에 대하여 수행되었으며, 개발된 역산 알고리즘의 특성을 정확히 살펴보기 위하여 자료에 대한 인위적인 잡음은 첨가하지 않았다. 각 블록 중심에서의 전기비저항 값을 이용하여 Krigging 법으로 보간하였으며, 그 결과를 그림 1(b)에 도시하였다. 각 반복 단계마다 RMS 잔차는 그림 1(c)에 나타내었다. 역산된 결과를 살펴보면, 저비항 이상체의 위치 및 크기가 원래의 이상체와 정확하게 일치하고 있으며, 그 비저항 값도 실제 전기비저항 값인 10 Ω-m 에 근접한 15 Ω-m 정도로 비교적 정확하게 역산 되고 있다. 실제보다 저비저항대가 크게 나타나는 것은 역산의 안정성을 위해 평활화 제한에 의한 영향이다. RMS 잔차를 도시한 그림 1(c)에서도 알 수 있듯이 비교적 안정적으로 수렴하고 있는 양상을 확인할 수 있다. 3 번째 반복단계 이후로 RMS 오차가 일시적으로 증가하는 양상을 보이는데, 이는 사용된 역산 알고리즘에서 라그랑지 곱수가 RMS 잔차의 변화에 따라 그 크기가 줄어들도록 설정하였기 때문이다. RMS 잔차의 변화에 따라 급격히 줄어든 라그랑지 곱수로 인해, 모델이 좀 더 급격하게 변하게 되며 이로 인해 오차가 일시적으로 증가하여 나타난 현상이다. 이 후에 RMS 잔차가 계속해서 감소하는 양상을 보이고 있으며 그 변화 또한 작게 나타나 거의 수렴한 것으로 판단된다.

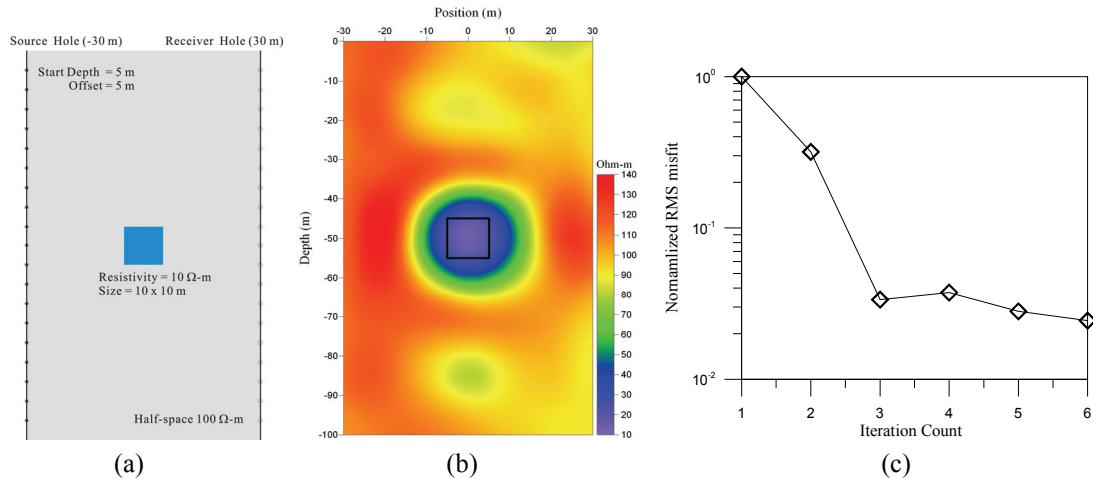


Fig. 1. A isolated body model to verify the characteristic of developed inversion algorithm (a). A conductive anomaly is embedded in the homogenous half space. (b) shows inversion results for the model shown in Figure (a). (c) shows rms misfit with iteration counts.

그림 2 은 배경매질보다 비저항이 높은 이상체가 존재하는 모델에 대한 역산 결과를 도시한 것이다. 100 Ω-m 의 반 무한 매질에 1000 Ω-m 의 이상체가 존재하는 모형으로 그림 1 의 모델 실험에서와 같이 10 kHz 주파수를 적용한 결과이다. 이상체가 존재하는 지역에 전기비저항이 높게 영상화 되고 있기는 하나, 그 값이 135 Ω-m 정도로 실제 전기비저항에 비해서 매우 낮으며, 이상체 상하부에 원래 모델에서는 없던 저비저항 이상체가 나타나고 있는 양상이 확인된다. 이러한 역산과정의 인위적인 저비저항 이상대와 더불어 비저항 값의 배경매질과 차이가 20 ~ 30 Ω-m 이내로 계산되므로, 현장실험에서 잡음의 영향이나 실제 구현되는 장비의 측정오차 등을 고려하는 경우에 이를 영상화 하기는 매우 어려울 것으로 판단된다. 역산된 영상과는 달리 RMS 잔차의 변화는 매우 안정적으로 수렴하고 있으며, 역산된 모델에 대한 이론자료와 실제 입력자료는 일치하는 것으로 보아 역산자체는 매우 안정적임을 알 수 있다. 이는 전자탐사를 통해 비저항 이상대를 구분하는 것은 어려울 것임을 의미하며, 탄성과 토모그래피 역산에서 저속도 이상대를 제대로 영상화 하지 못하는 것과 동일한 이유로 해석될 수 있을 것이다.

4. 결론

이 연구에서는 유한요소법을 이용한 2.5 차원 시추공간 전자탐사 모델링 알고리즘과 이를 이용한 토모그래피 알고리즘을 개발하였다. 시추공간 전자탐사의 특성상 송신원으로는 수직 자기 쌍극자를 수신원으로는 수직방향 자기장 성분만을 고려하였다.

개발된 토모그래피 알고리즘의 검증은 위하여 반 무한매질에 하나의 고립형 이상체가 존재하는 모델에 대하여 역산실험을 수행하였다. 역산된 토모그래피 영상의 특성을 살펴보기 위하여 인위적 잡음이 첨가되지 않는 자료에 대하여 수치실험을 수행하였다. 전도성 이상체의 경우에는 그 크기 및 전기비저항 값을 정확히 영상화 하고 있는 반면에, 비저항 이상체의 경우에는 이상체 주변에 인위적인 저비저항대가 나타나 고비저항대의 이상대를 영상화 하지 못하고 있는 양상이 확인되었다. 실제 현장 잡음 등을 고려하면,

배경매질보다 높은 고비저항대의 이상대를 영상화 하기란 거의 힘들 것으로 해석된다. 다만, 지반조사 목적의 전자탐사 토모그래피인 경우에는 단층이나 파쇄대 등의 전도성 이상대를 주 대상으로 하기 때문에, 실제 목적의 탐사로의 적용에는 큰 문제가 되지 않을 것으로 판단된다.

전자탐사 토모그래피 탐사기법은 기존의 다른 탐사기법에 대해 여러 가지 장점을 가지고 있어, 그 효용성이 기대되나 현실적으로 적용 가능한 장비의 부재로 인하여 현실적으로 적용되지 않고 있는 실정이다. 향후, 탐사에 활용 가능한 장비의 개발 및 현장 적용에 대한 연구가 지속되어야 할 것으로 생각된다.

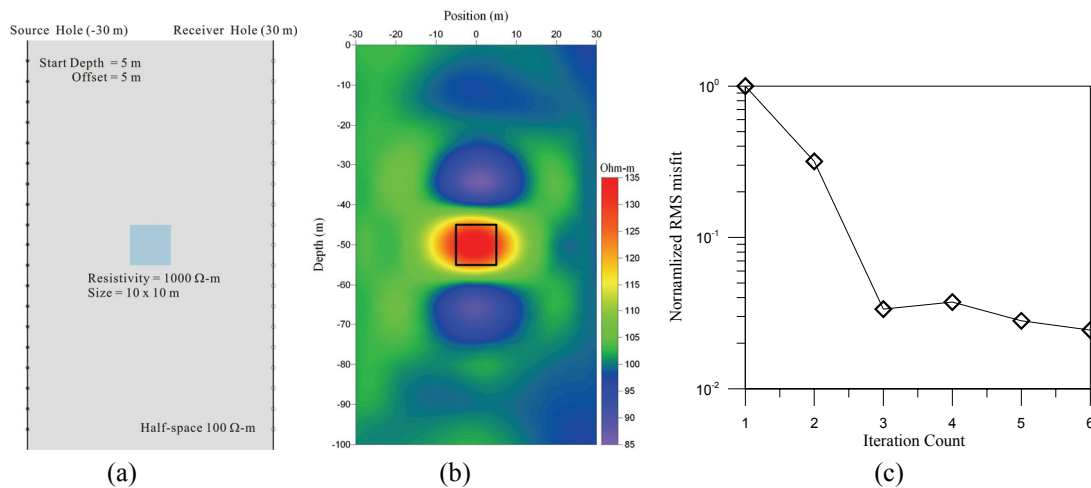


Fig.2. A isolated body model to verify the characteristic of developed inversion algorithm (a). A resistive anomaly is embedded in the homogenous half space. (b) shows inversion results for the model shown in Figure (a). (c) shows rms misfit with iteration counts.

감사의 글

본 연구는 한국지질자원연구원의 전문연구사업인 ‘지하정밀영상화 융합기술 개발’ 과제의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

권형석, 송윤호, 손정술, 서정희, 2002, 수평 자기쌍극자 송신원을 이용한 2.5 차원 전자탐사 모델링, 물리탐사, **5**, 84-92.

이태종, 서정희, 신창수, 1999, 파동장 변환을 이용한 전자탐사 주시 토모그래피, 물리탐사, **2**, 17-25.

조인기, 심현미, 1998, 확장된 Born 근사에 의한 EM 토모그래피, 물리탐사, **1**, 155-160.

Alumbaugh, D. L., and Morrison, H. F., 1995, Crosswell electromagnetic tomography. Theoretical and practical consideration for cylindrical geometry, *Geophysics*, **60**, 846-870.

Hohmann, G. W., 1988, Numerical modeling for electromagnetic methods of geophysics, in Nabighian, M. N., Ed: *Electromagnetic methods in applied geophysics-Theory*, Society of Exploration Geophysics.

Torres-Verdin, C., and Habashy, T. M., 1994, Rapid 2.5 dimensional forward modeling and inversion via a new nonlinear scattering approximation, *Radio Science*, **29**, 1051-1079.

- Wilt, M., Alumbaugh D. L., Morrison, H. F., Becker, A., Lee, K. H. and Deszcz-Pan, M., 1995, Crosswell electromagnetic tomography: System design considerations and field results, *Geophysics*, **60**, 871-885.
- Zhou, Q., Becker, A., and Morrison, H. F., 1993, Audio-Frequency electromagnetic tomography in 2-D, *Geophysics*, **58**, 482-495.