

Manning과 Chiu 공식을 이용한 유속의 공간적 분포에 관한 연구

추태호* / 옥치율* / 제성진** / 이승관**

* 부산대학교 산업토목학과 조교수, 교수

** 부산대학교 산업토목학과 석사과정

A Study on The Spatial Distribution of Velocity Using Manning's and Chiu's Equation

Choo, Tai Ho / Ok, Chi Youl
Je, Sung jin / Lee, seoung Kwan

요 약

본 연구에서는 Norman Herrick Brooks의 박사논문(1954)에서 심층적으로 시행한 실험실 실측자료를 사용하여 Manning과 Chiu의 연결고리로 제시한 $F(M)$ 과 Manning의 n , R (동수반경), I (수로경사)와 같은 아주 간단한 입력자료 만을 가지고도, 수로수직단면의 전체유속분포를 잘 표현할 수 있으며, 동시에 그동안 취득하기 어려운 최대유속(U_{max})도 실측하지 않고 손쉽게 산정할 수 있음을 증명하였다.

1. 서론

지금까지 수리학분야에서 가장 많이 사용된 평균 유속공식인 Manning공식을 실용적으로 사용될 수 있도록 시도한 경우는 있었으나, 지금까지 실증적으로 Chiu의 유속공식과 Manning의 유속공식을 비교 분석하였던 논문은 Chiu(1989)와 Choo(1990)의 논문에서 일부 언급된 것이 전부이며, 이들 연구에서 Chiu(1989)는 Manning과 Chiu의 연결고리로 제시한 $F(M)$ 을 이용하여 수심에 비해 하천 폭이 매우 큰 광폭수로에 일부 적용하였으며, Choo(1990)는 $F(M)$ 과 수로형상과의 관계를 이용하여 수심에 비해 하천 폭이 적은 수로에 적용하였으나, 몇 개의 한정된 Data만을 이용한 연구결과로 그 한계성을 갖고 있었다.

본 연구에서는 N. H. Brooks(1954)의 실험실 실측자료를 사용하여 Manning과 Chiu의 연결고리로 제시한 $F(M)$ 과 Manning의 n , R , I 와 같은 아주 간

단한 입력자료 만을 가지고도, 수로수직단면의 전체 유속분포를 잘 표현할 수 있음을 증명하였다.

2. 이론적 배경

본 연구에서 사용된 Chiu의 평균유속공식은 식(1)과 같으며, 전단응력과 평균유속과의 관계를 나타내는 식(2)와 같다. 이와 관련된 자세한 유도 과정은 1998년 Chiu의 ASCE 발표논문과 추태호(2002)의 논문을 참고하기 바란다.

$$\bar{U} = \int_0^{u_{max}} up(u)du = u_{max} \left[\frac{e^M}{e^M - 1} - \frac{1}{M} \right] \quad (1)$$

$$\bar{U} = \left[\frac{M}{e^M - 1} \right] \left[\frac{e^M}{e^M - 1} - \frac{1}{M} \right] \left[\frac{\bar{h}_{\xi_0} g R S_f}{\nu} \right] = \frac{\bar{h}_{\xi_0} g R S_f}{\nu F(M)} \quad (2)$$

$$F(M) = (e^M - 1) [M e^M (e^M - 1)^{-1} - 1]^{-1} \quad (3)$$

여기서 $F(M)$ 은 Chiu의 유속분포공식의 파라메타인 M 의 함수로서 전체유속분포패턴을 나타낸다. 한편, 현재까지 가장 보편적인 Manning의 유속공식은 식(4)과 같다.

$$\bar{U} = \frac{\psi}{n} R^{\frac{2}{3}} S_f^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

따라서 Chiu의 유속공식과 Manning의 유속공식사이의 관계를 이해하기위해서 Chiu의 평균유속과 Manning의 평균유속을 비교할 수 있는 방법은 Manning의 조도계수(n) 또는 최대유속(U_{max})을 추정하거나 실측할 필요가 있는 경우와 실측할 필요가 없는 경우로 볼 수 있다.

$$\bar{U} = \frac{\psi}{n} R^{\frac{2}{3}} S_f^{\frac{1}{2}} = u_{max} \left[\frac{e^M}{e^M - 1} - \frac{1}{M} \right] \quad (5)$$

$$n = \frac{\psi R^{\frac{2}{3}} S_f^{\frac{1}{2}}}{u_{max}} \left[\frac{e^M}{e^M - 1} - \frac{1}{M} \right]^{-1} \quad (6)$$

$$\bar{U} = \frac{\psi}{n} R^{\frac{2}{3}} S_f^{\frac{1}{2}} = \frac{\bar{h}_{\xi_0} g R S_f}{\nu F(M)} \quad (7)$$

$$n = \frac{F(M) \nu \psi}{\bar{h}_{\xi_0} g R^{\frac{1}{3}} S_f^{\frac{1}{2}}} \quad (8)$$

식(8)을 다시정리하며 식(9)나 식(10)과 같이 Manning의 평균유속과 수로 단면 내 유속의 공간적 분포사이의 연결고리 역할을 해주는 식이 된다.

$$F(M) = \frac{[\bar{h}_{\xi_0} \cdot g \cdot n \cdot R^{\frac{1}{3}} S_f^{\frac{1}{2}}]}{\nu \cdot \psi} \quad (9)$$

$$F(M) = \frac{[\bar{h}_{\xi_0} \cdot g \cdot n^2 \cdot \bar{U}]}{\nu \cdot \psi^2 R^{\frac{1}{3}}} \quad (10)$$

3. 실험장치

본 연구에서는 길이 40ft, 높이 10in, 폭이 10.5in인 Flume 실험 장치를 사용하여 [표.1]과 같은 결과를 얻었다.

표 1. 순수한 물인 경우의 유속측정결과표

table.# (ft)	table 15 0.232		table 16 0.171		table 17 0.115		table 18 0.225		table 19 0.179	
	y	u	y	u	y	u	y	u	y	u
1	0.013	3.1	0.01	2.64	0.01	2.12	0.01	1.32	0.01	2.6
2	0.023	3.34	0.015	2.8	0.015	2.24	0.015	1.39	0.02	2.86
3	0.048	3.68	0.02	2.93	0.02	2.34	0.02	1.47	0.04	3.14
4	0.073	3.88	0.03	3.08	0.03	2.49	0.03	1.54	0.08	3.45
5	0.098	4.03	0.05	3.29	0.05	2.66	0.05	1.66	0.12	3.63
6	0.148	4.16	0.07	3.44	0.07	2.78	0.07	1.74	0.16	3.64
7	0.178	4.16	0.1	3.62	0.1	2.86	0.1	1.84	0.168	3.63
8	0.208	4.12	0.125	3.69			0.15	1.93		
9	0.213	4.11	0.14	3.72						
10			0.15	3.72						

unit: y(ft), u(ft/sec)

4. 적용과 결과

4.1 Manning의 매개변수 산정 및 Chiu의 매개변수 산정

유속측정결과를 적용하여 Manning의 유속공식의 주요 변수 및 Chiu의 유속공식의 주요 변수들을 추정하였고 산정된 주요매개변수들과 Manning의 유속공식과 Chiu의 유속공식을 연결하여 유도된 식(15)와 식(16)식으로부터 $F(M)$ 을 산정한 결과를 주요변수들과 관련수리량과 함께 [표 2]에 정리요약하였다.

표 2. 순수한 물인 경우의 각종 수리량, 매개변수 및 F(M)

table.# (ft)	D (ft)	h(ft)	U_{max} (ft/sec)	M	U (ft/sec)	U/U_{max}
15	0.232	0.0134	4.1444	7.2175	3.5732	0.862
16	0.171	-1.4659	4.376	10.295	3.9511	0.9029
17	0.115	-0.3238	3.1263	8.5935	2.7631	0.883
18	0.225		2.0139	8.8371	1.7863	0.887
19	0.179	-0.1582	3.7502	8.1289	3.2900	0.877
table.# (ft)	I	N	F (M)	F (M) Manning	M Manning	U_{max} Manning g
15	0.0050	0.0084	218.88	137.63	6.6610	4.1981
16	0.0050	0.0066	3183.7	107.02	6.3548	4.6793
17	0.0050	0.0077	710.38	108.75	6.3745	3.2706
18	0.0013	0.0083	878.21	51.889	5.4520	2.1761
19	0.0049	0.0080	475.37	158.33	6.8301	3.8494

4.2 산정된 F(M)과 실측유속의 공간적 분포와의 관계검증

Manning과 Chiu의 관계로부터 얻어진 $F(M)$ 의

효용성을 증명하기 위하여 실측된 유속을 Chiu의 유속공식이 잘 표현해주는지를 먼저 검증한 후, 간단한 수리량으로 부터 산정된 $F(M)$ 이 유속의 공간적분포를 잘 표현해주는 여부를 실측유속과 비교분석하였다. $F(M)$ 으로 산정된 유속분포와 비교분석한 결과를 알기 쉽게 [그림 1]으로 나타내었다.

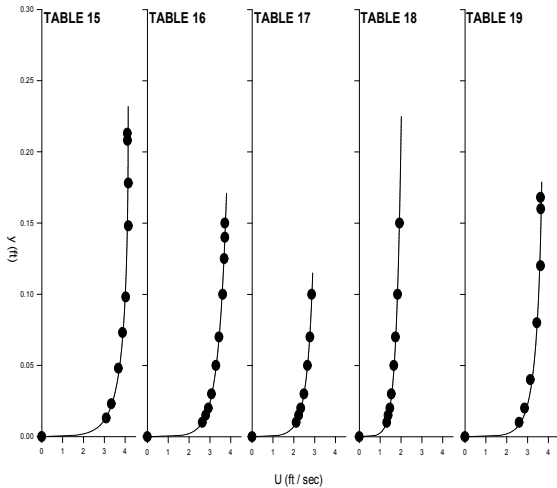


그림 1. 순수한 물의 실측된 전체 점 유속과 Chiu의 유속분포식과의 비교

[그림 2]를 통해서 전체자료에서 Manning과 Chiu의 연결식인 $F(M)$ 공식이 매우 잘 표현해줌을 알 수 있었다. 따라서 $F(M)$ 공식을 이용한다면, 세부적인 점 유속자료 없이도 어떤 단면에서의 간단히 취득할 수 있는 일반적인 수리량 만을 가지고도 전체 유속분포를 표현해줄 수 있는 공식으로 사용될 수 있는 매우 유용한 공식임을 증명하였다.

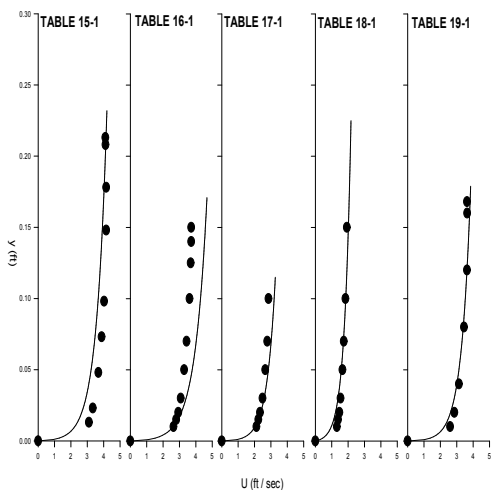


그림 2. 실측유속과 $F(M)$ 을 이용한 유속분포식과의 비교(순수한 물의 전체 경우)

5. 요약 및 결론

1. Chiu의 유속공식과 관련된 기존의 많은 연구에서 그 신뢰성과 정확성이 증명된 것처럼 Norman Herrick Brooks이 실측한 점 유속 자료와 Chiu의 공식을 이용한 유속분포가 매우 잘 일치함을 증명하였다.
2. Manning의 유속공식과 Chiu의 유속공식과의 연결고리로 제시한 $F(M)$ 과 Manning의 n , R , I 와 같은 아주 간단한 입력자료 만을 가지고도, 수로수직단면의 전체유속분포를 잘 표현할 수 있음을 증명하였다. 이는 기존의 평균유속공식들이 가지고 있는 한계성과 이론적 제약을 극복할 수 있는 대안으로 사료된다.
3. 그동안 취득의 한계성 및 연구가의 큰 관심을 갖지 못한 U_{max} 를 실측하지도 않고도 손쉽게 산정할 수 있는 대안으로서 본 연구결과가 활용될 수 있을 것이다. 즉, $F(M)$ 에서 산정된 엔트로피 M 과 Chiu의 평균유속공식으로부터 U_{max} 를 손쉽게 산정할 수 있다.
4. 따라서 인공수로에 관련된 간단한 수리입력 자료만 있다면 그동안 취득하기 어려운 U_{max} 과 전체 유속분포 산정에 매우 유용하게 사용될 수 있다고 사료된다.

참고문헌

- [1] Brook, N. H(1954) "Laboratory studies of the mechanics of streams flowing over a movable bed of fine sand." Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California. 1954
- [2] Chiu, C-L.(1988) "Entropy and 2-D velocity distribution in open channels," Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 114(10), pp. 738-756
- [3] Choo, T. H(1990) "Estimation of energy and momentum coefficients in open channel flow by Chiu's velocity distribution equation." M. S. Thesis, Dep. of Civ. Engrg., Univ. of Pittsburgh, Pittsburgh, 1990.
- [4] 추태호(2002) "엔트로피 개념에 의한 유량측정 기법(II) - 표면유속을 중심으로-" 대한토목학회논문집, 제22권 4B호, pp. 507