

# 유체를 운반하는 배관계의 진동 저감을 위한 마운트 설계

## Mount design to reduce the vibration of pipe system conveying fluid

이성현† · 정의봉\* · 정철웅\* · 함일배\*\*

Seong Hyeon Lee, Weui Bong Jeong, Cheol Ung Jeong and Il Bae Ham

**Key Words** : Fluid force(유체력), FEM(유한요소법), Mount Stiffness(배관지지강성), Fluid Pulsating(유체 맥동), Reducing Vibration(진동저감), Equation of Motion(운동방정식)

### ABSTRACT

This paper formulates the finite element model is formulated taking into consideration of the effects of the fluid flow in a pipe. The characteristic of vibration is presented using mass, damping and stiffness matrix in the finite element equation of this pipe system. The displacement distribution of pipe system caused by fluid force is discussed. The variation of vibration of a pipe system according the change of mount stiffness is discussed.

### 기 호 설 명

<p><math>E</math> : 배관의 탄성계수</p> <p><math>I</math> : 배관의 관성 모멘트</p> <p><math>y</math> : 배관 요소의 처짐</p> <p><math>x</math> : 배관 요소의 길이</p> <p><math>p</math> : 유체 요소에 작용하는 압력</p> <p><math>A</math> : 유체 요소의 단면적</p> <p><math>U</math> : 유체의 평균 속도</p> <p><math>\nu</math> : poisson ratio</p> <p><math>\rho</math> : 유체의 밀도</p> <p><math>m</math> : 배관 요소의 단위 길이당 질량</p> <p><math>\delta</math> : 축방향 구속이 없을 때 0, 있을 때 1</p> <p><math>A_p</math> : 배관 구조 요소의 단면적</p> <p><math>u</math> : 배관 구조 요소의 축방향 변위</p> <p><math>G</math> : 배관요소의 전단력(<math>= -EI(d^3y/dx^3)</math>)</p> <p><math>GJ</math> : 배관의 비틀림 강성</p> <p><math>I_x</math> : 배관 단면의 극관성 모멘트</p> <p><math>\phi_x</math> : 배관 구조 요소의 비틀림 변위</p>	<p><math>[K]_{p,b}</math> : 횡 방향 배관 요소의 강성</p> <p><math>[K]_{f,b}</math> : 횡 방향 유체에 의한 강성</p> <p><math>[M]_{p,b}</math> : 횡 방향 배관 요소의 질량</p> <p><math>[M]_{f,b}</math> : 횡 방향 유체에 의한 질량</p> <p><math>[C]_{f,b}</math> : 횡 방향 유체에 의한 감쇠</p> <p><math>[K]_{p,a}</math> : 축 방향 배관 요소의 강성</p> <p><math>[M]_{p,a}</math> : 축 방향 배관 요소의 질량</p> <p><math>[M]_{f,a}</math> : 축 방향 유체에 의한 질량</p> <p><math>[K]_{p,t}</math> : 비틀림 방향 배관 요소의 강성</p> <p><math>[M]_{p,t}</math> : 비틀림 방향 배관 요소의 질량</p> <p><math>\vec{F}_{pressure}</math> : 유체력의 압력 성분</p> <p><math>\vec{F}_{gravity}</math> : 유체력의 중력 성분</p> <p><math>\vec{F}_{wall}</math> : 벽면에 작용하는 유체력 성분</p> <p><math>\vec{F}_{fluid}</math> : 배관에 작용하는 유체력</p> <p><math>P(t)</math> : 맥동 성분이 고려된 압력</p> <p><math>P_0</math> : 유체의 정적 압력</p> <p><math>P_1(\omega)</math> : 유체의 맥동 압력</p> <p><math>V(t)</math> : 맥동 성분이 고려된 유속</p> <p><math>V_0</math> : 유체의 정적 유속</p> <p><math>V_1(\omega)</math> : 유체의 맥동 유속</p> <p><math>[M]_G</math> : 유동을 고려한 전체 질량 행렬</p> <p><math>[C]_G</math> : 유동을 고려한 전체 감쇠 행렬</p> <p><math>[K]_G</math> : 유동을 고려한 전체 강성 행렬</p> <p><math>\{x\}_G</math> : 배관의 변위 행렬</p> <p><math>\{F(\omega)\}_{fluid}</math> : 주파수별 유체력</p>
---	--

† 교신저자; 부산대학교 대학원 기계공학부  
 E-mail : shyi@pusan.ac.kr  
 Tel : (051) 510-3088, Fax : (051) 517-3805

\* 부산대학교 기계공학부

\* 부산대학교 기계공학부

\*\* 국방과학 연구소

## 1. 서 론

배관은 주로 다양한 온도와 압력 조건의 가스나 액체를 수송하는 목적으로 사용되는데, 산업 현장이나, 선박 등 다양한 분야에서 아주 중요한 몫을 담당하고 있다. 그러나 배관 자체와 배관내의 유체는 펌프 등에서 발생하는 진동에너지를 전달하는 통로가 되어 진동과 동적 불안정성의 위험에 늘 노출되어 있다. 진동에너지의 주요인은 펌프이지만, 밸브, 플랜지, 엘보우 등에서도 유체 유동에 의하여 진동에너지를 발생시킨다. 그리고 배관 시스템에서는 배관 내부를 흐르는 유체의 힘에 의해 관이 휘어질 수 있고, 관이 휘어지면 유동이 가속되면서 불안정해지기도 한다. 그리고 유동이 정상상태로 흐르고 있는 상태에서도 고속으로 유체가 흐르면 배관이 불안정해지면서 좌굴을 일으키거나 심하게 진동하게 된다. 이러한 배관의 진동은 피로파괴를 야기시키며 피로파괴에 의해서 사고가 발생할 수도 있다. 이러한 사고는 계통의 손상 및 주변오염 등의 결과를 초래하게 된다. 배관 시스템에서는 파이프의 구조물이나 유체 모두 진동의 요인이 될 뿐만 아니라, 진동에너지 전달 매체가 된다. 이러한 복합적인 현상으로 인해 구조나, 유체를 분리해서 해석하여 진동을 억제하기는 매우 어렵다. 그러므로 계통의 안정성을 향상시키기 위하여 3차원 배관 시스템의 유동을 고려한 진동해석에 대한 연구가 필수적이다.

본 연구에서는 구조와 유체가 연성된 시스템의 해석 모델을 언급하고자 단일 주파수의 성분으로 맥동하는 유체를 운반하고 있는 3차원 배관 시스템의 진동이론 정립 및 내부 유체 가진력 모델을 제시한다. 그리고 배관 시스템에 마운트를 설치하였을 경우 배관전체의 변위분포를 계산한다. 마지막으로 배관 시스템에 설치된 마운트의 강성을 변경할 경우 배관의 변위분포 변화를 분석한다.

## 2. 유체를 고려한 배관의 운동 방정식

Fig. 1은 유체를 포함한 배관의 한 요소를 보여주고 있으며, (a)는 유체가 작용하는 힘을, (b)는 배관에 작용하는 힘을 각각 나타내고 있다. Fig. 1의 (a), (b)에서 각각의 유체 요소와 배관 요소의 횡 방향 성분, 축 방향 성분, 비틀림 방향 성분의 힘 평형식을 각각 구하여 조합하면 구조와 유체가 연성된 운동 방정식을 유도할 수 있다.

식 (1)은 횡 방향 운동 방정식, 식 (2)은 축 방향 운동 방정식, 식 (3)은 비틀림 방향 운동 방정식을 나타낸다.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + pA(1-2\nu\delta) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \rho A \left( \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 y + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$$EA_p \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$GJ \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} - \rho I_x \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

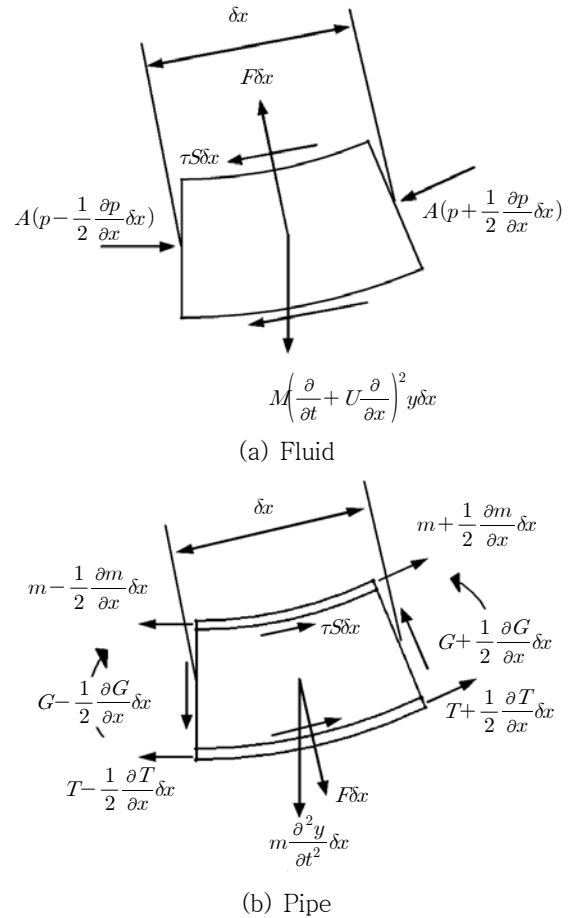


Fig.1 Forces and Moments acting on Element

가중잔차법(weighted residual method) 중에서 가중함수(weighting function)를 시도함수(trial function)와 같다고 가정하는 Galerkin법을 이용하여 식 (4), (5), (6)과 같이 이산화 된 운동방정식으로 근사할 수 있다.

$$\{([K]_{p,b} - [K]_{f,b}) - \omega^2([M]_{p,b} + [M]_{f,b}) + j\omega[C]_{f,b}\} \{Y\} = \{0\} \quad (4)$$

$$\{[K]_{p,a} - \omega^2([M]_{p,a} + [M]_{f,a})\} \{U\} = \{0\} \quad (5)$$

$$\{[K]_{p,t} - \omega^2[M]_{p,t}\} \{\Phi\} = \{0\} \quad (6)$$

여기서,  $y = Y e^{j\omega t}$ ,  $u = U e^{j\omega t}$ ,  $\phi = \Phi e^{j\omega t}$  이다.

## 3. 배관 내 유체력 해석

Fig. 2는 임의의 Control Volume에 대해서 유체의 Momentum Equation을 간략하게 보여주고 있다.

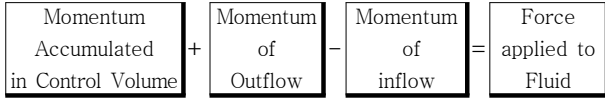


Fig. 2 Momentum Equation of Fluid

Fig. 2에서 Force applied to Fluid는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{pressure} + \sum \vec{F}_{gravity} + \sum \vec{F}_{wall} \quad (7)$$

배관 내 유체에서 배관에 작용하는 힘은  $\vec{F}_{fluid} = -\vec{F}_{wall}$ 인 관계가 성립한다.

Fig. 3과 같은 곡률 반경이 R이고, 각  $\theta$ 로 휘어져 있는 곡관을 살펴보자. Fig. 3의 곡관 시스템의 Momentum Equation을 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{V} dV + \int_{A_{out}} \rho \vec{V} V_n dA - \int_{A_{in}} \rho \vec{V} V_n dA \\ = \vec{F}_{pressure} + \vec{F}_{gravity} - \vec{F}_{fluid} \end{aligned} \quad (8)$$

그리고, Fig. 3의  $P(t), V(t)$  는 맥동 성분이 고려된  $P(t) = P_0 + P_1(\omega)e_{j\omega t}, V(t) = V_0 + V_1(\omega)e_{j\omega t}$  이다.

$\vec{F}_{pressure}$  는  $A[P(t) - P(t)\cos\theta]\vec{i} - AP(t)\sin\theta\vec{j}$  임을 알고 식 (8)의 좌 우변을 정리하면 식 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} -F_2(\omega)[\sin\theta\vec{i} + (1-\cos\theta)\vec{j}] - F_3(\omega)[(1-\cos\theta)\vec{i} - \sin\theta\vec{j}] \\ + \rho AV_0^2[-(1-\cos\theta)\vec{i} + \sin\theta\vec{j}] \\ = +F_1(\omega)[(1-\cos\theta)\vec{i} - \sin\theta\vec{j}] + AP_0[(1-\cos\theta)\vec{i} - \sin\theta\vec{j}] \\ + m_{water}g + \vec{F}_{wall} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

$$F_1(\omega) = AP(\omega)e^{i\omega t}$$

$$F_2(\omega) = -i\omega\rho AV(\omega)$$

$$F_3(\omega) = 2\rho A[2V_0V(\omega)e^{i\omega t} + \rho AV(\omega)^2e^{i\omega t}]$$

Fig. 3에 작용 하는 유체력  $\vec{F}_{fluid} = -\vec{F}_{wall} + m_{pipe}g$ 이므로 식 (9)을  $\vec{F}_{wall}$ 에 관하여 나타낸 뒤  $\vec{F}_{fluid}$ 를 정리하면 식 (10)과 같다.

$$\vec{F}_{fluid} = \vec{F}_{dynamic} + \vec{F}_{static} \quad (10)$$

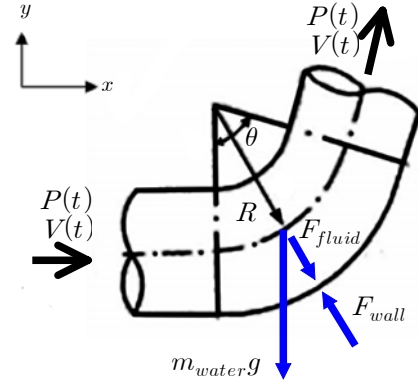


Fig. 3 Curved Pipe

단,

$$\begin{aligned} \vec{F}_{dynamic} = [(F_1(\omega) + F_3(\omega))(1-\cos\theta) + F_2(\omega)\sin\theta]\vec{i} \\ + [-(F_1(\omega) + F_3(\omega))\sin\theta + F_2(\omega)(1-\cos\theta)]\vec{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_{static} = + (AP_0 + \rho AV_0^2)(1-\cos\theta)\vec{i} \\ - (AP_0 + \rho AV_0^2)\sin\theta\vec{j} + (m_{water} + m_{pipe})g \end{aligned}$$

여기서  $\vec{F}_{dynamic}$ 는 Dynamic Fluid Force이고,  $\vec{F}_{static}$ 는 Static Fluid Force 이다.

#### 4. 해석 모델

본 연구에 사용한 수치 해석 배관 모델은 Fig. 4와 같다. Node 66, 67 두 곳으로 유체가 들어가서 Node 1로 빠져나오는 구조이며, 크기는  $8.85m \times 1.15m \times 6.69m$  이다. 유한요소 해석을 위하여 106개의 element로 나누었으며 node수는 107개가 된다. 배관은 Elastic modulus  $2 \times 10^{11}N/m$ , poisson ratio 0.3, 밀도  $7850kg/s$ 의 물성치를 가진 Steel로 설정하였다. Fig. 5는 배관에 설치한 일정한 강성이 있는 마운트의 설치 위치를 나타낸다. 배관의 외경, 내경 정보 및 내부 유체의 Flowrate는 Table 1에 나타내었다.

배관내부에 흐르는 유체는 밀도  $999kg/m^3$ 인 물로 가정하였으며 Node 66, 67로 들어가는 유체 압력  $P(t)$ 는 초기 압력  $P_0$ 와 100Hz의 맥동 성분  $P_1\sin(2\pi \times 100 \times t)$ 의

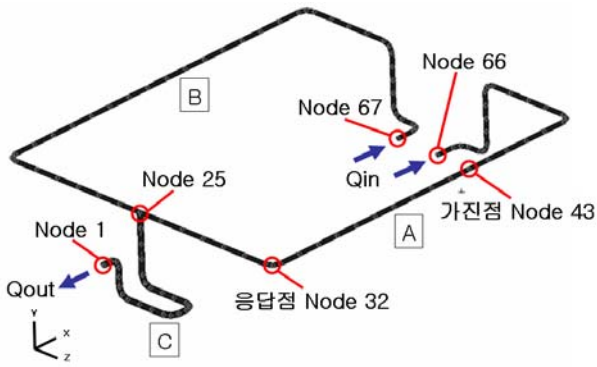


Fig. 4 Pipe model

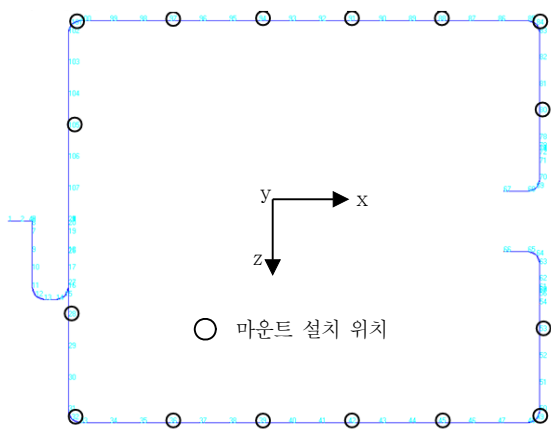


Fig. 5 마운트 설치 위치

합으로 구성되어 있으며, 초기 압력  $P_0$  는  $6.3MPa$  이고, 맥동성분  $P_1$  은 초기압력  $P_0$  의 5%의 값이 되도록 가정하였다. 초기 압력  $P_0$  에는 거리 압력 감쇠를 적용하여 배관 거리에 비례하여 압력이 감소하도록 가정하였다.

Table 1 배관 및 내부 유체의 정보

	node number range	외경 [mm]	내경 [mm]	Flowrate [kg/s]
A	node 26~66	88.9	73.7	12.0
B	node 67~107	88.9	73.7	12.0
C	node 1~25	114.3	97.2	24.0

### 5. 수치 해석 결과

유체의 유동에 의해서 발생하는 배관의 진동을 해석하기 위해서 앞 절에서 제시한 배관 요소를 결합하여 전체 요소에 대해서 중첩하여 주파수 영역에 관해서 나타내면 식

(11)과 같다.

$$\{[K]_G + j\omega[C]_G - \omega^2[M]_G\}\{x\}_G = \{F(\omega)\}_{fluid} \quad (11)$$

식 (11)를 기본식으로 하여 배관의 고유진동수, 변위 스펙트럼 및 변위 분포를 계산 하였다.

#### 5.1 배관의 진동 해석

배관에 유체 및 마운트 강성이 추가 되면 배관의 고유진동수를 변화시킨다. Fig. 6은 각 경우의 고유치를 비교한 것이다. 배관 내의 유동은 배관 시스템의 질량을 증가시키고 강성을 감소시켜 고유진동수의 감소를 가져온다.

마운트 강성을 추가할 경우에도 배관의 고유진동수 변화에 영향을 주게 된다. Fig. 5의 표시된 위치에 강성  $K=10^6 N/m$  인 마운트를 부착한 경우에 마운트 강성에 의해 배관 시스템 전체의 강성이 증가하기 때문에 배관의 고

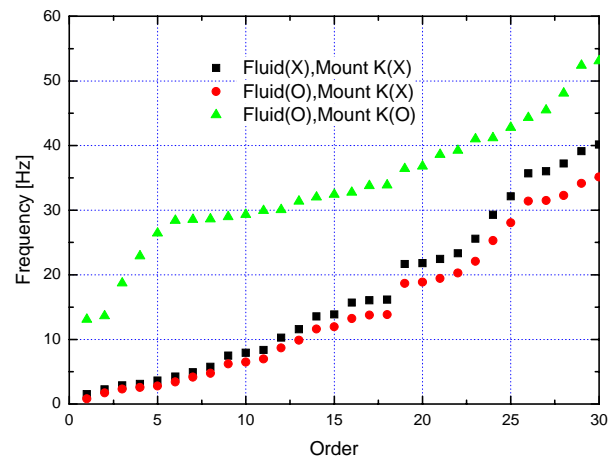


Fig. 6 고유 진동수 비교

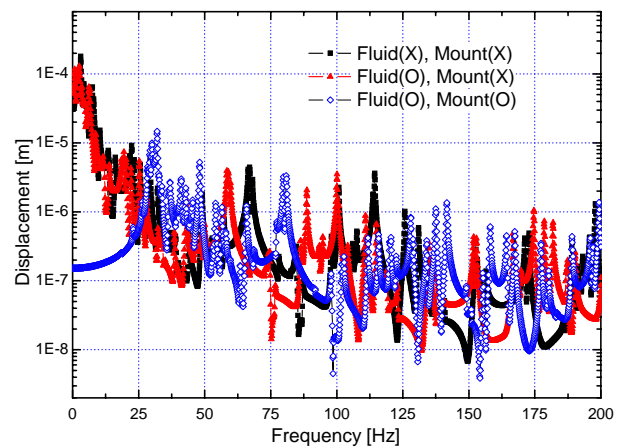


Fig. 7 변위 스펙트럼

유진동수가 증가하게 된다.

Fig. 7은 Fig. 4에 나와 있는 것 과 같이 Node 43의 가진에 대한 Node 32의 변위 응답에 대한 스펙트럼을 보여 준다. 가진력은  $\vec{F}=1\vec{i}+1\vec{j}+1\vec{k}$  이며 진 주파수에 대하여 동일한 값을 가진다. 배관 내부에 유동이 있을 때 의 변위 응답 스펙트럼은 유동이 없을 때의 스펙트럼과 비교하면 전체적으로 왼쪽으로 이동했음을 알 수 있다.

### 5.2 유체 가진력에 의한 변위 분포

백동이 있는 유동의 정상 상태를 가정하여 백동주파수 100Hz 에서의 유체 가진력을 Fig. 8에 나타내었다.

Fig. 8에서와 같이 유체 가진력은 곡관에서 최대값을 가지고 곡관이 아닌 부분은 유체 가진력이 작용하지 않음을 알 수 있다. 구해진 유체 가진력을 식 (11) 의 우변에 대입하여 배관 전체의 변위 분포를 구하면 Fig. 9와 같이 나오 게 된다. 유체 가진력을 적용한 배관시스템은 마운트 강성  $K=10^6 N/m$ , 마운트 감쇠  $C=10^2 N \cdot s/m$  의 값을 가지

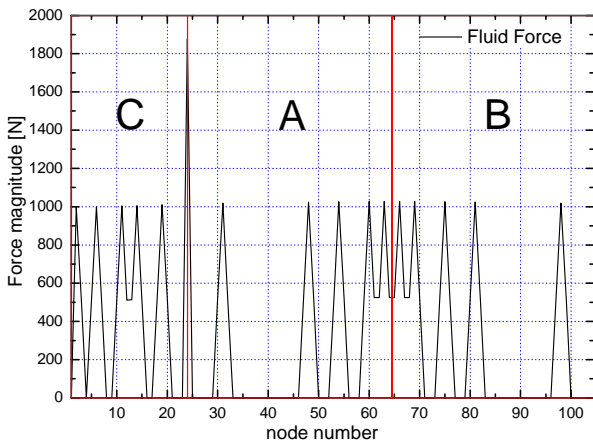


Fig. 8 유체 가진력 분포

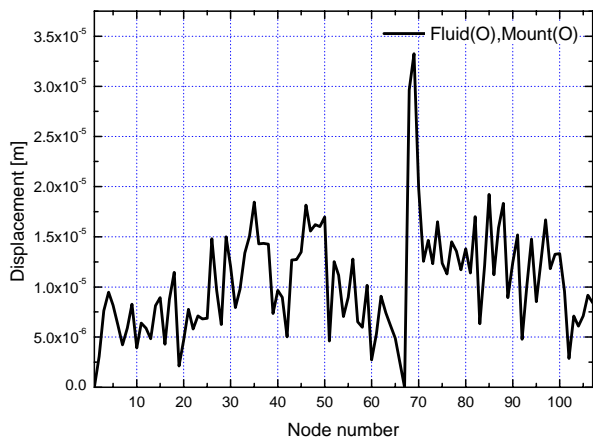


Fig. 9 변위 분포

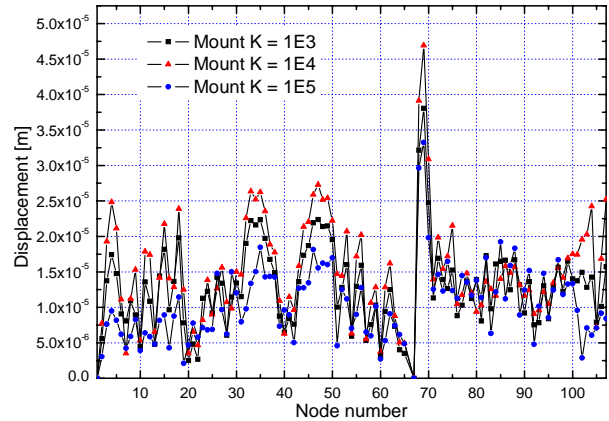


Fig. 10 마운트 강성 변화에 따른 변위 분포

고 있다.

마운트 감쇠  $C=10^2 N \cdot s/m$  가 있는 동일한 배관 모델을 사용하여 마운트 강성을 변경하였을 때 배관 전체의 변위 분포의 변화를 Fig. 10에 나타내었다. 마운트 강성 K를  $10^3 N/m$ 에서부터 10배 간격으로  $10^5 N/m$  까지 변화 시켰을 때의 배관 전체의 변위 분포인데 마운트 강성이 증가한다고 해서 변위가 계속 증가한다거나 혹은 계속 감소하는 경향을 보이지 않음을 알 수 있다.

## 5. 결 론

배관 내부의 유동은 배관 시스템의 진동 특성에 영향을 주어 고유진동수의 감소를 가져오는 것을 확인 하였으며, 유동에 의해 야기된 진동은 배관에 설치한 마운트의 강성을 변화에 의해 증가 혹은 감소함을 확인하였다.

추후 배관의 마운트 최적 설계를 위해서는 마운트 설치의 최적위치와 최적의 강성 값을 구하는 연구가 필요하다.

## 참 고 문 헌

- (1) Seo, Y. S., Jeong, W. B., Jeong, S. H., Oh, J. S. and Yoo, J. S., "Finite element analysis of forced vibration for a pipe conveying harmonically pulsating fluid" JSME International journal, Series C, Vol.48, No.4(2005), pp. 1-7
- (2) Maurice Petyt, 1990, Introduction to finite element vibration analysis, Cambridge University Press, New York.
- (3) BRUCE R. MUNSON, Fundamentals of Fluid Mechanics, 2002, 4th Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (4) N. M. N. Maia, Theoretical and Experimental Modal Analysis, Research Studies Press LTD., England.
- (5) D. J. Ewins, Modal Testing, 2000, 2nd Edition, Research Studies Press LTD., England.