

ATM용 크라운벨트의 횡진동 해석

Transverse Vibration of ATM Crown belt

손영부*·최연선†

Young-boo Son and Yeon-Sun Choi

Key Words : ATM(금융자동화기기), Crown belt(크라운벨트), Function of moment of inertia(관성모멘트함수), Nonlinear vibration(비선형진동), Galerkin's method(갈러킨방법)

ABSTRACT

ATM(automated teller machine) is a machine which can deposit and withdraw money directly. For effective transfer of bills in the machine, crown belts are used. In this paper, the transverse vibration of crown belt is investigated. The equation of motion of the belt is derived using Lagrange's equation. Galerkin's method is applied to convert the partial differential equation to the ordinary differential equations. Experimental investigations are performed on the belt system with the variation of pulley type, eccentricity, and tension. The results of numerical analysis show in good agreement with the experimental results.

1. 서론

ATM(Automated Teller Machine)은 소비자가 직접 입출금 업무를 처리할 수 있는 금융자동화기기로, 폴리에 곱물을 가진 크라운벨트를 이용하여 지폐를 이송한다. 벨트구동계는 다른 동력전달 구동계에 비해 부드러운 충격을 흡수하고 정숙한 주행이 가능하지만, 탄성, 장력, 편심, 정렬불량 등에 기인한 다양한 진동이 발생하므로 동특성을 정확히 파악해야한다.

이송벨트의 횡진동은 현, 보 등 연속계(continuous system) 진동 해석을 기반으로, 오래전부터 선형해석을 통해 응답 특성을 파악하였다. 그러나 실제 측정결과에 의하면, 다중응답진폭(multi-valued response amplitude) 및 도약현상(jump phenomenon) 등 비선형 특성이 발생하는 바, 근래에는 변형에너지, 점탄성 재질 등의 비선형성을 고려하여 실제 시스템에서 발생하는 다양한 진동특성을 규명하고 있다.

Wickert[1]는 변형에너지를 고려하여 이송벨트의 운동방정식을 유도하고, 섭동법(perturbation)을 이용하여 벨트의 동특성

을 파악하였다. Pellicano[2]는 폴리의 편심을 고려하여 비선형 운동방정식을 유도하고, 갈러킨방법(Galerkin's method)을 이용한 수치해석으로 비선형 도약현상을 규명하였다. Zu[3][4]는 벨트의 점탄성을 고려한 비선형 운동 방정식을 유도하고, 응답을 해석하여 벨트의 비선형 진동이 점탄성에 기인함을 증명하였다.

본 연구에서는 ATM용 크라운벨트의 횡진동 특성을 파악하고자 하였다. 크라운벨트에 적합한 운동방정식을 구성하고, 실험과 비교하여 폴리의 곱물이 횡진동에 미치는 영향을 파악하는 한편 장력, 편심 등의 설계변수를 고려하여 실제 ATM 설계에 적용하고자 하였다.

2. 편심에 의한 크라운벨트의 횡진동

일반적으로 벨트는 현(string)이나 보(beam)로 모델링한다. Fig. 1은 벨트구동계를 개략적으로 나타낸 것으로, 임의의 질점의 속도성분을 이용하여 운동에너지(kinetic energy)를 표현할 수 있으며, 장력, 굽힘모멘트 등의 선형요소와 점탄성, 변형에너지 등의 비선형 요소를 고려하여 포텐셜에너지(potential energy)를 표현할 수 있다. 이와 같은 에너지 항을 라그랑지방정식(Lagrange equation)에 대입하면 이송벨트의 운동방정식을 구성할 수 있다.

† 교신저자: 정희원, 성균관대학교 기계공학부
E-mail : yschoi@yurim.skku.ac.kr
Tel : (031)290-7440, Fax : (031)290-5849

* 정희원, 성균관대학교 기계공학과 대학원

크라운벨트는 양 끝단 풀리(pulley)의 곡률에 의해 관성모멘트의 변화가 발생하므로, 이에 적합한 운동방정식을 유도하고자 먼저 식 (1)과 같이 이송 벨트를 현으로 모델링하였다.[5] 여기서 V 는 벨트의 이송 속도, P 는 장력, ρ 는 벨트의 밀도, A 는 벨트의 단면적을 의미한다.

$$\omega_{,tt} + 2V\omega_{,xt} + \left(V^2 - \frac{P}{\rho A}\right)\omega_{,xx} = 0 \quad (1)$$

식 (1)과 같이 현으로 모델링하면 단면의 관성모멘트가 포함되지 않아 크라운벨트의 해석에 적합하지 않다. 그러나 식 (2)와 같이 보로 모델링하면 관성모멘트 항이 포함되므로, 크라운벨트의 횡진동을 수식화 하기 위해서는 보모델이 적합하다. 여기서 E 는 벨트의 탄성계수, I 는 벨트 단면의 관성모멘트를 의미한다.

$$\omega_{,tt} + 2V\omega_{,xt} + \left(V^2 - \frac{P}{\rho A}\right)\omega_{,xx} + \frac{EI}{\rho A}\omega_{,xxxx} = 0 \quad (2)$$

벨트의 변형에너지, 편심 등에 기인하는 비선형성을 고려하여 운동방정식을 세우기 위해 Fig. 2와 같은 모델을 구성하였다.[2] 식 (3) 및 식 (4)는 각각 이송벨트의 종방향 및 횡방향의 진동을 나타내는 운동방정식으로 두 식이 변형 에너지 항에 의해 연성(coupled)되어있다.

$$u_{,tt} + 2Vu_{,xt} + V^2u_{,xx} - EA\left[u_{,x} + \frac{1}{2}\omega_{,x}^2\right]_x = 0 \quad (3)$$

$$\omega_{,tt} + 2V\omega_{,xt} + \left(V^2 - \frac{P}{\rho A} + \frac{E}{\rho}\left[u_{,x} + \frac{1}{2}\omega_{,x}^2\right]\right)\omega_{,xx} + \frac{EI}{\rho A}\omega_{,xxxx} = 0 \quad (4)$$

식 (3) 및 식 (4)의 경계 조건은 각각 다음과 같다. 여기서 $\omega_0(t)$ 는 풀리의 편심에 의해 발생하는 운동을 나타내며 K 는 양복 운동을 표현하기 위한 임의의 강성계수이다.

$$u(0,t) = 0, \quad EAu_{,x}(l,t) = -Ku(l,t) \quad (5)$$

$$\omega(0,t) = 0, \quad \omega(l,t) = \omega_0(t), \quad \omega_{,xx}(0,t) = \omega_{,xx}(l,t) = 0 \quad (6)$$

식 (3)과 식 (4)의 연성을 풀기 위해 다음과 같은 변형에너지의 관계식을 이용한다.

$$u_{,x} + \frac{1}{2}\omega_{,x}^2 = c \quad (7)$$

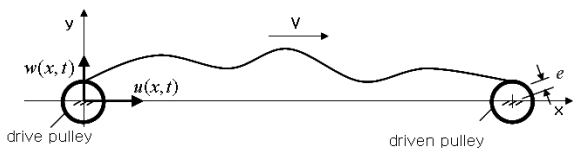


Fig. 1 Schematic of the belt

식 (7)과 식 (5)의 두 번째 경계조건을 이용하여 식을 정리하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$c = \frac{EA}{2(KI + EA)}\omega_{,x}^2(l,t) + \frac{K}{2(KI + EA)}\int_0^l \omega_{,x}^2(x,t) dx \quad (8)$$

식 (8)을 식 (7)에 대입하면 종방향 및 횡방향 진동을 각각 나타낼 수 있다. 횡방향 진동을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\omega_{,tt} + 2V\omega_{,xt} + \left(V^2 - \frac{P}{\rho A}\right)\omega_{,xx} + \frac{EI}{\rho A}\omega_{,xxxx} - \frac{E}{\rho}\omega_{,xx}\left[\frac{1}{2}\frac{K}{KI + EA}\int_0^l \omega_{,x}^2 dx + \frac{1}{2}\frac{EA}{KI + EA}\omega_{,x}^2(l,t)\right] = 0 \quad (9)$$

식 (9)의 경계 조건 중 두 번째 조건의 경계값 문제가 발생하므로, 식 (10)을 이용하여 좌표를 변환한 후, 표현의 용이성을 위해 * 표시를 제외하면 식 (11)과 같다.

$$\omega(x,t) = \omega^*(x,t) + \frac{l-x}{l}\omega_0(t) \quad (10)$$

$$\omega_{,tt} + 2V\omega_{,xt} + \left(V^2 - \frac{P}{\rho A}\right)\omega_{,xx} + \frac{EI}{\rho A}\omega_{,xxxx} - \frac{E}{\rho}\omega_{,xx}\left[\frac{1}{2}\frac{K}{KI + EA}\int_0^l \omega_{,x}^2 dx + \frac{1}{2}\frac{EA}{KI + EA}\omega_{,x}^2(l,t)\right] = F(x,t) \quad (11)$$

좌표 변환에 의해 나타나는 가진항 $F(x,t)$ 는 다음과 같다. 여기서 e 는 풀리의 편심을 의미한다.

$$F(x,t) = \left(\frac{l-x}{l}\right)e\omega^2 \sin(\omega t) + 2Vew \cos(\omega t) \quad (12)$$

식 (11)에서 나타난 운동방정식을 크라운벨트에 적용하기 위해서는 관성모멘트를 다음과 같은 길이방향의 함수로 나타내야 한다.[7]

$$I(x) = C_0x^N + C_1x^{N-1} + C_2x^{N-2} + \dots + C_{N-1}x + C_N \quad (13)$$

또한, 감쇠를 고려하기 위해 식 (14)를 이용하였다.[8] 여기서 β 는 감쇠계수(damping coefficient)를 의미한다.

$$\beta V\dot{w}_{,t} + \beta w_{,x} \quad (14)$$

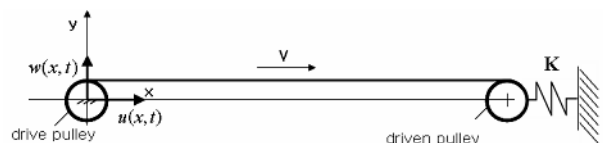


Fig. 2 Non-linear model of the belt

식 (11)에 식 (13)과 식 (14)를 대입하면 다음과 같은 크라운 벨트의 운동방정식을 구할 수 있다.

$$w_{tt} + 2Vw_{xt} + V^2w_{xx} - \frac{P}{\rho A}w_{xx} + \beta Vw_x + \beta w_{xx} + \frac{EI}{\rho A}w_{xxxx} - \frac{E}{\rho} \left[\frac{1}{2} \frac{K}{(KI+EA)} \int_0^l w_{xx}^2(x,t) dx + \frac{1}{2} \frac{EA}{KI+EA} w_{xx}^2(l,t) \right] w_{xx} = F(x,t) \quad (15)$$

식 (15)의 편미분방정식(partial differential equation)을 상미분방정식(ordinary differential equation)으로 만들기 위해 갤러킨 방법(Galerkin's method)을 이용하였다. 형상함수를 양단 자유보로 가정하면 다음과 같다.

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^M q_n(t) \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (16)$$

식 (16)을 식 (15)에 대입하고 양변에 $\sin(k\pi x/l)$ 을 곱한 후 전체 길이에 대해 적분하면 다음과 같은 상미분방정식을 구할 수 있다.

$$q_n''(t) + \sum_{k=1}^M * \frac{8Vnk}{(n^2-k^2)l} q_k(t) + \frac{\beta V}{\rho A} q_n'(t) + \sum_{k=1}^M * \frac{-4Vcnk}{(n^2-k^2)\rho A l^2} q_k(t) + \left(\left(\frac{P}{\rho A} - V^2 \right) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 + \frac{EI}{\rho A} - \sum_{k=1}^M * \frac{4\beta nk}{(n^2-k^2)l} \right) q_n(t) + \frac{E(K+EA)n^4\pi^4}{8(EA+KI)\rho l^2} q_n^3(t) = f(t) \quad (17)$$

여기서 Π 는 관성모멘트함수를 상미분화 할 때 발생하는 단면 변화의 계수로 다음과 같다.

$$\Pi = \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 \int_0^l I(x) \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{k\pi x}{l} dx \quad (18)$$

식 (17)을 간소화한 모양으로 나타내면 식 (19)와 같다. 여기서 M, C, G, K 는 각각 질량, 댐핑(damping), 자이로스코프(gyroscopic), 강성항을 의미하며, $N_e(q)$ 는 폴리의 편심에 의한 비선형 항을 의미한다.

$$M\ddot{q}(t) + (C+G) \dot{q}(t) + Kq(t) = f(t) + N_e(q) \quad (19)$$

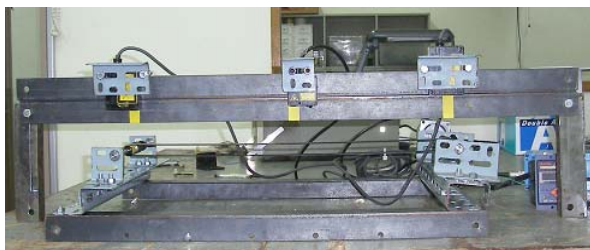


Fig. 3 Experimental set-up

3. 크라운벨트 횡진동 실험

3.1 실험장치

모터 회전속도 변화에 따른 벨트의 진동을 실험적으로 측정하기 위해 Fig. 3과 같은 실험장치를 구성하였다. Fig. 4는 실험장치에 대한 도식도로서 두 개의 폴리에 벨트를 연결하여 벨트구동계를 구성하고 중동축 폴리에 장력을 가할 수 있도록 제작하였다. 구동축과 중동축에는 Fig. 5와 같이 평벨트용 폴리와 크라운 폴리를 함께 설치하여 두 경우의 진동을 비교할 수 있도록 하였다. 속도 제어가 가능한 AC 모터(SPG digital speed controller, S6I06DB-V12)를 이용하여 벨트를 구동시킨 후 타코미터(ONOSOKKI, HT-446)를 이용하여 회전속도를 측정하였다. 레이저 변위센서(Graham & White instruments, M5L/20)를 이용하여 폴리 및 벨트 중앙부의 변위를 측정하고, A/D 보드(National Instrument, BNC-2110)와 dasyLab 프로그램을 이용하여 데이터를 입력받은 후, MATLAB을 이용하여 분석하였다. 본 연구에 사용된 벨트는 실제 ATM에 사용되는 벨트로 규격은 Table 1과 같다.

3.2 실험방법

먼저 ATM용 크라운벨트의 동특성을 파악하기 위해 크라운벨트와 평벨트 각각의 경우에 대하여 같은 장력을 갖는 경우의 진동을 비교하였다. 또한 장력, 편심 등 설계변수의 영향을 파악하기 위해 벨트의 장력을 2 N, 4 N, 6 N으로 증가시키면서 벨트의 진동을 측정하고 중동 폴리의 우측에 두께 1 mm의 보형물을 덧대어 편심을 증가시킨 후 속도에 따른 진폭의 변화를 측정하였다.

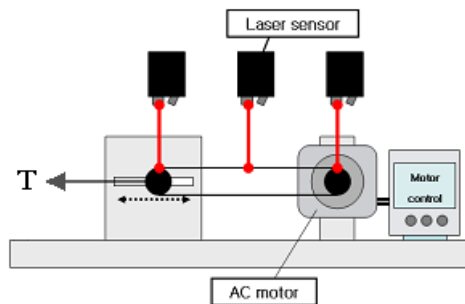


Fig. 4 Schematic of experimental set-up



Fig. 5 Crown pulley and flat pulley

4. 벨트의 관성모멘트

유한요소해석 프로그램인 ADINA를 이용하여 Fig. 6과 같이 벨트를 모델링하고 기하학적 변형에 기인한 관성모멘트함수 $I(x)$ 를 구하였다. 3차원 모델을 가장 일반적으로 반영할 수 있는 3D-solid 요소로 벨트를 모델링하고, 정적(static)모듈을 사용하여 변형을 해석하였다. 벨트 중앙부를 기준으로 좌측 부분만을 모델링 하였으며 우측 부분은 좌측 부분과 대칭적으로 거동한다고 가정하였다. 중앙부는 길이방향 구속조건을 적용하여 폭과 두께의 변화만 가능하도록 하였고, 벨트 끝단의 아랫부분 선요소(line element)는 곡률의 변화가 발생하지 않도록 두께 방향 변화를 구속시켰다. 단면비(aspect ratio)가 높아지는데 따른 오차를 줄이기 위해 길이가 세 축 방향으로 모두 0.8 mm 단위로 격자를 생성하였다. 장력은 구동축 및 종동축으로 동등하게 배분된다고 가정하여 실험값의 1/2인 1 N, 2 N, 3 N을 각각 대입하였다.

Fig. 7은 1 N의 장력에 대한 해석 결과를 나타낸 것으로, 세 방향 모두 변형이 발생함을 알 수 있다. 벨트의 길이를 10 개로 분할한 후, 각 영역을 대표할 수 있는 노드(node)를 선택하여 변형을 확인하고 각각의 경우에 대한 관성모멘트를 구하였다. 양 끝단으로부터 3번째의 영역은 변화율이 크므로 해석의 신뢰도를 높이기 위해 다시 6 등분하여 값을 확인하였다. Fig. 8은 다항식 회귀(polynomial regression)를 이용하여 6차 다항식을 구한 것으로, 그 결과는 식 (20)과 같다. Table 2는 같은 방법으로 2 N, 3 N에 대한 관성모멘트함수를 유도하고 그 결과를 식 (18)에 대입하여 단면변화계수 Π 를 구한 것이다.

$$I(x) = 20711x^6 - 18640x^5 + 6451x^4 - 1074.52x^3 + 87.19x^2 - 2.969x + 0.82 \quad (20)$$

Table 1 Specification of the belt

BELT PROPERTY	QUANTITY
E (Young's modulus)	2.2 Mpa
ρ (density)	1100 kg/m ³
b (width)	0.014 m
h (thickness)	0.0008 m
l (length)	0.55 m

Table 2 Coefficient of moment of inertia

TENSION (N)	Π
1 N	1.438×10^{-9}
2 N	2.171×10^{-9}
3 N	2.644×10^{-9}

5. 수치해석 및 결과비교

룬지-쿠타(Runge-Kutta)법을 이용하여 식 (17)을 수치해석하고 그 결과를 실험과 비교하였다. Fig. 9는 크라운벨트와 평벨트의 응답을 비교한 결과로, 크라운벨트가 평벨트에 비해 높은 고유진동수를 가지고 있음을 알 수 있다. 실험과 수치해석 결과와 잘 일치하는 바, 앞서 구성한 운동방정식이 타당함을 알 수 있다. Fig. 10은 크라운벨트의 단면변화계수의 값을 증가시키면서 수치해석한 결과이다. 크라운벨트의 경우 관성모멘트함수에 의해 고유진동수가 증가하고, 단면 변화가 증가할수록 고유진동수가 비례적으로 증가함을 알 수 있다.

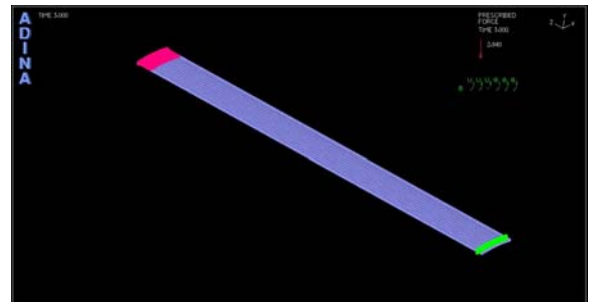
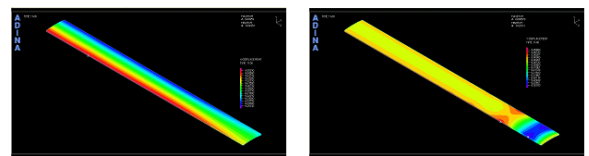
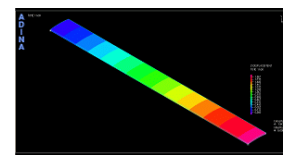


Fig. 6 FEM simulation by ADINA



(a) x-axis

(b) y-axis



(c) z-axis

Fig. 7 Deformation of the belt

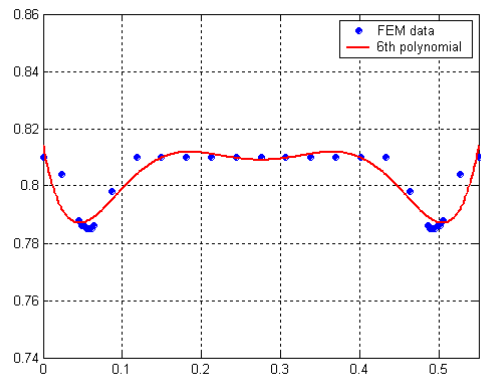


Fig. 8 Variation of the moment of inertia of crown belt

Fig. 11은 풀리의 편심이 각각 0.15 mm , 1.15 mm 일 경우에 대해 수치해석하고, 그 결과를 실험결과와 비교한 것이다. 풀리의 편심이 증가할수록 진폭이 증가하며, 고주파 방향으로 휘어지는 비선형 도약현상이 발생함을 알 수 있다. Fig. 12는 풀리의 편심을 각각 0.15 mm , 0.35 mm , 0.5 mm 로 증가시키면서 비선형성의 발생을 확인한 것이다. 풀리의 편심이 0.15 mm 일 경우에는 비선형성이 나타나지 않으며 0.35 mm 일 경우에 약간의 비선형 현상이 발생함을 알 수 있었다. 또한 풀리의 편심이 0.5 mm 로 증가하면 비선형성이 커짐을 알 수 있다. 이를 통해 풀리의 편심이 커질수록 벨트의 비선형 거동특성이 증가함을 알 수 있다.

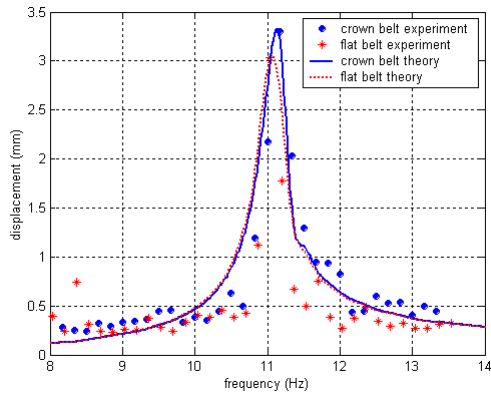


Fig. 9 Comparison of crown and flat belt

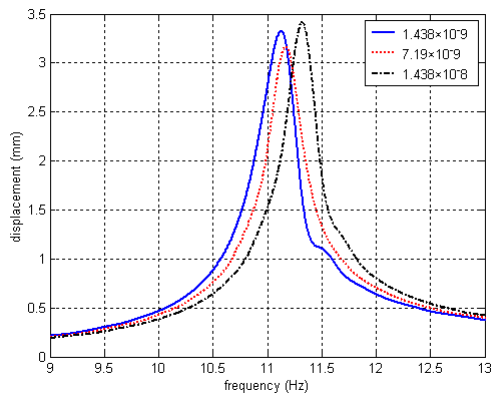
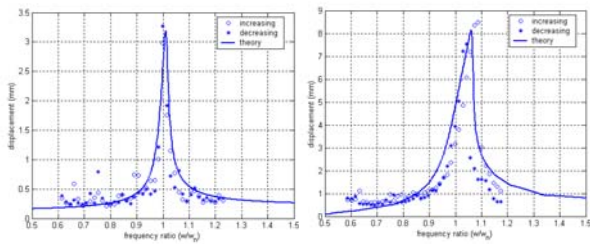


Fig. 10 Numerical results of II variation



(a) 0.15 mm (b) 1.15 mm
Fig. 11 Comparison of different eccentricities

Fig. 13은 장력이 증가할 경우에 대한 실험 결과이고, Fig. 14는 수치해석과 실험결과를 비교한 것이다. 단면변화계수는 Table 2의 값을 대입하였다. 장력이 증가할수록 고유진동수가 높아지지만 도약현상은 발생하지 않으므로, 장력은 비선형에 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

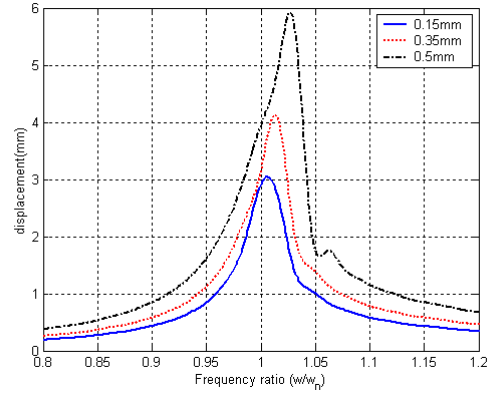


Fig. 12 Comparison of different eccentricities

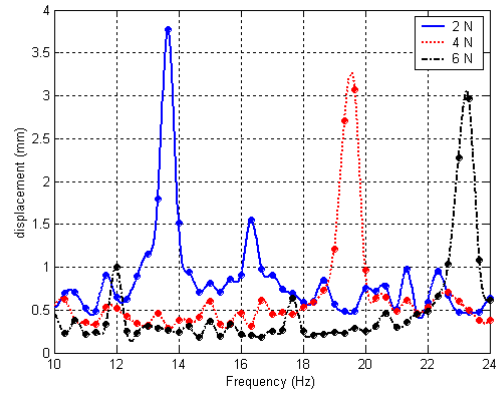
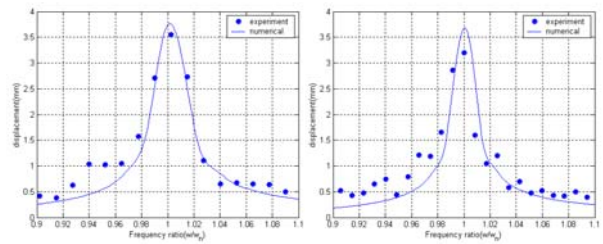
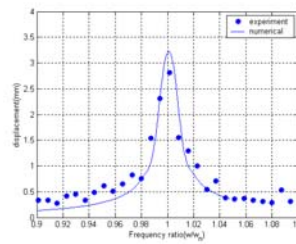


Fig. 13 Experimental results with different tension



(a) 2 N (b) 4 N



(c) 6 N

Fig. 14 Comparison of different tensions

6. 결 론

ATM은 기기의 안정성을 확보하기 위해 폴리에 곱를을 갖는 크라운벨트를 사용하여 지폐를 이송한다. 본 연구에서는 크라운벨트의 동특성을 파악하고, 편심, 장력 등의 설계변수의 영향을 고찰하였다. 실험장치를 제작하여 응답을 측정하고, 관성모멘트의 변화를 고려한 운동방정식을 유도한 후, 수치해석 결과와 실험결과를 비교 검토하여 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

- (1) 크라운벨트의 해석을 위해 단면의 관성모멘트 변화를 고려해야하며, 이를 위해서는 현(stirng)모델보다 보(beam)모델이 적합하다.
- (2) 폴리의 곱를이 작을 경우에는 평벨트와 크라운벨트의 응답이 유사하지만, 곱를이 증가하여 단면의 변화율이 커지면 고유진동수가 달라져 평벨트로 해석하는 것과 차이가 있다.
- (3) 폴리의 편심이 증가할수록 진폭이 증가하며, 벨트의 비선형성이 증가하여 도약현상이 두드러지게 발생한다.
- (4) 벨트의 장력이 증가할수록 고유진동수가 높아지지만, 장력의 증가에 기인한 비선형성은 발생하지 않는다.

후 기

이 연구는 산업자원부 부품소재기술개발사업(0302-DD2-034)으로 지원, 수행되었으며 이에 관계자여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) J. A. Wickert, 1992, "Non-linear vibration of a travelling tensioned beam" *Journal of Non-linear Mechanics*, Vol. 27, No.3 pp. 503~517.
- (2) Francesco Pellicano, Giulia Catellani, Annalisa Fregolent, 2004, "Parametric instability of belts : theory and experiments", *Computers and Structures*, Vol. 82, No. 1 pp. 81~91.
- (3) L. Zhang, J. W. Zu, 1998, "Non-linear vibrations of viscoelastic moving belts, part I: free vibration analysis", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 216, No. 1, pp. 75~91.
- (4) L. Zhang, J. W. Zu, 1998, "Non-linear vibrations of viscoelastic moving belts, part II: forced vibration analysis", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 216, No. 1, pp. 93~105.
- (5) J. Moon, J. A. Wickert, 1997, "Non-linear vibration of power transmission belts", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 200, No. 4, pp. 419~431.
- (6) 우영주, 최연선, 2002, "점탄성 벨트의 비선형 진동해석", *한국소음진동공학회 춘계학술대회 논문집*, pp. 836~841.
- (7) D. Caruntu, 1996, "On bending vibrations of some kinds of beams of variable cross-section using orthogonal polynomials", *REv. Roum. Sci. Rechn-Mec. Appl.* Vol. 41, pp.265-272
- (8) Y. I. Kwon, J. G. Ih, 2000, "Vibrational power flow in the moving belt passing through a tensioner", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 229, No. 2, pp. 329~353.
- (9) ADINA, 2003, ADINA R&D Inc.