

# 맞춤형 머리전달함수에 사용될 수 있는 장구 회전타원체 형상 머리모델과 구형 머리모델 간의 비교

## Comparison between a spherical head model and a prolate spheroidal head model used in HRTF customization

조현† · 박영진\* · 박윤식\*\*

Hyun Jo, Youngjin Park and Yونسik Park

**Key Words :** prolate spheroidal HRTF(장구 회전타원체 형상 머리전달함수), head model(머리 모델), point source(점음원)

### ABSTRACT

To do a HRTF customization, researchers used a spherical head model for modeling the head block of structural modeling of HRTF, which is the one of the technique for HRTF customization, because of its simplicity. In this paper, an analytic spheroidal HRTF caused by an incident point source will be introduced. Using proposed spheroidal HRTF, near-field HRTF customization can be applicable through a structural modeling of HRTF. To see the necessity of spheroidal head model, comparison of two analytic solutions, which are classical spherical HRTF and proposed spheroidal HRTF, will be shown. On the view point of ITD, optimal head model which matches with the measured ITD of KEMAR HRTF can be obtained. ITD results show that there are only slight differences between spherical and spheroidal head model. Magnitude comparison is made by constructing head model using measured head size. Although magnitude comparison is not studied between optimal models, the results of 24 of 36 subjects are shown that spheroidal head model matches notch frequency pattern of measured HRTF better than those of spherical one, where the sound source is at contralateral position.

### 기호설명

$a$	radius of a sphere or half length of major axis of prolate spheroid	$p_t$	total pressure
$A_0$	magnitude of plane wave	$P_n$	Legendre polynomial order n
$b$	half length of minor axis of prolate spheroid	$R$	distance between the acoustic point source and the center of the sphere(or origin)
$c$	speed of sound in air	$\Xi_{mn}$	radial function of the spheroidal coordinate system
$d_{back}$	backward ear offset	$\Xi_{mn}^{(1)}$	1 <sup>st</sup> order radial function
$d_{down}$	downward ear offset	$\Xi_{mn}^{(2)}$	2 <sup>nd</sup> order radial function
$d$	interfocal distance	$S_{mn}$	angular function of the spheroidal coordinate system
$f$	frequency in Hz	$t$	time
$h$	$h = \frac{d}{2} k$	$X_1$	head width
$h_n$	spherical Hankel function order n	$X_3$	head length
$H$	analytic Head Related Transfer Function	$\alpha$	radial distance of modeled spheroid (head size)
$k$	wave number	$\phi$	azimuth angle of spherical coordinate system
$N_{mn}$	normalization constant	$\theta$	elevation angle of spherical coordinate system
$p_{ff}$	free-field pressure at the center of the structure	$\rho$	density of air
$p_i$	incident acoustic pressure	$\mu$	normalized frequency
$p_s$	scattered pressure	$\tau$	normalized distance
		$\xi$	radial direction of the prolate spheroidal coordinate system
		$\eta$	angular direction of the prolate spheroidal coordinate system
		$\varepsilon_m$	Neumann number
		$\phi$	angle between incident wave vector and ear position vector

† 교신저자; KAIST, 기계항공 시스템 공학부, NoViC.

E-mail : e.w.smagel@kaist.ac.kr

Tel : (042) 869-3075, Fax : (042) 869-8220

\* KAIST, 기계항공 시스템 공학부, NoViC.

\*\* KAIST, 기계항공 시스템 공학부, NoViC.

## 1. 서론

다양한 맞춤형 머리전달함수 구현 기법 중에서 머리에 대한 영향을 수학적으로 모델링해 넣어 주고자 하는 경우, 머리에 대한 필터구현은 사람의 머리형상을 단순한 구로 모델링 할 수 있다는 가정 하에 Lord rayleigh의 구형 머리전달함수를 이용하고 있다. (1) 머리전달함수의 중요한 정보 중 하나인 양이간 시간차(ITD, Interaural Time Difference)의 경우, 음원이 고도각 보다는 수평각에서 움직일 때 그 변화가 심해진다. 따라서 실제 사람의 양이간 시간차를 묘사할 수 있는 구 형상을 찾음으로써 머리에 대한 필터구현이 가능하다. 하지만 이렇게 머리형상을 모델링할 경우, 고도각 변화에 따른 머리전달함수 스펙트럼(monaural spectral cues)이 실제 대상에 대한 스펙트럼을 충분히 표현하지 못할 수 있다. 일반적으로 사람의 머리형상 중 머리의 높이가 머리의 양이간 거리, 혹은 머리의 앞뒤간 거리 보다 길다는 점에 착안하여, 머리를 회전타원체 형상 모델을 이용해서 구현하는 해석적인 연구들이 제안된바 있다. (2), (3) 하지만 이러한 연구들은 평면파에 대한 해석해를 제시함으로써 근거리 영역에서의 머리전달함수 구현에는 한계가 있다. 또한 머리 높이의 고려가 실제 머리전달함수의 스펙트럼을 구 모델보다 정확히 맞춰 줄 수 있는지에 대한 연구가 충분히 이루어지지 않았다.

본 논문에서는 점음원에 대한 회전타원체 형상 머리전달함수를 제시함으로써 회전타원체 머리형상에 대한 맞춤형 머리전달함수를 근거리 음원에 대해서도 구현할 수 있도록 할 것이다. 또한 본 연구에서는 실제 머리전달함수와 기존의 두 모델(구 및 회전타원체)을 비교하여 맞춤형 머리전달함수 구현 시, 두 모델 중 더 적합한 모델이 어떤 것인지 알아볼 것이다.

## 2. 수학적 머리전달함수

### 2.1 구형 머리전달함수

점음원을 음원으로 가지는 구형 머리전달함수는 다음과 같이 계산됨이 알려져 있다. (1)

$$H = \frac{P_t}{P_{ff}} = -\frac{\rho}{\mu} e^{-i\mu r} \Psi = -\frac{\rho}{\mu} e^{-i\mu r} \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) P_m(\cos \varphi) \frac{h_m(\mu \tau)}{h'_m(\mu)}$$

(단, 여기서  $\mu = f \frac{2\pi a}{c}$ ,  $\tau = \frac{R}{a}$ )

식 1.

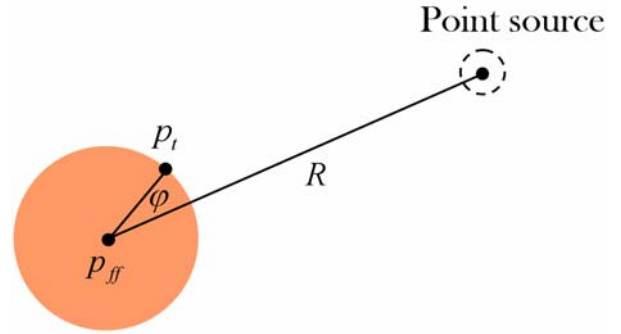


그림 1. 점음원에 대한 구형 머리전달함수의 개략도. 원점에 구가 존재하고, 원점에서부터 거리 R만큼 떨어진 임의의 지점에 점음원이 존재한다. 구 표면에 귀가 있을 때, 3차원 공간 상에서 점음원의 위치벡터와 귀의 위치벡터 간의 각도는  $\varphi$ 이다.

식 1.은 르장드르 다항식의 귀납식과 구형 헬름홀츠 함수 및 그 도함수에 대한 귀납식을 통해 쉽게 계산 가능하다. 식 1.의 구형 머리전달함수는 점음원이 입사방향(frontal region)에 위치할 경우, 고주파 영역에서 전반사(total reflection)가 관측되고, 점음원이 그림자 영역(shadow region)에 위치할 경우, 산란 및 회절의 영향으로 머리전달함수의 크기가 주파수 증가에 따라 물결(ripple)과 같이 변화한다. (1)

### 2.2 회전타원체 형상 머리전달함수

장구 회전타원 좌표계에서 점음원은 다음과 같음이 알려져 있다. (4), (5)

$$P_i = A_0 \frac{e^{i(kR-2\pi ft)}}{R} = 2ikA_0 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \frac{\epsilon_m}{N_{mn}(h)} S_{mn}(h, \cos \theta_0) S_{mn}(h, \eta) \Xi_{mn}^{(1)}(h, \xi) \cdot [\Xi_{mn}^{(1)}(h, \xi_0) + i\Xi_{mn}^{(2)}(h, \xi_0)] \cos(m\phi) e^{-2\pi i f t}$$

식 2.

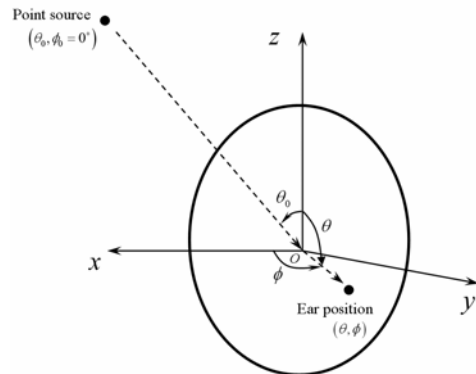


그림 2. 회전타원체 형상 머리전달함수를 구하기 위한 좌표계 설명. 원점에 회전타원체가 있고, 원점에서부터 거리 R만큼 떨어진 임의의 지점에 점음원이 존재한다.  $(\theta, \phi)$ 를 조절하면 귀의 위치를 바꿀 수 있다.

장구 회전타원체 표면에서 음파의속도가 0 이 되는 강체 경계 조건 (rigid body boundary condition) 을 식 2. 에 적용하면 점음원을 음원으로 가지는 회전타원체 형상 머리전달함수를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$H = \frac{p_s + p_i}{p_{ff}} \frac{e^{ikR}}{R}$$

$$\left\{ \begin{aligned} &2ik \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \frac{\varepsilon_m}{N_{mn}(h)} S_{mn}(h, \cos \theta_0) S_{mn}(h, \eta) \Xi_{mn}^{(1)}(h, \alpha) \cdot \\ &\left[ \Xi_{mn}^{(1)}(h, \xi_0) + i \Xi_{mn}^{(2)}(h, \xi_0) \right] \cos(m\phi) \\ &- \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} C_{mn} S_{mn}(h, \eta) \left[ \Xi_{mn}^{(1)}(h, \alpha) + i \Xi_{mn}^{(2)}(h, \alpha) \right] \cos(m\phi) \end{aligned} \right\}$$

(단, 여기서  $C_{mn} = -i2kA_0 \frac{\varepsilon_m}{N_{mn}(h)} S_{mn}(h, \cos \theta_0) \frac{\Xi_{mn}^{(1)'}(h, \alpha) \left[ \Xi_{mn}^{(1)}(h, \xi_0) + i \Xi_{mn}^{(2)}(h, \xi_0) \right]}{\Xi_{mn}^{(1)'}(h, \alpha) + i \Xi_{mn}^{(2)'}(h, \alpha)}$ )

식 3.

식 3. 은 각거리 함수( $\Xi_{mn}$ )와 각방향 함수( $S_{mn}$ )를 구함으로써 시뮬레이션을 수행할 수 있다. 2004 년 도에 Mathwork 에 공개된 프로그램을 이용하여 회전타원체 형상 머리전달함수를 계산할 수 있다. (6)

### 3. 두 가지 수학적 머리전달함수의 비교

본 장에서는 두 가지 수학적 머리전달함수를 시뮬레이션으로 비교해 보았다. 회전타원체의 경우, 초점 간 거리를 0.23 m, 머리의 크기를 결정하는 상수인 각거리 방향 값( $\alpha$ )은 1.217 로 설정하였다. (이 경우에 머리의 형상은 장축의 길이가 0.28 m, 단축의 길이가 0.16 m 인 회전타원체가 된다.) 음파의 속도는 331 m/s 이며, 귀의 처짐 없이 회전타원체의 단축에 귀를 위치시켰다. 구의 경우, 반경이 0.14 m, 0.08 m 인 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다.

시뮬레이션을 수행한 결과, 음원이 동측위치에 존재할수록 고도각의 변화에 대한 회전타원체 형상 머리전달함수의 변화는 크지 않으며 음원이 대측위치에 존재할수록 고도각의 변화에 대한 회전타원체 형상 머리전달함수의 변화가 커진다. 또한 대측위치에 존재하는 음원에 대해서 회전타원체 형상 머리전달함수는 물결(ripple)이 고도각에 따라 변화하여 노치 주파수가 변화할 뿐만 아니라 노치의 깊이가 변화한다.

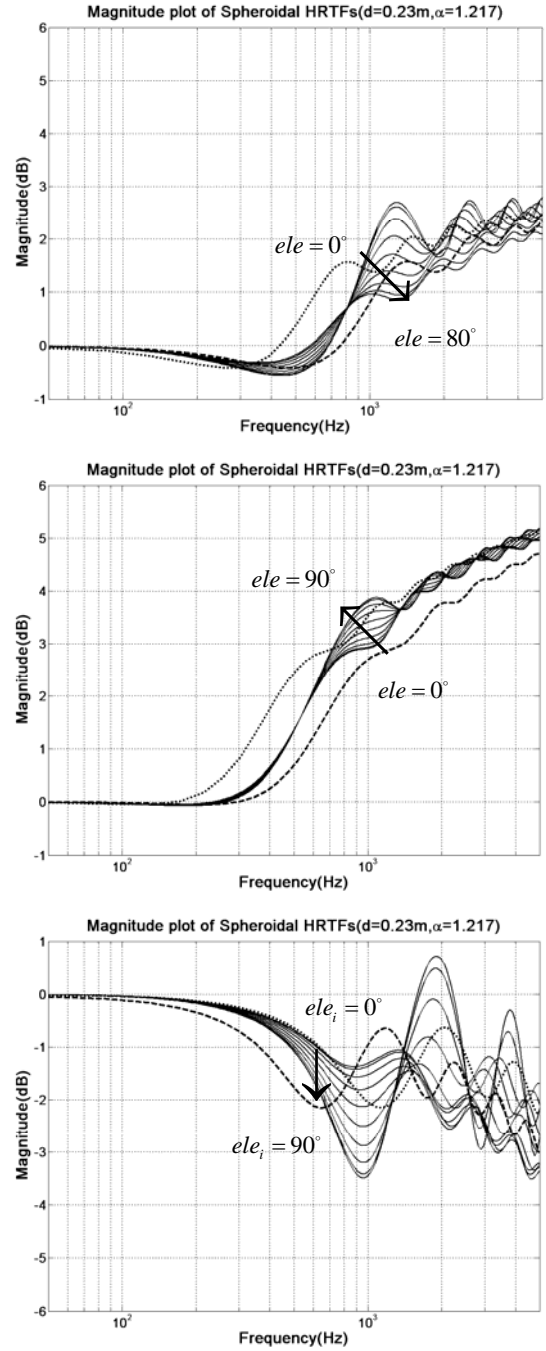


그림 3. 실선: 중앙면에 음원이 위치할 때(위), 동측위치의 수직면 ( $azi = 30^\circ$ ) 에 음원이 위치할 때(중간), 대측위치의 수직면 ( $azi = 30^\circ$ ) 에 음원이 위치할 때(아래) 음원의 고도각 변화에 따른 회전타원체 형상 머리전달함수(magnitude plot,  $d = 0.23m$ ,  $\alpha = 1.217$ ,  $R = 50m$ ), 굵은 점선: 반경이 0.08m 인 구형 머리전달함수, 가는 점선: 반경이 0.14m 인 구형 머리전달함수.

## 4. 인간의 머리형상 모델링 고찰

### 4.1 양이간 시간차

실제 측정된 KEMAR 머리전달함수(7)의 양이간 시간차와 가장 근접하게 되는 구 및 회전타원체 형상 머리 모델을 찾아보았다. KEMAR 머리전달함수에서 양이간 시간차는 5000Hz 미만의 머리전달함수에 대해 위상 정보(group delay)를 추출한 후 계산하였다. 또한 구 및 회전타원체 형상 머리모델에 대한 양이간 시간차는 D. Röser의 ray tracing formular를 이용하여 근사적으로 구하였다. (8), (9) KEMAR 더미를 구나 회전타원체로 모델링 할 경우, 형상(구의 반지름 혹은 회전타원체의 장축/단축 길이, 머리의 기울어진 각도)과 귀의 오프셋( $d_{down}$ ,  $d_{back}$ )을 바꿔가며 실제 양이간 시간차와 가장 일치하는 머리 형상을 찾았다.

구의 경우, 양이간 시간차가 일치하는 머리 형상은 다음의 치수를 가지고 있었다.

$$a = 0.087m, d_{down} = 0.021m, d_{back} = 0m. \quad \text{식 4.}$$

반면, 회전타원체의 경우는 다음과 같은 최적해를 찾을 수 있었다.

$$a = 0.099m, b = 0.085m, d_{down} = 0.015m, d_{back} = 0.007m, \theta_{tilt} = 11^\circ. \quad \text{식 5.}$$

구해진 최적해와 KEMAR 머리전달함수 간의 양이간 시간차 오차(ITD error)<sup>1</sup>는 구의 경우 7.56%, 회전타원체의 경우 7.37%였다. 따라서 양이간 시간차를 표현하기 위해서는 사람의 머리를 굳이 회전타원체로 모델링하지 않아도 된다. 또한 민감도 해석 결과, 양이간 시간차에 가장 큰 영향을 주는 요소는 구의 경우 구의 반경이었으며, 회전타원체의 경우 회전타원체의 단축 길이였다.

### 4.2 주파수 영역에서의 고찰

주파수 영역에서 두 모델을 비교하기 위해 45명의 CIPIC 머리전달함수 데이터 베이스 중에서 사람의 신체치수 정보가 있는 36개의 데이터를 이용, 머리를 구 및 회전타원체로 모델링 하였다. 주파수 영역에서의 고찰은 실제 머리전달함수의 주파수 특성을 가장 잘 묘사하는 최적의 두 머리모델 간 고찰이 이루어지지 않고, 실제 측정된 머리치수로부터 머리모델을 바로 구현한 후 비교하

$$1 \frac{\sum_{azi=-80}^{80} \sum_{ele=-45}^{230.625} |ITD(azi, ele)_{MODEL} - ITD(azi, ele)_{KEMAR}|}{\sum_{azi=-80}^{80} \sum_{ele=-45}^{230.625} |ITD(azi, ele)_{KEMAR}|}$$

였다. 크기 비교에 사용할 수 있는 최적해 구현 및 그 비교는 향후 과제로 남겨둔다.

구형 머리 모델링의 경우, 다음 식을 이용하여 구의 반지름을 얻어 낼 수 있었으며 (10) 귀의 오프셋은 측정된 신체치수를 그대로 이용하였다.

$$a_e = w_1 X_1 + w_3 X_3 + b \\ w_1 = 0.51, w_3 = 0.18, b = 3.2cm \quad \text{식 6.}$$

한편 회전타원체 형상 머리모델링의 경우, 식 6.에서 단축 길이를 얻어낸 후, 장축의 길이는 측정된 머리의 높이로 설정하여 맞춤형 머리전달함수를 구하였다.

음원이 측 수직면( $azi = -65^\circ$ )에 있는 경우에 대해서 데이터 비교를 수행하였다. 특별히 ( $azi = -65^\circ$ )를 선택한 이유는 음원이 대측위치에 있을수록 측정된 데이터에서 노치 주파수가 뚜렷이 나타나기 때문이다.

데이터의 정량적 비교를 위하여 1000Hz ~ 4000Hz 사이의 머리전달함수에서 노치 주파수를 추정하였다. 머리전달함수의 최소값을 주파수 별로 찾고 그들을 지수함수로 curve fitting 하였다.

개개인 별로 맞춤형 머리전달함수를 구해본 결과, 36명 중 24명의 결과는 머리를 회전타원체로 모델링할 때(머리의 높이를 고려했을 때), 주파수 특성을 더 유사하게 표현함을 확인하였다. 나머지 12명의 결과는 구형 머리모델이 회전타원체 모델보다 측정 데이터에 더 가까웠다.

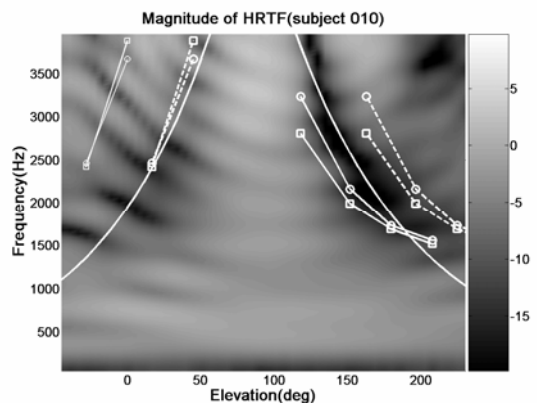


그림 4. 머리의 머리의 기울어진 각도를 고려하면 실제 측정된 머리전달함수와 회전타원체 형상에 대한 맞춤형 머리전달함수가 가장 잘 맞는 경우. (subject 003, 010, 018, 020, 021, 027, 028, 033, 050, 051, 058, 059, 060, 134, 135, 147, 152, 155, 156, 162, 163, 165) 실선 : 머리전달함수의 노치 패턴 곡선, —○— : 구에 대한 노치 패턴, --○-- : 머리의 기울어짐을 고려한 구의 노치 패턴, —□— : 머리의 기울어짐을 고려한 회전타원체의 노치 패턴.

## 후 기

이 논문은 2007 년도 정부(과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 국가지정연구실사업(M1050000 0112-05J0000-1121), 두뇌 한국 21 프로젝트와 정보통신부 및 정보통신연구진흥원의 IT 신성장동력핵심기술개발사업[2007-S001-01, 지능형 로봇 시·청각 신호처리 SoC]의 일환으로 수행하였음.

## 참고문헌

- (1) R. O. Duda and W. L. Martens, 1998, "Range dependence of the response of a spherical head model", Journal of Acoustical Society of America. Vol.104, No.5, pp.3048~3058.
- (2) R. W. Novy, 1998, "Characterizing elevation effects of a prolate spheroidal HRTF model", Master's Thesis, San Jose State University.
- (3) K. Sugiyama, 1989, "Diffraction Coefficients of Prolate Spheroids", J. Acoust. Soc. Jpn. Vol.45, No.7, pp.527-533.
- (4) P. M. Morse and H. Feshbach, 1953, Methods of Theoretical Physics, McGraw-Hill.
- (5) L-W Li, X-K Kang and M-S Leong, 2002, Spheroidal Wave Functions in Electromagnetic Theory, John Wiley & Sons, Inc..
- (6) [http://ceta.mit.edu/comp\\_spec\\_func/](http://ceta.mit.edu/comp_spec_func/)
- (7) CIPIC HRTF database files, released 1.1, August 21, 2001, CIPIC Interface Laboratory, U. C. Davis. (<http://interface.cipic.ucdavis.edu/>)
- (8) D. Röser, 1965, "Schallrichtungsbestimmung bei krankhaft verändertem Gehör", Dissertation, Technische Hochschule, Aachen.
- (9) D. Röser, 1966, "Der Einfluss der Entfernung auf das Richtungshören", Arch. klin. u. exp. Ohren-Nasen-Kehlkopfheilk. Vol.186, pp.356-364.
- (10) V. R. Algazi, C. Avendano and R. O. Duda, 2001, "Estimation of a spherical-head model from anthropometry", J. Aud. Eng. Soc.. Vol.49, No.6, pp.472-478.

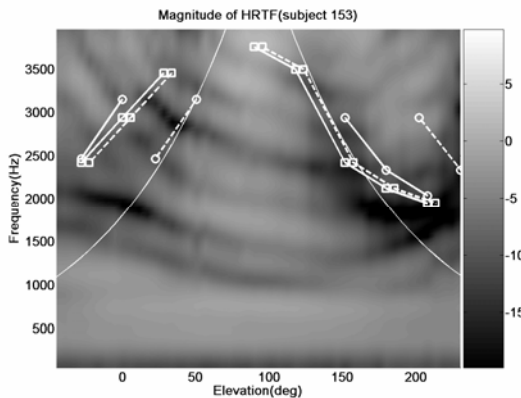


그림 5. 머리의 기울어진 각도를 고려하더라도 실제 측정된 머리전달함수와 구 형상에 대한 맞춤형 머리전달함수가 가장 잘 맞는 경우. (subject 044, 048, 065, 119, 124, 126, 127, 131, 133, 148, 153, 154) 실선 : 머리전달함수의 노치 패턴 곡선,  $-\circ-$  : 구에 대한 노치 패턴,  $-\square-$  : 회전타원체에 대한 노치 패턴,  $-\circ--$  : 머리의 기울어짐을 고려한 구의 노치 패턴,  $-\square--$  : 머리의 기울어짐을 고려한 회전타원체의 노치 패턴.

## 5. 결 론

본 논문에서는 점음원에 대한 회전타원체 형상 머리전달함수를 소개하였으며, 회전타원체 형상 머리전달함수의 특성을 측 수직면 상에서 살펴보았다. 또한 본 논문에서는 측정된 머리전달함수 데이터와 두 가지 머리형상 모델(구와 회전타원체)을 전달함수의 관점에서 비교하였다.

양 이간 시간차의 경우, 회전타원체 머리모델과 구형 머리모델 간의 양 이간 시간차 오차가 크지 않았기 때문에 계산량까지 고려한다면 간단한 구형 머리모델을 사용하는 것이 좋다.

두 번째로 전달함수의 크기 정보를 비교하기 위하여 4000Hz 미만의 저주파 영역에서 머리전달함수와 두 가지 머리형상 모델을 비교하였다. CIPIC 머리전달함수 데이터 베이스에 대해 노치 패턴을 비교해본 결과, 36 명 중 24 명에 대해서는 구보다 일반적인 회전타원체 머리모델을 사용하면 고도각 별 노치 패턴을 구형 머리모델 보다 잘 묘사하는 것으로 나타났다. 4 장에서는 회전타원체 머리모델의 주파수 특성이 실제 머리전달함수의 주파수 특성과 얼마나 일치할 수 있는지 그 가능성을 확인하였으며 크기 비교에 사용할 수 있는 최적해 구형 및 그 비교는 향후 과제로 남겨둔다.