

# BLDC 모터의 고무 자석 형상 변형으로 인한 자계 변형 및 불평형 자기력 해석

## Distortion of Magnetic Field and Magnetic Force of a Brushless DC Motor due to Deformed Rubber Magnet

이창진\*·장건희†

Changjin Lee, Gunhee Jang

**Key Words** : rubber magnet(고무 자석), BLDC motor(BLDC 모터), unbalanced magnetic force(불평형 자기력), deformed magnet (변형된 자석)

### ABSTRACT

This paper investigates the distortion of magnetic field of a brushless DC (BLDC) motor due to deformed rubber magnet. Global or local deformation of rubber magnet in the BLDC motor is mathematically modeled by using the Fourier series. Distorted magnetic field is calculated by using the finite element method, and unbalanced magnetic force are calculated by using the Maxwell stress tensor. The first harmonic deformation in the global deformation of rubber magnet generates the first harmonic driving frequency of the unbalanced magnetic force, and the rest harmonic deformations of rubber magnet except the harmonic deformation with multiple of common divisor of pole and slot introduces the driving frequencies with multiple of slot number  $\pm 1$  to the unbalanced magnetic force. However, the harmonic deformation with multiple of common divisor of pole and slot does not generate unbalanced magnetic force due to the rotational symmetry. When the rubber magnet is locally deformed, the unbalanced magnetic force has the first harmonic driving frequency and the driving frequencies with multiples of slot number  $\pm 1$ .

### 1. 서론

브러시리스 DC (BLDC) 모터는 효율이 높고 넓은 속도 범위에서 제어가 용이하여 산업 전반에 많이 사용되고 있다. 이 중 고속, 저가형 BLDC 모터에는 가격이 싸고 변형이 용이한 고무 자석이 많이 사용되고 있다. 그 예로 고속 레이저 프린터에서 레이저를 편광시켜 드럼 위로 보내는 역할을 하는 폴리곤 미러 스캐너 모터에서 고무 자석이 사용되고 있다.

그림 1은 폴리곤 미러 스캐너 모터의 제작 공정 중 고무 자석의 조립 공정을 나타낸다. 먼저 고무자석 시트에서 막대 형태로 절단을 한 후, 원통 형태의 착자 요크의 내경에 절단된 고무 자석을 구부러 넣게 된다. 이 상태에서 착자를 한 후, 착자된 고무 자석을 로터 케이스에 고정하는데, 이 때 로터 케이스의 내경에 접착제로 고무 자석의 바깥쪽 면을 고정하게 된다. 이러한 조립 과정에서 고무 자석의 바깥쪽 면은 인장이 되고, 안쪽 면은 압축이 되고 고무 자석의 형상 변형이 생기

게 된다. 이렇게 변형된 고무 자석은 스테이터와 자석 사이의 일정 공극을 유지하지 못하게 하고, 자석의 두께가 일정하지 않게 되어 자석의 기자력에도 변화를 가져오게 된다. 또한 이러한 현상은 고무 자석의 양 끝의 절단면의 상태가 불균일할 경우나 고무 자석이 길게 절단되었을 경우, 고무 자석 링에서 양 끝 절단면이 맞닿는 부분을 중심으로 고무 자석의 부분 변형을 일으킬 수 있다. 이러한 고무 자석의 형상 변형으로 인해 BLDC 모터의 자계가 변형되고, 원치 않는 불평형 자기력을 발생하게 된다.

많은 연구자들이 주로 모터의 비대칭 구조, 착자 불균형, 로터와 스테이터의 편심 등에 의한 불

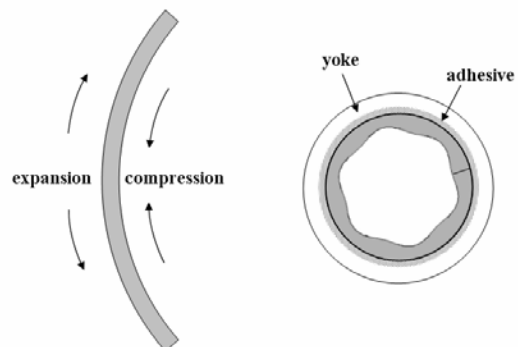


Fig. 1 Assembling process of rubber magnet

† 한양대학교 기계공학부

E-mail : ghjang@hanyang.ac.kr

Tel : (02) 2220-0431, Fax : (02) 2292-3406

\* 한양대학교 대학원 기계공학과

평형 자기력에 대해서 연구를 수행하였다.[1, 2, 3] 그러나 자석의 형상 변형으로 인한 불평형 자기력에 대해 연구는 많이 수행되지 않았다. Zhang 등은 축방향 PMSM 모터에서 자석의 형상 변형에 대해서 유한 요소 해석을 수행하였다. 그러나 자계의 변형에 대해서만 연구를 하였으며, 자석의 형상 변형과 불평형 자기력과의 상관 관계에 대해서는 언급하지 않았다.

본 논문에서는 고무 자석의 형상 변형으로 인한 자계의 변형과 불평형 자기력에 대해서 연구를 수행하였다. 고무 자석의 전체 변형과 부분 변형에 대해서 Fourier 급수를 이용하여 모델링하였다. 그리고 변형된 고무 자석으로 인해 왜곡된 자계는 유한 요소 해석을 이용하여 해석하였으며, 불평형 자기력의 해석은 Maxwell stress tensor 를 이용하여 계산하였다. 그리고 불평형 자기력의 주파수 분석을 통해서 고무 자석의 형상 변형과 불평형 자기력과의 상관관계 대해서 분석하였다.

## 2. 해석 방법

### 2.1 고무 자석의 형상 변화 모델링

일반적으로 금속으로 가공된 스테이터와 로터 케이스의 가공 정밀도가 고무 자석에 비해서 우수하기 때문에 본 논문에서는 고무 자석의 형상 변형에 비해 스테이터와 로터 케이스의 변형은 매우 작다고 가정하고, 고무 자석 내경의 형상 변형만을 고려하였다. BLDC 모터에서 고무 자석의 형상 변형은 Fourier 급수를 이용하여 표현할 수 있다. 그림 2 에 나타난 자석의 형상 변형을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$r_m = r + \Delta r(\lambda) = r + \sum_{n=1,2,3,\dots} \{A_n \sin(n\lambda) \times \text{sign}(\alpha - \lambda)\} \quad (1)$$

$$\text{sign}(\alpha - \lambda) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \lambda \leq \alpha \\ 0 & \alpha < \lambda \leq 360^\circ \end{cases}$$

여기서  $r_m$ ,  $r$ ,  $\Delta r$  은 각각 변형된 자석의 반경, 변형 전 자석의 반경, 자석의 변형을 나타낸다. 그리고  $n$ ,  $\alpha$ ,  $A_n$  은 각각 변형 주파수, 변형각, 변형의 크기를 나타낸다.  $\alpha$  가  $360^\circ$  일 때는 고무 자석의 전반에 걸쳐서 변형이 일어났음을 의미하고, 그 외의 경우에는 부분 변형을 의미한다.

BLDC 모터의 2 차원 유한 요소 해석을 위한 전

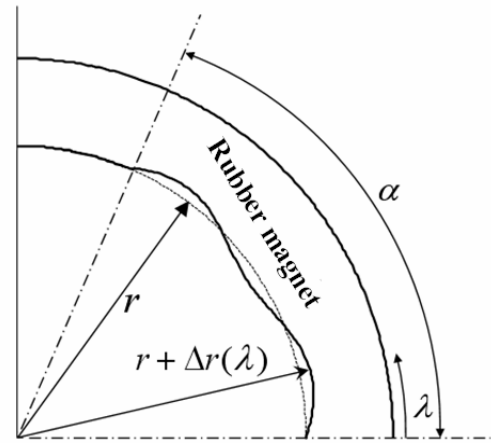


Fig. 2 Mathematical modeling of rubber magnet

자장의 지배방정식은 Maxwell 방정식으로부터 자기 벡터 포텐셜을 계 변수로 하여 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = J - \nu \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \quad (2)$$

여기서,  $\nu$ ,  $J$ ,  $A_z$ ,  $M$  은 각각 투자율의 역수인 저항률, 모터에 유입되는 전류 밀도, 자기 벡터 포텐셜, 영구 자석의 자화를 나타낸다.

영구 자석의 형상 변형에 의한 영향만을 고려하기 위해서 인가 전류에 의한 기자력 성분들을 고려하지 않으면, 전체 계 행렬 방정식은 Galerkin 유한 요소 전개에 의해 지배 방정식의 이산화하여 다음과 표현할 수 있다.

$$[\mathbf{SA}]\{\mathbf{A}\} = \{\mathbf{F}_m\} \quad (3)$$

$[\mathbf{SA}]$  : 절점의 기하학적 위치와 요소와 자기 저항률로 표현되는 비선형 강성 행렬

$\{\mathbf{A}\}$  : 자기 벡터 포텐셜

$\{\mathbf{F}_m\}$  : 등가 자화 전류와 관련된 구동 벡터

식(3)을 계산하여 각 노드에서 자기 벡터포텐셜 값을 구하고, 이를 이용하여 공극에서의 자속 밀도를 구할 수 있다. 그리고 공극에서 발생하는 자기력은 Maxwell stress tensor 를 이용하여 식(4)를 표현할 수 있다.

$$f_r = \frac{1}{2\mu_0} (B_r^2 - B_\theta^2) \quad (4)$$

여기서  $f_r$  은 공극에서 단위 면적당 발생한

반경 방향 자기력,  $\mu_0$  는 공극에서의 투자율,  $B_r$  은 반경 방향 자속 밀도,  $B_\theta$  는 접선 방향 자속 밀도를 의미한다.

전체 BLDC 모터의  $x, y$  방향 불평형 자기력은 다음 식 (4), (5)에서와 같이 반경 방향 자기력의  $x, y$  성분을 공극을 따라서 적분하여 얻을 수 있다.

$$F_x = \oint f_r \cos \lambda d\Omega \quad (4)$$

$$F_y = \oint f_r \sin \lambda d\Omega \quad (5)$$

여기서  $F_x$  는  $x$  방향 불평형 자기력,  $F_y$  는  $y$  방향 불평형 자기력을 의미한다.

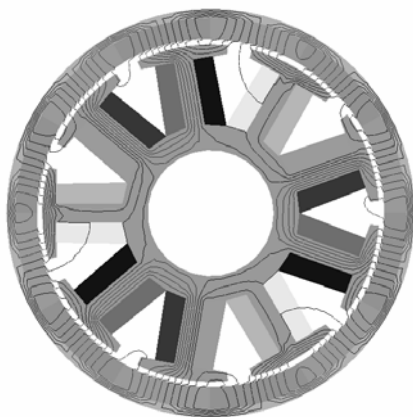
### 3. 해석 결과

#### 3.1 Global deformation

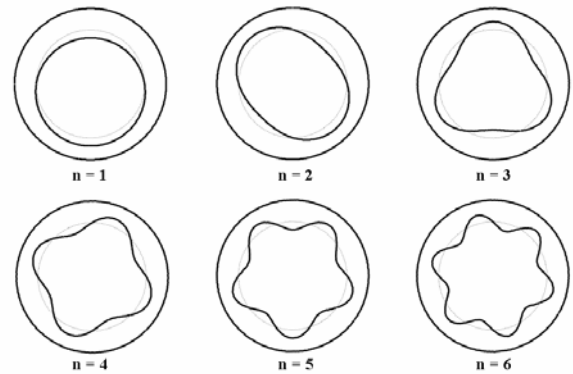
본 논문에서는 영구 자석의 형상 변형에 따른

**Table 1** Specification of Analysis Model

Quantity	Value
Pole/slot	12 pole / 9slot
Resistance /phase	1.25 $\Omega$
Residual flux density of PM	0.26 T
Average radius of PM	10.45 mm
Average thickness of PM	1.3 mm
Average air gap length	0.35 mm
Outer diameter of rotor	20.2 mm
Outer diameter of stator	24.5 mm



**Fig. 3** 12 pole and 9 slot motor with the second and third harmonic deformations of rubber magnet

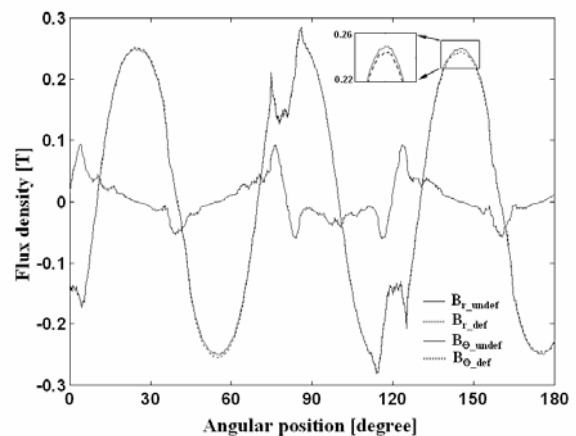


**Fig. 4** Global deformation of rubber magnet with harmonic deformation

불평형 자기력 해석을 위한 2 차원 모델에 구동 속도 범위가 20,000~30,000 rpm 인 폴리곤 미러 스캐너 모터를 사용하였다. 해석에 사용된 모터의 사양은 Table 1 과 같다. 2 차원 유한 요소 모델에는 삼각형 요소가 사용되었고, 총 4,452 개의 노드와 8,859 개의 요소를 가지고 있다. Fig. 3 은 정자계 해석 결과 구해진 모터의 자속 밀도 분포를 나타낸다.

본 논문에서는 고무 자석의 형상 변형 주파수와 불평형 자기력과의 상관 관계를 연구하기 위해서 단일 주파수 변형이 생긴 경우에 대해서 변형 주파수  $n=1,2,3,4,5,6, \dots$  인 각각의 경우에 대해서 해석을 수행하였다. Fig. 4 는 고무 자석의 전체 변형이 발생한 경우, 각 변형 주파수 별 변형된 자석의 형상을 나타낸다.

Fig. 5 는 변형 주파수가  $2x$  인 형상 변형이 발생한 경우와 형상 변형이 발생하지 않은 경우에 반경 방향과 접선 방향의 자속 밀도를 비교한 것이다. 접선 방향 자속 밀도의 변화에 비해 반경 방



**Fig. 5** Radial and tangential flux density for undeformed and deformed rubber magnet

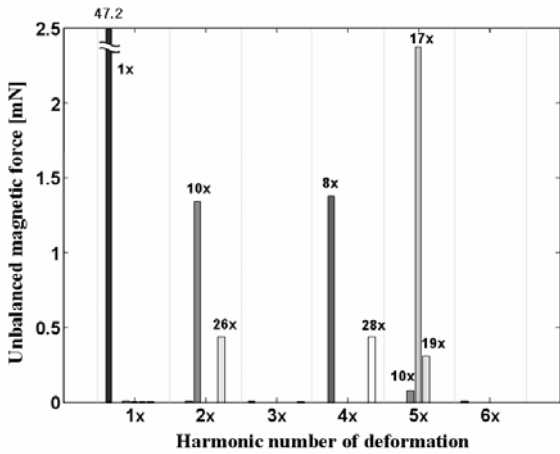
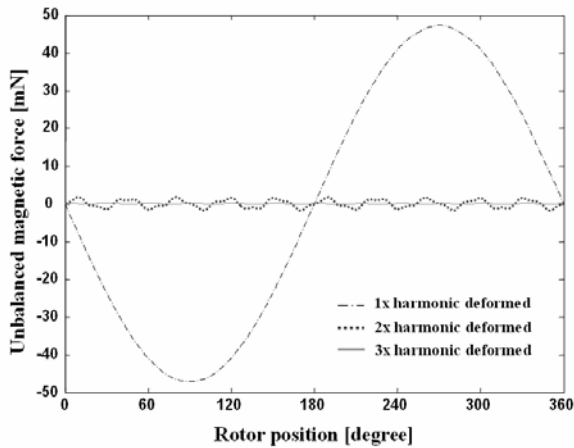


Fig. 6 Unbalanced magnetic forces and their frequency spectra due to harmonic deformation of rubber magnet

향 자속 밀도의 변화가 크게 나타난다. 이는 고무 자석이 반경 방향으로 착자되었기 때문에, 자석의 두께 변화에 대해서 반경 방향 자속 밀도가 접선 방향의 자속 밀도보다 영향을 더 크게 받기 때문이다.

Fig. 6은 고무 자석에 전체 변형이 생겼을 경우, 각 변형 주파수 별  $x$  방향 불평형 자기력과 그 주

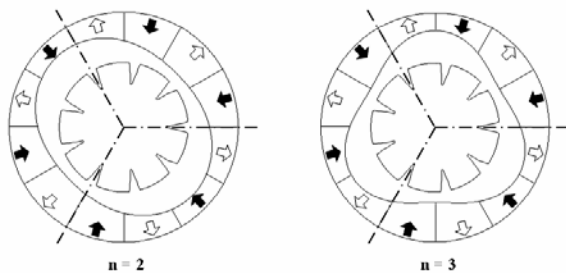


Fig. 7 12 pole and 9 slot motor with the second and third harmonic deformations of rubber magnet

파수 분석 결과를 나타낸다. 변형 주파수가 1x 일 경우, 불평형 자기력의 크기가 가장 크게 나타나는데, 이는 Fig. 4에서 보는 바와 같이 한 쪽의 자석 두께가 반대 쪽보다 두껍기 때문에, 영구 자석의 기자력의 크기가 한 쪽 방향으로 완전히 치우지기 때문이다. 그리고 자석의 극 수와 스테이터의 슬롯 수의 공약수 배수인 변형 주파수를 가진 경우를 제외하고 나머지 변형 주파수에서는 슬롯 배수의  $\pm 1$ 의 주요 주파수를 가지는 불평형 자기력이 발생한다. 즉  $9x1 \pm 1$ ,  $9x2 \pm 1$ , ...의 주요 주파수 성분을 가진다. 그러나 3x, 6x의 변형 주파수에서는 자석의 형상 변형에 의한 불평형 자기력이 발생하지 않는 것을 볼 수 있다.

Fig. 7은 12극 9슬롯 BLDC의 2x, 3x의 변형 주파수를 가진 경우에 자석의 변형 형상, 자석의 극, 스테이터의 형상을 나타낸 것이다. 변형 주파수가 2x인 경우는 자석의 변형 형상, 자석의 극, 스테이터의 슬롯이 회전 대칭을 이루지 못하는 반면, 변형 주파수가 3x인 경우 자석과 스테이터를 3등분 했을 경우에는 모터가 완전한 회전 대칭 구조를 가진다. 회전 대칭 구조인 경우, 공극에서 발생한 자기력이 서로 상쇄되어, 불평형 자기력이 발생하지 않는다. 따라서 형상 변형의 주파수가 자석의 극 수와 스테이터의 슬롯 수의 공약수의 배수가 되었을 경우, 자석의 변형 형상, 자석이 극, 스테이터의 슬롯이 회전 대칭을 이루어 불평형 자기력이 발생하지 않는다고 할 수 있다. 예를 들어, 12극 9슬롯 BLDC 모터의 경우, 변형 주파수가 3x, 6x, 9x, ...의 경우 불평형 자기력이 발생하지 않는다.

### 3.2 Local deformation

서론에서 기술한 바와 같이, 고무 자석의 절단면의 형상이 불균일하거나, 고무 자석의 길이가 원주보다 길게 절단이 되었을 경우, 양 끝 절단면의 접합부 근처에서 고무 자석의 부분 변형이 일어날 수 있다.

Fig. 8은 변형 주파수가 2x인 경우에 고무 자석의 부분 변형이 생겼을 경우, 변형각이  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$ 로 변할 때의 고무 자석의 변형 형상과 그 형상 변형의 주파수 분석값을 나타낸다. 그림에서 보는 바와 같이, 고무 자석의 부분 변형이 생겼을 경우, 변형량을 주파수 분석을 하면 2x의 주요 성분 외에도 주변 주파수 성분이 포함되어 여러 고조파 성분의 합으로 표현됨을 알 수 있다.

Fig. 9는 고무 자석에 부분 변형이 생겼을 때에

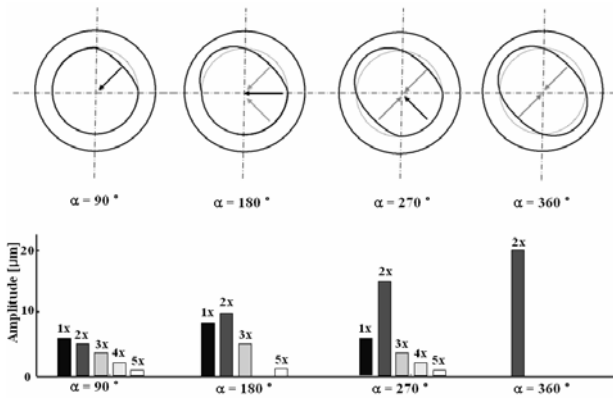


Fig. 8 Whirling motion of a HDD spindle system due to the cylindricity

불평형 자기력과 그 주파수 분석 결과는 나타낸다. 고무 자석의 부분 변형의 경우, 여러 변형 주파수 성분을 가지고 있음에도 불구하고, 불평형 자기력이 1x 와 슬롯 배수의  $\pm 1$ 의 주요 주파수의 성분들을 가지고 있음을 볼 수 있다. Fig. 8 에서 모터를 변형 형상에 따라서 4 부분으로 나누었을 때,

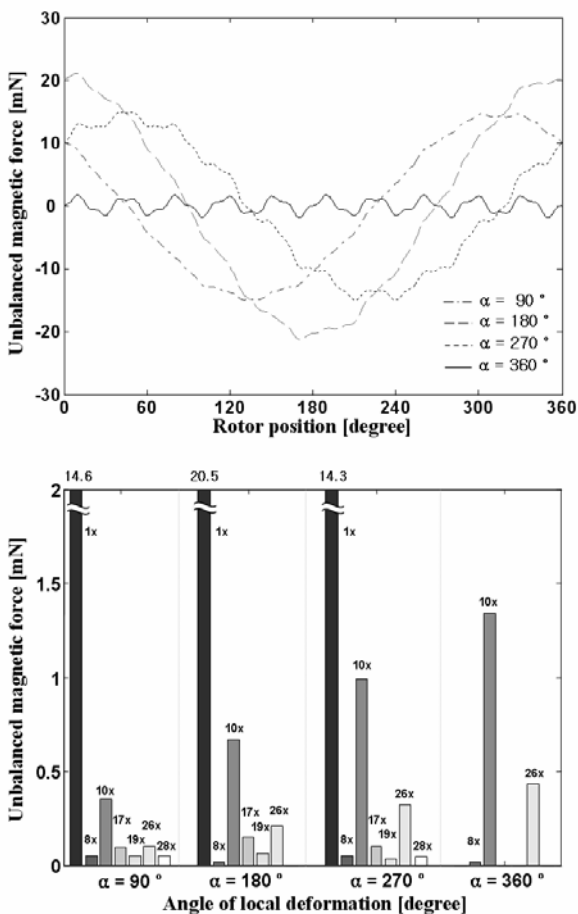


Fig. 9 Unbalanced magnetic forces and their frequency spectra due to local deformation of rubber magnet

서로 마주 보는 면의 기자력의 차이가 발생할 경우 기자력이 강한 쪽으로 자기력이 발생한다. 그리고 모터 전체의 불평형 자기력은 이러한 자기력의 합력으로 나타난다. Fig. 8 에서 연한 화살표로 표현된 자기력의 합력인 짙은 화살표 반향으로 전체 불평형 자기력이 발생한다. 이러한 반경 반향 불평형 자기력이 로터의 회전을 따라서 모터의 1 회전에 한 번 회전함으로써 1x 의 불평형 자기력 성분을 만들어 낸다. 그리고 또한 고무 자석의 형상 변형각이 커질수록 전체 변형에서 변형 주파수가 2x 일 때의 주요 주파수 성분이었던 10x, 26x 성분이 점차 커지게 된다. 이는 변형각이 커질수록, 변형된 자석 형상과 슬롯과의 상호 작용에 의해서 자계의 왜곡이 더 크게 발생하여 고조파 변동 성분이 커지기 때문이다.

일반적으로 폴리곤 미러 스캐너 모터는 20,000 ~ 30,000 rpm 으로 회전하기 때문에 불평형 질량에 의한 원심력이 진동을 유발하는 가장 큰 원인이다. 그러나 고무 자석의 형상에 변형 주파수 1x 인 변동이 있을 경우나, 고무 자석에 부분 변형이 발생하였을 경우, 고무 자석의 형상 변형에 의한 불평형 자기력이 불평형 질량이 1mg · cm 로 30,000 rpm 회전 시 원심력인 0.1N 의 10~ 50% 정도로 무시할 수 없을 정도의 크기로 발생한다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 고무 자석을 사용하는 BLDC 모터에서 발생할 수 있는 고무 자석의 형상 변형에 의한 자계의 변형과 불평형 자기력에 대한 연구를 위한 요소 해석을 이용하여 수행하였다. 그 결과, 고무 자석의 형상 변형은 편심이나 착자 불량과 마찬가지로 자계의 변형을 가져오고 이로 인해 불평형 자기력이 발생함을 알 수 있다. 변형 주파수가 1x 인 변형에서는 1x 의 불평형 자기력이 발생한다. 그리고 그 외의 변형 주파수에서는 자석의 극 수와 스테이터의 슬롯 수의 공약수의 배수인 변형 주파수를 제외하고 슬롯 수의 배수의  $\pm 1$ 의 주파수 성분을 가지는 불평형 자기력이 발생한다. 그러나 자석의 극 수와 스테이터의 슬롯 수의 공약수의 배수인 변형 주파수를 가진 경우에는 자석의 극과 변형 형상, 스테이터의 슬롯이 회전 대칭을 이루기 때문에 불평형 자기력이 발생하지 않는다. 고무 자석에 부분 변형이 있는 경우, 불평형 자기력은 각 부분에서 발생한 자기력의 합력을 방향으로 작용하고, 1x 와 슬롯 배수의  $\pm 1$ 의 성분을 가진다. 자석의 형상 변형에 의한 불평형 자기력

은 모터의 소음과 진동을 야기시키는 원인이 되므로, 고무 자석의 가공, 조립 공정에서 세심한 주의가 요구된다.

### 참고문헌

- (1) G.H. Jang, J.W. Yoon, N.Y. Park, S.M. Jang, 1996, "Torque and Unbalanced Magnetic Force in a Brushless Unsymmetric Brushless DC Motors," IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 32 pp. 5157-5159.
- (2) Ungtae Kim, Dennis K. Lieu, 2005, "Effects of Magnetically Induced Vibration Force in Brushless Permanent-Magnet Motors," IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 41, No. 6, pp. 2164-2172.
- (3) Richard J. Strahan, David B. Watson, 1999, "Effects of Airgap and Magnet Shapes on Permanent Magnet Reluctance Torque," IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, No. 1, pp. 536-542.
- (4) C. S. Zhang, Y. Fan, G. Li, Y. Chu, 2005, "The Sinusoidal Air-gap Magnetic Field Design of Axial Flux Permanent Magnet Synchronous Motors," Proceeding of ICEMS 2005, Vol. 24, No. 6, pp.340-343.
- (5) Albert Hartman, Wendy Lorimer, 2001, "Undriven Vibrations in Brushless DC Motors," IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 37, No. 2, pp.789-792.
- (6) Yoon Taeyong, 2005, "Magnetically Induced Vibration in a Permanent-Magnet Brushless DC Motor With Symmetric Pole-Slot Configuration," IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 41, No. 6, pp 2173-2179.
- (7) Z. Q. Zhu, D. Howe, 1993, "Instantaneous Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent Magnet dc Motors, Part III: Effect of Stator Slotting," IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 29, No. 1, pp 143-151
- (8) J. R. Hendershot Jr., T. J. E. Miller, Design of brushless permanent-magnet motors, OXFORD MAGNA PHYSICS, 1994