

# 병진 또는 회전하여 위치 이동하는 유연 외팔보의 잔류진동 저감을 위한 최적 명령 입력 및 입력 다듬기 방법과의 비교

## Optimal Command Input for Suppressing the Residual Vibrations of a Flexible Cantilever Beam Subjected to a Transient Translation or Rotation Motion and Its Comparison with the Input Shaping Method

신기홍†  
Kihong Shin

**Key Words :** Residual Vibration (잔류진동), Shock Response Spectrum (충격 응답 스펙트럼), Flexible Cantilever Beam (유연 외팔보), Ground Excitation (바닥 가진), Input Shaping (입력 다듬기).

### ABSTRACT

In this paper, the optimal command input is considered in order to minimize the residual vibrations of a flexible cantilever beam when the beam simply changes its position by translation or rotation. Although a cantilever beam has many modes of vibration, it is shown that the consideration of the first mode is sufficient in this case. Thus, the problem becomes a single-degree-of-freedom system subjected to a ground excitation. Two simple methods are proposed to find the optimal command input based on the Shock Response Spectrum (SRS). The first method is the simplest and can be applied to lightly damped cases, and the second method is applicable to more general problems. The second method gives almost the same results as the input shaping method. However the proposed method gives a easier and clearer control strategy.

### 1. 서론

유연한 구조물이 명령 입력 (command input)에 따라 병진 또는 회전하여 위치 이동을 하는 경우, 구조물이 받게 되는 관성력에 의하여 잔류진동이 발생하게 된다. 이러한 잔류진동의 저감은 우주 구조물, 로봇 팔 등과 같은 공학적인 문제에 매우 중요한 요소이며, 저감 방법으로는 크게 PD, PID 그리고 적응제어와 같은 폐루프(closed-loop) 방법과<sup>(1-4)</sup> 입력 다듬기 방법과 같은 개루프(open-loop) 방법으로<sup>(5-9)</sup> 구분될 수 있다. 특히, 입력 다듬기 방법은 Singer와 Seering<sup>(5)</sup>에 의하여 처음 소개된 뒤 다양한 분야에 널리 사용되고 있으며, 구조물의 고유진동수와 감쇠를 알 수 있는 경우 비교적 간단하게 제어시스템을 구성할 수 있다. 최근 제어시스템의 강건성을 향상시키는 다수의 개선된 방법들이 소개되고 있으나 기본적인 개념은 모두 같으며, Fig. 1에서 나타내는 것과 같이 ‘잔류진동을 억제하는 최선의 필터(filter) 설계’로 요약될 수 있다. 따라서, 주어진 명령 입력은 필터를 통과하게 됨에 따라 여러 가지 신호처리적인 요소들을 고려해야만 한다.

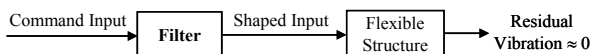


Fig. 1 Input shaping method.

본 논문에서는 필터를 고려하지 않고 유연 구조물의 동적 특성(고유진동수 및 감쇠)만의 정보를 이용하여 입력 다듬기 방법과 같은 결과를 얻을 수 있고, 또한 대부분의 유연 구조물과 같이 감쇠가 적은 경

우, 더욱 간단한 방법으로 잔류진동이 최소화 될 수 있는 명령 입력을 구할 수 있음을 보인다. 본 논문에서는 충격 응답 스펙트럼 (SRS, Shock Response Spectrum)<sup>(10, 11)</sup>과 같은 구조물의 과도 응답(transient response)만을 고려함으로써 복잡한 제어 메커니즘이 필요 없고 매우 쉽게 적용될 수 있도록 하였다. 특히, 입력 다듬기 방법은 구조물의 위치 이동시 발생하는 잔류 진동만 고려하지만, 본 논문에 제안된 방법은 위치 이동에 걸리는 시간까지 동시에 고려할 수 있기 때문에 보다 효율적으로 적용될 수 있다.

기본적인 아이디어는 다음과 같은 충격 응답 스펙트럼의 잘 알려진 특성을 이용하였다. 즉, 바닥 가진 상태의 감쇠가 없는 1 자유도계에서 가진력이 사각형(rectangular), 반정현(half-sine) 등과 같은 펄스(pulse) 형태인 경우 펄스의 지속시간을 적절히 조절하면 잔류진동이 발생하지 않도록 할 수 있다. 따라서, 이러한 원리가 본 논문에서 다루는 시스템에 적용될 수 있다면 Fig. 2와 같이 잔류진동이 최소화 될 수 있는 펄스 형태의 명령 입력을 구하는 문제로 표현될 수 있다.

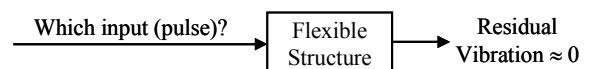


Fig. 2 Conceptual description of the problem.

본 논문에서 다루고자 하는 유연 보의 경우 이론적으로는 무수히 많은 진동 모드를 가지고 있으나, 명령 입력에 따라 병진 또는 회전하여 위치이동을 하는 경우 1 자유도계 바닥 가진 문제로 요약될 수 있음을 제 2 절에 나타내었다. 제 3 절에서는 최적 입력 명령을 구하는 방법을 기술하고, 제 4 절에서는 공학적인 문제에 잘 적용될 수 있음을 검증하기 위하여 제안된 방법이 입력 다듬기 방법과 같은 결과를 얻을 수 있음을 증명하였다.

† 교신저자; 안동대학교 기계공학부  
E-mail : kshin@andong.ac.kr  
Tel : (054) 820-5885, Fax : (054) 820-5044

## 2. 관성력에 대한 유연보의 응답

Fig. 3 과 같이 유연한 외팔보가 리지드(rigid)하게 허브에 고정되어 병진 또는 회전하여 위치 이동하는 경우, 외팔보는 분포(distributed) 관성력을 받게 되고 운동방정식은 병진운동의 경우 식(1a), 회전운동의 경우 식(1b)와 같이 나타내어질 수 있다<sup>(12)</sup>.

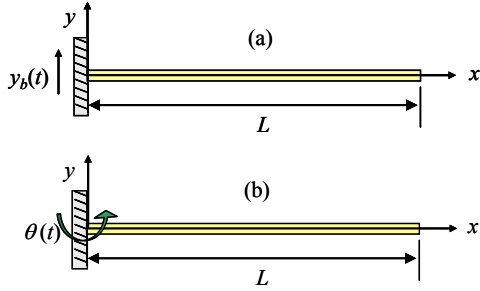


Fig. 3 (a) Translation model, (b) Rotation model.

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = -m\ddot{y}_b(t) \quad (1a)$$

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = -mx\ddot{\theta}(t) \quad (1b)$$

여기서  $EI$  는 굽힘강성,  $m$  은 단위길이당 질량,  $-m\ddot{y}_b(t)$  와  $-mx\ddot{\theta}(t)$  는 이동시 유연보가 받게 되는 단위길이당 관성력이다. 위 두 식에서 나타내듯이 병진이동과 회전이동의 차이점은 외력으로 나타나는 관성력의 차이만 있고, 두 식의 해는 식(2)와 같이 표현될 수 있으며, 모드형상은 식(3)으로 표현된다.

$$y(x,t) = \sum_{r=1}^n \phi_r(x)q_r(t) \quad (2)$$

$$\phi_r(x) = \cosh \beta_r x - \cos \beta_r x - \frac{\cosh \beta_r L + \cos \beta_r L}{\sinh \beta_r L + \sin \beta_r L} (\sinh \beta_r x - \sin \beta_r x) \quad (3)$$

여기서, 모드형상은 다음과 같이 정규화 하였으며 직교성을 만족하도록 하였다.

$$\int_0^L \phi_r(x)\phi_s(x)dx = \begin{cases} 0 & \text{for } r \neq s \\ L & \text{for } r = s \end{cases} \quad (4)$$

고유진동수는  $\omega_r = \beta_r^2 \sqrt{EI/m}$  로 주어지고,  $\beta_r$  은 파수이며 특성방정식 ‘ $\cos \beta_r L \cosh \beta_r L = -1$ ’에 의하여 구할 수 있다. 본 모델의 경우 처음 세 고유진동수에 해당하는  $\beta_r L$  값은 다음과 같다.

$$\beta_1 L = 1.875104, \quad \beta_2 L = 4.694091, \quad \beta_3 L = 7.854757 \quad (5)$$

고유진동수와 모드형상을 이용하여 식(1a)와 (1b)를 일반화좌표로 나타내면 각각 식(6a)와 (6b)로 표현될

수 있다.

$$\ddot{q}_r + \omega_r^2 q_r = -\ddot{y}_b \frac{1}{L} \int_0^L \phi_r(x)dx \quad (6a)$$

$$\ddot{q}_r + \omega_r^2 q_r = -\ddot{\theta} \frac{1}{L} \int_0^L x\phi_r(x)dx \quad (6b)$$

위 식은 병진이동 또는 회전이동하는 경우 각각의 진동모드에 대하여 1 자유도 가속도 바닥 가진 문제로 나타내어질 수 있음을 보인다. 즉, 위 두 식의 해  $q_r$  은 1 자유도 바닥 가진의 경우와 같은 형태로, 병진이동 및 회전이동에 대하여 각각  $\int_0^L \phi_r(x)dx/L$  과  $\int_0^L x\phi_r(x)dx/L$  만큼 스케일 된 것으로 나타나며, 식 (7a)와 (7b)로 각각 나타낼 수 있다.

$$q_r(t) = -\left[ \frac{1}{L} \int_0^L \phi_r(x)dx \right] \frac{1}{\omega_r} \int_0^t \ddot{y}_b(\tau) \sin \omega_r(t-\tau) d\tau \quad (7a)$$

$$q_r(t) = -\left[ \frac{1}{L} \int_0^L x\phi_r(x)dx \right] \frac{1}{\omega_r} \int_0^t \ddot{\theta}(\tau) \sin \omega_r(t-\tau) d\tau \quad (7b)$$

본 논문에서는 위치  $x$  에서의 총 응답  $y(x, t)$ 에 각각의 모드 성분이 얼마나 기여하고 있는지를 파악하기 위하여 각 모드의 진폭을 첫 번째 모드의 진폭으로 정규화시킨 기여도  $A_r(x)$ 를 정의하였으며, 병진이동과 회전이동 각각에 대하여 식(8a)와 (8b)로 나타내었고, 외팔보 끝 단에 대한 처음 세 모드에 대한 기여도  $A_r(L)$ 는 식(9a)와 (9b)에 각각 나타내었다.

$$A_r(x) = \frac{\left| \frac{\phi_r(x)}{\phi_1(x)} \frac{\int_0^L \phi_r(x)dx/\omega_r}{\int_0^L \phi_1(x)dx/\omega_1} \right|}{\left| \frac{\phi_r(x)}{\phi_1(x)} \frac{\int_0^L \phi_r(x)dx/\omega_r}{\int_0^L \phi_1(x)dx/\omega_1} \right|} \quad (8a)$$

$$A_r(x) = \frac{\left| \frac{\phi_r(x)}{\phi_1(x)} \frac{\int_0^L x\phi_r(x)dx/\omega_r}{\int_0^L x\phi_1(x)dx/\omega_1} \right|}{\left| \frac{\phi_r(x)}{\phi_1(x)} \frac{\int_0^L x\phi_r(x)dx/\omega_r}{\int_0^L x\phi_1(x)dx/\omega_1} \right|} \quad (8b)$$

$$A_1(L) = 1, \quad A_2(L) = 0.0884, \quad A_3(L) = 0.0185 \quad (9a)$$

$$A_1(L) = 1, \quad A_2(L) = 0.0225, \quad A_3(L) = 0.0032 \quad (9b)$$

식(9a)와 (9b)에서, 외팔보 끝 단의 총 응답은 병진이동의 경우 90% 이상, 회전이동의 경우 97% 이상이 첫 번째 모드의 영향을 받는 것을 알 수 있다. 따라서, 본 논문에서 고려하고 있는 모델과 같이 위치이동으로 인하여 발생된 잔류진동 문제는 Fig. 4 와 같이 1 자유도 모델로 단순화 시킬 수 있으며 운동방정식은 식(10)과 같다.

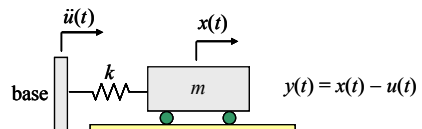


Fig. 4 1-DOF ground excitation model.

$$\ddot{y}(t) + \omega_n^2 y(t) = -\ddot{u}(t) \quad (10)$$

따라서, 본 논문에서는 Fig. 4와 식(10)으로 표현되는 바닥 가진 문제에서, 베이스(base)가 원하는 위치까지 이동 후의 상대응답이  $y(t) = 0$ 이 되는, 즉 잔류진동이 발생하지 않는 최적입력  $u(t)$ 를 구하는 방법을 제 3절에 기술하였다.

### 3. 최적 입력 명령 해석

#### 3.1 감쇠가 없는 경우

먼저, 식(10)과 같이 감쇠가 없는 경우, 해는 식(11)과 같다.

$$y(t) = -\frac{1}{\omega_n} \int_0^t \ddot{u}(\tau) \sin \omega_n(t - \tau) d\tau \quad (11)$$

또한 초기조건이 정지상태인 것으로 가정하면 위치 이동 후 베이스의 변위  $u(t)$ 는 다음의 조건을 만족하게 된다.

$$u(0) = 0 \text{ and } u(t \geq T) = u_c \quad (12)$$

여기서  $u_c$ 는 원하는 베이스의 이동거리이고,  $T$ 는 위치이동에 걸리는 시간이다. 가장 간단한 형태의  $u(t)$ 는 Fig. 5(a)와 같이 변위가 시간  $T$ 까지 선형적으로 증가하는 형태로, 속도는 사각형 펄스, 가속도는 두 개의 스파이크 형태로 표현되며 Fig. 5(b)와 5(c)에 각각 나타내었다.

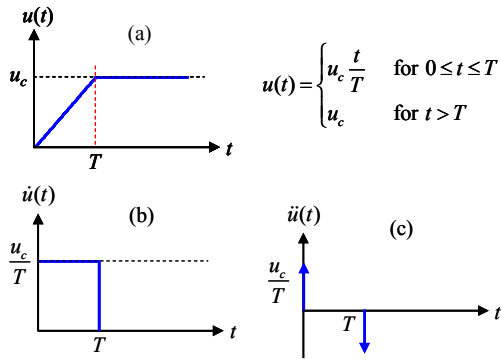


Fig. 5 Example of a command input profile: (a) Displacement, (b) Velocity, (c) Acceleration.

특히, 가속도 프로파일은 식(13)으로 나타낼 수 있으며, 베이스가 특정한 위치까지 움직인 후 정지하기 위해서는 식(14)의 조건을 만족해야 한다.

$$\ddot{u}(t) = \frac{u_c}{T} [\delta(t) - \delta(t - T)] \quad (13)$$

$$\int_0^T \ddot{u}(t) dt = 0 \quad (14)$$

여기서  $\delta(t)$ 는 델타(Dirac delta) 함수이다. 또한, 속도 펄스의 면적은 이동거리  $u_c$ 와 같아야 함으로 식(15)의 조건을 만족해야 한다.

$$u(T) = \int_0^T \dot{u}(t) dt = u_c \quad (15)$$

위 가속도 프로파일에 대한 상대응답  $y(t)$ 를 구하기 위하여 식(13)을 식(11)에 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$y(t) = -\frac{u_c}{\omega_n T} \left( \sin \frac{2\pi}{T_n} t - \sin \left( \frac{2\pi}{T_n} t - \frac{2\pi T}{T_n} \right) \right) \quad (16)$$

여기서,  $T_n = 2\pi/\omega_n$ 이다. 식(16)에 의하면 임의의 양의 정수  $k$ 에 대하여  $T = kT_n$ 일 때  $t \geq T$ 인 경우  $y(t) = 0$ 가 되는 것을 알 수 있다. 즉, Fig. 5와 같은 명령 입력의 경우 위치이동 시간을 시스템의 고유진동수의 정수 배로 정하는 경우 잔류진동이 발생하지 않음을 알 수 있다.

명령 입력을 설계할 때, 변위, 속도, 가속도 프로파일 중 어느 것을 사용해도 상관없으나, 속도 프로파일은 항상 펄스 형태로 나타나기 때문에 잘 알려진 SRS (Shock Response Spectrum)와 비교가 용이하고 다양한 SRS 결과들을<sup>(11)</sup> 적용하기 편리하므로 속도 프로파일을 사용하는 것이 바람직하다. 예로서, 속도 프로파일이 Fig. 6(b)와 같은 정현반파(half-sine) 형태를 선택하면 나머지 변위 및 가속도 프로파일은 쉽게 구할 수 있으며 각각 Fig. 6(a)와 Fig. 6(c)로 나타낼 수 있다.

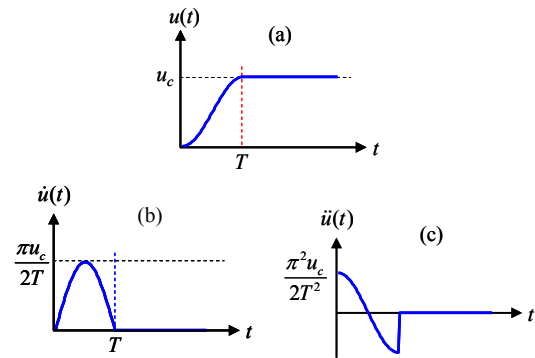


Fig. 6 Half-sine velocity input profile: (a) Displacement, (b) Velocity, (c) Acceleration.

Fig. 6에 나타낸 명령 입력은 식(14)와 (15) 두 조건을 만족하는 것을 알 수 있으며, 참고문헌 (11)과 같은 SRS의 결과를 이용하면 위치이동 시간  $T$ 가 다음의 조건일 때 잔류진동이 발생하지 않는 것을 쉽게 알 수 있다.

$$T = (k + 0.5) T_n \quad (k \text{ integer}) \quad (17)$$

또한 SRS의 결과를 이용하면 다양한 형태의 속도 프로파일을 이용할 수 있는데, 위치이동 시간과 시스템의 강건성을 고려하여 선택해야 한다. 예를 들면, Fig. 5(b)의 사각형 펄스 프로파일은 Fig. 6(b)의 정현반파 프로파일보다 위치이동 시간을 짧게 할 수

있으나, 고유진동수가 정확히 예측되지 않는 경우 잔류진동은 매우 크게 나타날 수 있다. 반면에 정현 반파 또는 버스트 사인 (versed sine) 형태를 이용하면 고유진동수의 예측이 다소 부정확한 경우에도 잔류진동은 상대적으로 매우 작게 일어난다.

### 3.2 감쇠가 있는 경우

감쇠를 무시할 수 없을 경우, Fig. 4 에 감쇠를 추가하면 운동방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{y}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{y}(t) + \omega_n^2y(t) = -\ddot{u}(t) \quad (18)$$

그리고 위 운동방정식의 해는 아래와 같다.

$$y(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{u}(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \quad (19)$$

여기서  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$  는 감쇠 고유진동수이다. 감쇠가 있는 경우 3.1 절에 기술된 방법으로는 잔류진동을 완전히 제거할 수는 없으나,  $T_n$  을  $T_d = 2\pi/\omega_d$  로 치환하여 잔류진동을 최소화 할 수 있다. 예로서, 사각형 펄스 프로파일의 경우 위치이동 시간을  $T = kT_d$  로 두며,  $k$  값에 따라서 위치이동에 걸리는 시간을 적절하게 조절할 수 있다.

대부분의 유연한 구조물의 감쇠가 매우 작음을 고려할 때 이와 같은 방법이 충분할 것으로 보이나, 감쇠가 비교적 큰 경우 또는 완전한 잔류진동 제거를 위해서 입력 펄스를 두 개의 펄스로 나누어 각각의 응답이 위치이동 후 서로 상쇄되도록 하는 방법을 아래에 기술하였다.

본 방법은 식(14)와 (15) 두 조건을 만족하는 한, 펄스 형태와 위치이동 시간을 자유롭게 설정할 수 있다. 단, 두 번째 펄스는 반드시 시간이  $kT_d/2$  에 시작하도록 해야 한다. 예로서 Fig. 7 에 두 번째 펄스가  $T_d/2$  에 시작하는 가속도 프로파일을 나타내었고, 수식은 식(20)과 같다.

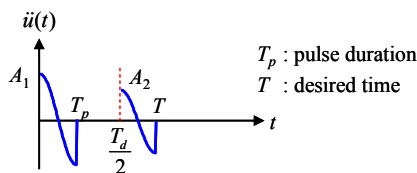


Fig. 7 Two consecutive acceleration pulse.

$$\ddot{u}(t) = A_1\ddot{u}_p(t) + A_2\ddot{u}_p(t - T_d/2) \quad (20)$$

시간이  $t \geq T (= T_d/2 + T_p)$  일 때, 식(20)의 명령 입력에 대한 응답은 아래 식(21)~(22)로 표현될 수 있다.

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) \quad (21)$$

$$y_1(t) = -\frac{A_1}{\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \int_0^{T_p} \ddot{u}_p(\tau) e^{\zeta\omega_n \tau} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \quad (22a)$$

$$y_2(t) = -\frac{A_2}{\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \int_{T_d/2}^{T_d/2+T_p} \ddot{u}_p(\tau - T_d/2) e^{\zeta\omega_n \tau} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \quad (22b)$$

여기서  $y_1(t)$ 와  $y_2(t)$ 는 각각 첫 번째 및 두 번째 펄스에 대한 응답이다. 식(22b)에서  $\tau' = \tau - T_d/2$  로 두면  $y_2(t)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y_2(t) = \frac{A_2}{\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} e^{\zeta\omega_n T_d/2} \int_0^{T_p} \ddot{u}_p(\tau') e^{\zeta\omega_n \tau'} \sin \omega_d(t-\tau') d\tau' \quad (23)$$

식(22a)와 식(23)을 비교하면, 두 펄스의 크기 비율을 아래 식(24)와 같이 되도록 하면 시간이  $t \geq T$  일 때의 응답이  $y(t)=0$  가 되는 것을 알 수 있다.

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{\zeta\omega_n T_d/2} = e^{\delta/2} \quad (24)$$

여기서  $\delta$ 는 대수감소율 (logarithmic decrement)이다.

만약 두 번째 펄스의 시작 시간이  $kT_d/2$  인 경우는 펄스 크기 비율이  $A_1/A_2 = e^{k\delta/2}$  이 되도록 하며, 속도 프로파일로 표현하면 아래와 같다.

$$\dot{u}(t) = A_1\dot{u}_p(t) + A_2\dot{u}_p(t - kT_d/2) \quad (25)$$

여기서, 속도 펄스의 크기  $A_1$  과  $A_2$  를 구하기 위해서는 먼저 식(15)의 조건을 고려해야 하며, 이 경우 식(15)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$u(T) = u(T_p + kT_d/2) = \int_0^{T_p+kT_d/2} \dot{u}(t) dt = u_c \quad (26)$$

그리고, 두 펄스의 지속시간이 같기 때문에 식(26)의 적분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_0^{T_p+kT_d/2} \dot{u}(t) dt = (A_1 + A_2) \int_0^{T_p} \dot{u}_p dt = u_c \quad (27)$$

여기서 편의상  $\int_0^{T_p} \dot{u}_p dt = 1$  로 두면 각 펄스의 크기는 다음과 같다.

$$A_1 = \frac{u_c e^{k\delta/2}}{1 + e^{k\delta/2}}, \quad A_2 = \frac{u_c}{1 + e^{k\delta/2}} \quad (28)$$

식(28)을 이용하면 원하는 이동거리  $u_c$  를 만족하는 임의의 펄스 프로파일의 크기를 쉽게 정할 수 있다. 또한 이 방법은 감쇠가 없는 경우에도 적용되며, 이 경우 펄스의 크기 비는  $A_1 = A_2 = u_c/2$  가 된다.

## 4. 입력 다듬기 방법과의 비교

본 절에서는 3.2 절에 기술된 방법을 간단한 예를 통하여 나타내고, 입력 다듬기 방법과 같은 결과를 얻을 수 있음을 증명하였다. 먼저 3.2 절에 기술된 방법과 입력 다듬기 방법의 차이점은 다음과 같다.

입력 다듬기 방법은 이동 위치만 제어할 뿐 위치이동에 걸리는 시간은 고려하지 않는다. 이에 비해서 3.2 절에 기술된 방법은 이동 위치와 이동 시간을 동시에 제어할 수 있으며 필터 설계에 따른 신호처리적인 요소를 고려할 필요가 없다.

간단한 예로서, 편의상  $\zeta = 0$  으로 두고, 원하는 이동 거리  $u_c$  를 가장 빠르게 이동하고자 하는 경우 (즉,  $k = 1$ ), Fig. 8 과 같은 사각형 속도 펄스를 사용할 수 있다.

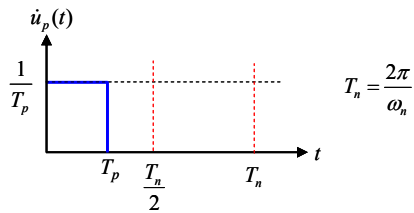


Fig. 8 Normalized rectangular velocity pulse.

여기서  $\zeta = 0$  으로 두었기 때문에 식(28)에 의하여  $A_1 = A_2 = u_c/2$  이 되며, 이를 식(25)에 대입하면 명령 입력의 속도 프로파일은 다음과 같다.

$$\dot{u}(t) = \frac{u_c}{2} [\dot{u}_p(t) + \dot{u}_p(t - T_n/2)] \quad (29)$$

위 속도 프로파일을 Fig. 9(b)에 나타내었으며, 이 때 위치이동에 걸리는 시간은  $T_n/2 + T_p$  가 된다. 따라서, 시간이  $t \geq T_n/2 + T_p$  일 때 잔류진동은 발생하지 않는다. 참고로 변위 및 가속도 프로파일은 Fig. 9(a)와 9(c)에 각각 나타내었다.

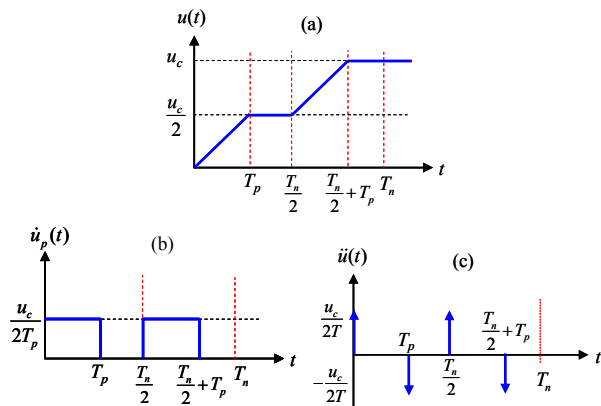


Fig. 9 Command input profile: (a) Displacement, (b) Velocity, (c) Acceleration.

위 예를 통하여 본 논문에서 제안된 방법이 매우 간편하게 적용될 수 있음을 알 수 있다. 이제 3.2 절의 방법이 기존에 널리 사용되고 있는 입력 다듬기 방법과 같은 결과를 나타냄을 보임으로서 그 효용성을 검증하도록 한다.

1-DOF 시스템의 경우, Fig. 1 에 나타낸 입력 다듬기 방법을 위한 가장 간단한 필터는 Fig. 10 에 나타

낸 두 개의 임펄스열 (impulse sequence)로 구성된다. 여기서  $A_1, A_2, t_1$  는 아래 식(30)과 같다<sup>(6)</sup>.

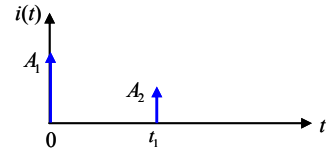


Fig. 10 Input shaping filter.

$$A_1 = \frac{1}{1+E}, \quad A_2 = \frac{E}{1+E}, \quad t_1 = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (30)$$

여기서  $E = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$  이다. 위 식의  $A_1$  과  $A_2$  는 식(28)에서  $k = 1, u_c = 1$  로 두면 같은 값을 가지게 될 수 있다. 본 절에 사용된 예의 경우, 위 식을 사용하면 다음과 같은 값을 가지게 된다.

$$A_1 = \frac{1}{2}, \quad A_2 = \frac{1}{2}, \quad t_1 = \frac{T_n}{2} \quad (31)$$

따라서, 입력 다듬기 방법의 필터는 Fig. 11(a)와 같으며, Fig. 1 에서의 성형된 입력 (shaped input)은 명령 입력과 필터의 컨볼루션(convolution)으로 표현되며, 만약 입력 명령이 Fig. 11(b)와 같이 직선 형태의 변위로 주어지게 되면 성형된 입력은 Fig. 11(a)와 Fig. 11(b)의 컨볼루션 결과인 Fig. 11(c)와 같이 나타나게 된다.

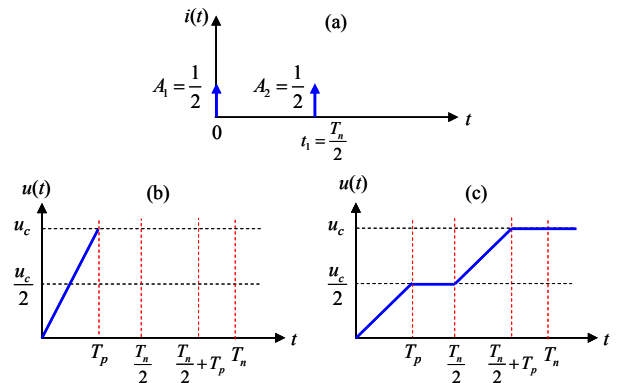


Fig. 11 Command input profile: (a) Displacement, (b) Velocity, (c) Acceleration.

여기서, Fig. 11(c)는 Fig. 9(a)와 같음을 쉽게 알 수 있고, 따라서 입력 다듬기 방법은 3.2 절의 방법에서  $k = 1, u_c = 1$  로 두면 같은 결과를 나타내는 것을 알 수 있다.

## 5. 결론

본 논문에서는 유연한 구조물이 명령 입력에 따라 병진 또는 회전하여 위치 이동을 하는 경우에 발생하는 잔류진동을 효과적으로 저감시킬 수 있는 두 가지 방법을 제안하였다. 3.1 절에 기술된 첫 번째 방

법은 감쇠가 무시될 수 있는 경우 충격 응답 스펙트럼을 참고하여 매우 간단하게 적용할 수 있으며, 3.2 절에 기술된 두 번째 방법은 보다 일반화 시킨 방법으로 기존에 널리 사용되고 있는 입력 다듬기 방법과 같은 결과를 나타낼 수 있음을 보였다.

특히, 본 논문에서 제안된 방법은 입력 다듬기 방법에 비해서 이동 위치뿐만 아니라 위치이동에 걸리는 시간을 동시에 제어할 수 있는 장점이 있다.

3.2 절의 방법이 보다 광범위하게 적용될 수 있으나, 대부분의 유연구조물의 경우 감쇠가 무시될 수 있기 때문에 3.1 절의 방법으로 잔류진동을 충분히 제어할 수 있을 것으로 보인다.

## 후 기

이 논문은 2006 학년도 안동대학교 국제학술교류보조금에 의하여 연구되었음.

## 참고문헌

- (1) Sasiadek, J. Z., and Srinivasan, R., 1989, Dynamic modelling and adaptive control of a single-link flexible manipulator, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 12, No. 6, 838~844.
- (2) Daafouz, J., Garcia, G., and Bernussou, J., 1998, Robust control of a flexible robot arm using the quadratic d-stability approach, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 6, No. 4, 524~533.
- (3) Diken, H., 2000, Vibration control of a rotating Euler-Bernoulli beam, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 232, No. 3, 541~551.
- (4) Dadfarnia, M., Jalili, N., Liu, Z., and Dawson, D. M., 2004, An observer-based piezoelectric control of flexible Cartesian robot arms: theory and experiment, *Control Engineering Practice*, Vol. 12, 1041~1053.
- (5) Singer, N. C., and Seering, W. P., 1990, Pre-shaping command inputs to reduce system vibration, *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 112, 76~82.
- (6) Kuo, C.-F. J., and Liu, S.-C., 1998, Modal analysis and control of a rotating Euler-Bernoulli beam part II: Residual vibration control, *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 275, No. 5, 93~97.
- (7) 임재철 등, 2005, "입력성형을 통한 웨이퍼 이송장치의 잔류진동 감쇠", *추계학술발표회 논문집, 한국소음진동공학회*, pp. 559~563.
- (8) 박주이, 장평훈, 1994, "입력 다듬기 기법을 이용한 유연관절을 갖는 로봇의 잔류진동 제거", *대한기계학회논문집*, 제 18 권 제 11 호, pp. 3066~3074.
- (9) 황재혁 등, 1997, "모델 불확실성에 강인한 유연구조물의 입력설계", *춘계학술발표회 논문집, 한국소음진동공학회*, pp. 316~323.
- (10) Kelly, R. D., and Richman, G., 1969, Modeling of the slewing control of a flexible structure, *SVM-5-Principles and Techniques of Shock Data Analysis*, Shock and vibration Information analysis Center.

(11) Harris, C. M., and Piersol, A. G., 2002, *Harris' Shock and Vibration Handbook*, Fifth Edition, Chapter 8, Transient Response to Step and Pulse Functions, McGraw-Hill.

(12) Garcia, E., and Inman, D. J., 1991, Modeling of the slewing control of a flexible structure, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 14, No. 4, 736~742.