

상시 진동 계측을 기반으로 한 PSC 교량의 모드계수 및 탄성계수 추정기법 적용

Adaptation of Modal Parameter and Elastic Modulus Estimation Method for PSC Bridge Based on Ambient Vibration

이성진†·김상범*·최규용*·이태영**

Lee Sung Jin, Kim Saang Bum, Choi Kyu Yong and Lee Tae Young

Key Words : 상시 진동(Ambient Vibration), 고유진동수(Natural Frequency), 모드형상(Mode Shape), 탄성계수(Elastic Modulus)

ABSTRACT

본 논문에서는 실 시공 중인 PSC 교량에 대하여 풍하중에 의한 상시 진동 계측 자료를 기반으로, 교량의 동특성(고유진동수, 모드형상)을 추정하였으며, 이를 바탕으로 대상 교량의 탄성계수를 추정하여 정적 계측을 통한 탄성계수 결과와 비교하였다. 본 논문에서 사용한 동특성 추정 기법은, 대표적인 주파수 영역 해석 방법인 Frequency Domain Decomposition(FDD) 방법과 시간 영역 해석 방법인 Stochastic Subspace Identification(SSl) 방법을 이용하였다. 탄성계수 추정은 유한요소모델과 계측 결과를 이용하여 두 개의 결과 차이가 수렴하도록 하는 반복 계산을 통해 탄성계수를 추정하였다. 우선, 탄성계수 추정 기법의 검증은 위해, 수치 해석을 통하여 그 기법을 검증하였으며, 해석 결과 정확한 탄성계수값을 추정하였으며, 이를 통해 본 논문에서 적용한 탄성계수 추정법에 대한 신뢰도를 확인하였다. 이를 바탕으로 사용된 추정 기법을 실 교량에 적용하기 위해 실제 상시 진동 계측 값을 바탕으로 실교량의 동특성 및 탄성계수를 추정하였다. FDD 및 SSI 기법을 통한 모드 해석 결과, 두 기법 모두 유사한 결과를 나타내어 FDD 및 SSI 두 방법에 대한 결과의 신뢰도를 확인할 수 있었다. 추정 탄성계수 값은 거더 단면내 설치한 응력계 및 변형률계를 통한 계측 결과값의 범위 내에 있음을 확인하였다. 따라서 본 논문에서 적용한 교량의 상시 진동 데이터를 바탕으로 한 동특성 및 탄성계수 추정법이 구조물의 대략적인 탄성계수 및 이에 따른 구조물의 전체적인 건전도를 파악하는데 도움이 되리라 생각된다.

1. 서 론

최근 교량 등 대형구조물에 대한 시공 후의 구조물의 상태를 평가하거나, 수치 해석모델의 적용성 검토, 구조물의 손상 등에 의한 성능 저감 등을 평가하기 위해 진동 시험 적용이 증가하고 있으며 이에 따른 모드해석 및 재료 특성 추정을 활발히 진행하고 있다.

진동시험은 기지의 입력하중을 이용한 강제가진 실험과 구조물에 상시 작용하는 하중(풍하중, 차량하중 등)을 이용하는 상시진동 실험으로 나눌 수 있다. 일반적으로 강제가진 실험은 많은 비용이 소요되며 구조물 전체를 가진할 방법이 드물다는 단점이 있고, 상시진동 실험은 강제가진 실험에 비해 동특성 추정의 정확도가 떨어지며, 외부 하중의 특성을 고려할 수 없는 단점이 있으나, 구조물에 인위적인 가진을 할 필요가 없고, 장시간 계측을 할 경우 미지 하중에 대한 영향을 줄일 수 있어 경제적인 방법이다.

본 논문에서는 실 시공 중인 PSC 교량에 대하여 상시 진동

계측 자료를 바탕으로 교량의 동특성을 추정하였으며, 이를 이용하여 대상 교량의 탄성계수를 추정하여 교량 단면내 설치한 응력계 및 변형률계를 이용한 탄성계수 추정 결과와 비교하였다. 이를 통해 상시 진동 계측을 통한 실교량의 모드계수 및 탄성계수 추정기법의 적용 가능성을 확인하였다. 동특성 추정에 사용된 기법은, Frequency Domain Decomposition(FDD) 방법(Otte 등, 1990)과 Stochastic Subspace Identification(SSl) 방법(Overschee 등, 1996)이며, 탄성계수 추정은 유한요소모델과 계측 결과를 이용하여 두 개의 결과 차이가 수렴하도록 하는 반복 계산을 통해 탄성계수를 추정하였다. 우선, 적용된 추정기법을 검증하기 위해 수치 해석을 수행하여 그 신뢰도를 확인하였으며, 이를 바탕으로 실규모 교량의 상시 진동을 계측하여, 교량의 동특성 및 탄성계수를 추정하였다. 추정된 탄성계수는 정적 계측을 통해 계산된 탄성계수 범위 내에서 나타났으며, 이를 통해 본 논문에서 적용된 추정법의 적용성을 확인하였다.

2. 모드계수 및 탄성계수 추정기법

2.1 모드계수 추정기법

본 연구에서 사용한 동특성 추정 기법은 실험적 모드해석에 일반적으로 사용되는 주파수 영역 해석 방법인 FDD 방법과 시간 영역 해석 방법인 SSI 방법을 이용하였다. FDD 방법의 경우, 가속도 응답의 PSD 행렬 $S_{yy}(\omega) (\in R^{N_m \times N_m})$ 을 식 (1)과 같이 특이치 분해(SVD)를 하여 특이치 행렬 Σ 을 구할 수 있다. 특이치 행렬은 특이치($\sigma_i(\omega)$)로 구성된 대각 행렬인데, 각 특이치의 정점이 구조계의 고유진동수이고, 이 주파수들에서 $U(\omega)$ 의 열벡터를 취함으로써 모드형상을 구할 수 있다.

$$S_{yy}(\omega) = U(\omega)^T \Sigma(\omega) V(\omega) \quad (1)$$

$$(\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N) \in R^{N_m \times N_m} \text{ and } U, V \in R^{N_m \times N_m})$$

SSI 방법의 경우, 가속도값의 상관행렬을 요소로 가지는 블록행렬행렬을 특이치 분해함으로써 모드계수를 추정하는 방법으로, 본 논문에서는 SSI-BR(Balanced Realization)방법을 적용하여 행렬행렬을 구성하였으며, 이를 이용하여 동특성을 추정하였다.

2.2 탄성계수 추정기법

본 논문에서 사용한 탄성계수 추정방법은 유한요소모델과 계측 결과를 이용하여 식 (2)에서 계산된 탄성계수 변화값 (ΔE)을 찾고, 이를 식 (3)과 같이 추정된 탄성계수값으로 수정하는 작업을 반복하여 수렴 조건(오차 범위 2%)을 만족시키는 탄성계수를 추정하였다.

$$\omega_{measure} = \omega_{analysis} + \frac{\partial \omega}{\partial E} \Delta E \quad (2)$$

$$E_{estimate} = E_{analysis} + \Delta E \quad (3)$$

여기서, $\omega_{measure}$ 와 $\omega_{analysis}$ 는 계측 및 FEM 모델 해석 상 고유진동수 벡터, $E_{estimate}$ 와 $E_{analysis}$ 는 추정 및 FEM 모델 해석 상 탄성계수, ΔE 는 탄성계수 변화값이다.

3. 수치 해석을 통한 추정기법 검증

3.1 수치 모델

본 연구에서 적용한 대상 교량은 그림 1과 같은 경간 50m의 PSC 박스 교량이며, 본 장에서는 현장 계측을 통한 동특성 추정 전, 본 논문에서 적용하고자 하는 추정 방법을 수치 해석을 통하여 검증하였다.

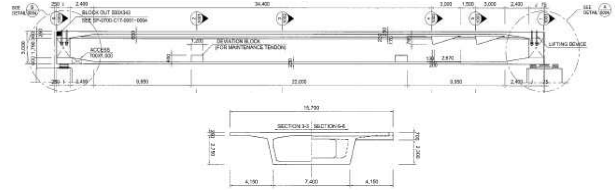


그림 1 대상 구조물의 개요

수치 모델은 구조해석 프로그램인 MIDAS CIVIL을 이용하여 모델링 하였고, 자유 진동시험을 묘사하기 위해 구조물 중앙에 100kN의 충격하중을 가하여, 가상의 계측 지점의 가속도 신호를 얻어 동특성 및 탄성계수를 추정하였다.

표 1 수치모델 재료물성

탄성계수 (GPa)	단위체적중량 (kN/m ³)	단면적 (m ²)
28.7	24.52	9.2

3.2 가속도 계측

수치 해석 상 계측 지점은 표 2와 같다. 가속도 시간이력 데이터의 샘플링 시간은 0.005초(200Hz)로 하여, 50초간 데이터를 받았다. 실제 구조물의 경우, 계측 데이터는 여러 원인에 의해 잡음을 포함하게 되므로, 본 연구에서는 계측 데이터에 Gauss 분포를 만족하는 백색잡음을 생성하여 추가하였다. 백색잡음의 잡음수준은 식 (1)과 같이 정의되는 SNR(Signal noise ratio, Mais 등, 1998)값으로 SNR=10을 사용하였으며, 최대 가속도 크기는 원 가속도 신호의 10%를 적용하였다.

$$SNR = 20 \log \left(\frac{a_{signal}}{a_{noise}} \right) \quad (1)$$

여기서, a_{signal} : 원 신호의 rms값, a_{noise} : 백색잡음의 rms값이다.

표 2 수치 해석 상 가속도 계측 지점

	#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7
위치(m)	6.25	12.50	18.75	25.00	31.25	37.50	43.75
상대거리	0.125	0.250	0.375	0.500	0.625	0.750	0.875

3.3 모드계수 및 탄성계수 추정 결과

계측 된 가속도 데이터를 이용하여 휨모드가 지배적인 1, 4, 5차 모드에 대한 고유진동수 및 모드형상을 FDD 및 SSI 기법을 통하여 추정하였다.(표 3 및 그림 2). FDD 기법의 1차 모드의 고유진동수 값의 오차가 1%를 초과(1.3%) 하는 것을 제외하고는 좋은 결과를 보이고 있으며, 모드형상 또한 FEM 모델의 결과와 잘 맞고 있다.

표 3 고유진동수(Hz)

	FDD	SSI	FEM Model
1차 모드	2.735	2.699	2.699
4차 모드	15.821	15.848	15.824
5차 모드	21.778	21.732	21.741

† 삼성물산(주) 건설부문
jinilsj.lee@samsung.com
(02) 2145-6486

* 삼성물산(주) 건설부문 기술연구소

** 삼성물산(주) 건설부문 토목사업본부 인천대교현장

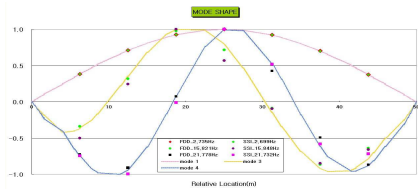


그림 2. 모드형상 (FDD & SSI)

그림 3는 FDD 기법에 의한 1차 모드의 특이치 값 및 SSI 기법 상의 안정화 도표를 나타낸 것이다. 안정화 도표의 경우, 가속도 계측 데이터의 Noise로 인해 불안정한 모드 성분이 다소 나타나고 있으며, 저주파 대역에서는 고유진동수에 해당하지 않은 주파수에서도 안정된 모드가 나타나 고유진동수 및 모드를 추정하는데 어려움을 주고 있다. 따라서 정확한 모드계수 추정을 위해서는 하나의 기법 보다는 몇가지 기법을 동시에 적용하는 것이 필요하리라 생각된다.

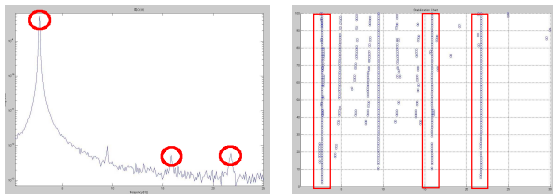


그림 3. 특이치(FDD) 및 안정화도표(SSl)

계측된 3개의 고유진동수 결과와 식 (2), (3)을 이용하여 모델의 탄성계수를 추정하였으며, 그 결과는 표 4과 같다. 추정 결과 2번의 반복계산을 통해 약 2.1% 수준의 오차로 탄성계수값을 추정하였으며, 이를 통해 본 논문에서 적용한 탄성계수 추정법에 대한 신뢰도를 확인하였다.

표 4 추정 탄성계수(GPa)

	탄성계수	오차(%)
FDD	29.3	2.1%
SSI	29.3	2.1%
FEM Model	28.7	-

4. 현장 계측을 통한 추정기법 적용

4.1 가속도 계측

실 시공 중인 콘크리트 교량에 대하여 상시 진동 계측 자료를 바탕으로 교량의 동특성 및 탄성계수를 추정하기 위해 현장 가속도 계측을 실시하였다. 가속도 센서는 그림 4와 같이 휨모드 및 비틀림모드를 측정할 수 있도록 배치하였다.

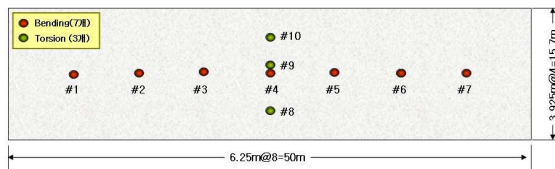


그림 4. 가속도 센서 배치 위치

계측 데이터는 풍진동에 의한 교량의 중력방향 가속도 값에 대하여, 샘플링 시간은 0.005초(200Hz), Low pass filter 50Hz로 하여 약 1시간씩 2번 취득하였다. 그림 6은 계측된

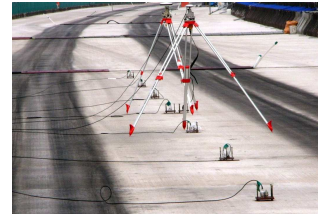


그림 5. 가속도 현장 계측

가속도 중 센서 1, 3, 4, 6번에 대한 시간이력 그래프를 나타낸 것이다.

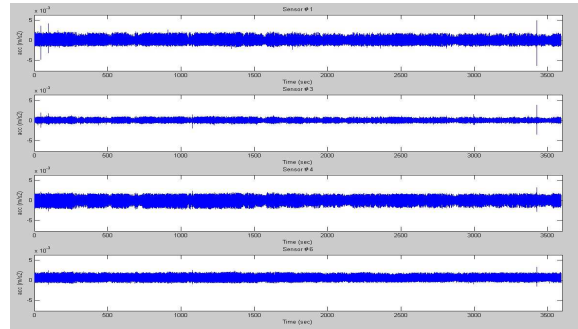


그림 6. 계측 가속도 데이터(초기 1시간, #1, #3, #4, #6)

4.2 모드계수 및 탄성계수 추정 결과

계측된 상시 가속도 데이터를 이용하여 대상 교량의 동특성을 추정하였다. 데이터 분석은 1시간 계측 데이터를 20분 간격으로 50% 중첩시켜 5개의 데이터 세트(2시간 데이터, 총 10개의 세트)하여 각 데이터 세트에 대한 동특성을 계산하고, 전체적인 평균 및 분산을 구하였다. FDD의 경우, rectangular window와 50% 중첩 및 16번 평균으로 PSD 함수를 구하여, PSD 함수의 첫 번째 특이치($\sigma_1(\omega)$)를 구하였다. 그림 7은 9번째 데이터 세트에서의 휨모드 계측 데이터, 그림 8은 1번째 데이터 세트에서의 비틀림모드 계측 데이터에 대한 특이치 및 안정화 도표를 나타낸 것이다. 계측 결과를 통해 충분히 안정한 모드를 추출할 수 있음을 알 수 있으나, 각각의 고유진동수가 휨모드와 비틀림모드 계측 결과에 동시에 나타나기 때문에 모드를 통한 확인이 필요하리라 생각되며, 그림 9, 10은 각 기법을 통해 추정된 휨 및 비틀림 모드형상이다.

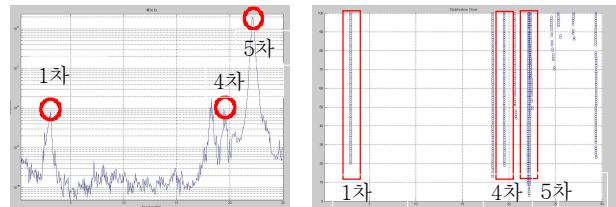


그림 7. 특이치(FDD) 및 안정화도표(SSl) (9th data, 휨)

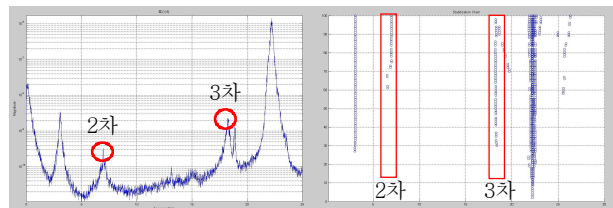


그림 8. 특이치(FDD) 및 안정화도표(SSl) (1st data, 비틀)

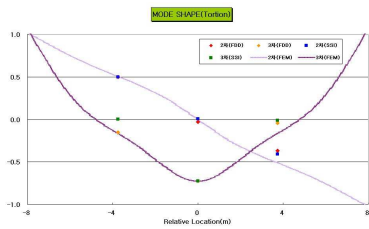


그림 10. 비틀림모드형상 (FDD & SSI)

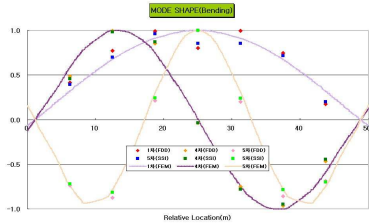


그림 9. 휨모드형상 (FDD & SSI)

표 5는 10개의 데이터 세트를 분석한 결과를 나타낸다. 모드 해석 결과, 고유진동수의 평균값이 3차 모드를 제외하고 소수점 2자리 수준에서 차이를 나타내고 있어, 두 방법에 대한 결과의 신뢰도를 확인 할 수 있다. 다만, 1, 2, 3 및 5차 모드 경우, 대부분의 데이터 세트에서 모드형상 및 고유진동수를 명확히 찾고 있으나, 4차 모드의 경우, 4개의 데이터 세트에서만 명확한 모드형상 및 고유진동수가 나타났다(FDD의 경우, 6, 8, 9, 10번째 데이터 세트, SSI의 경우, 1, 8, 9, 10번째 데이터 세트). 또한 3차 모드의 경우 두 가지 기법을 통해 추정된 고유진동수의 결과의 차이가 다른 모드에 비해 크게 나타났다. 따라서 상시 진동 계측을 통한 동특성 추정시 가능한 많은 데이터 및 계측 지점을 이용한 분석이 필요할 것으로 판단된다.

표 5 계측된 고유진동수(GPa)

		모드				
		1차	2차	3차	4차	5차
FDD	평균	3.071	6.959	18.850	19.486	22.175
	분산	0.0432	0.0256	0.0351	0.0748	0.0598
	최소값	2.978	6.891	18.793	19.434	22.070
	최대값	3.150	6.989	18.884	19.592	22.266
SSI	평균	3.077	6.991	18.256	19.465	22.144
	분산	0.0195	0.0519	0.0628	0.0525	0.1148
	최소값	3.052	6.930	18.172	19.392	21.984
	최대값	3.106	7.059	18.364	19.517	22.282

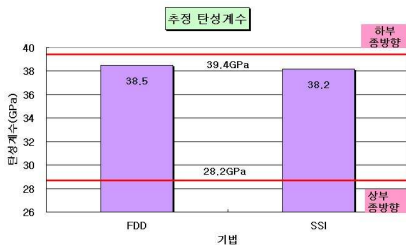


그림 11. 추정 탄성계수 및 정적계측 결과와 비교
현장 계측을 통해 계산된 1~5차 모드의 결과를 이용하여 교량의 탄성계수를 추정하였으며, 거더 상부 및 하부의 증방향으로 설치된 응력계와 변형률계를 이용한 탄성계수 결과와 비교하였

다(그림 11).

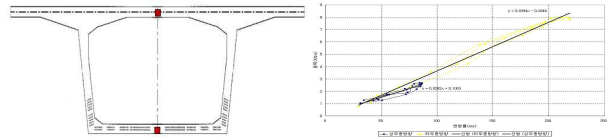


그림 12. 응력계 및 변형률계 위치 및 계측 결과
추정 탄성계수 값은 거더 단면내 설치한 응력계 및 변형률계를 통한 계측 결과값의 범위 내에 있음을 확인하였다. 따라서 본 논문에서 적용한 교량의 상시 진동 데이터를 바탕으로 한 동특성 및 탄성계수 추정법이 구조물의 대략적인 탄성계수 및 이에 따른 구조물의 전체적인 건전도를 파악하는데 도움이 되리라 생각된다.

5. 결 론

본 논문에서는 실제 시공된 콘크리트 교량의 상시 진동을 계측하여 교량의 동특성 및 교량의 전체적인 탄성계수를 추정하였다. 수치 해석 결과, 본 논문에서 적용한 동특성 및 탄성계수 추정법에 대한 적용 가능성을 확인하였으며, 이를 실제 교량에 적용하였다. 계측 결과, FDD 및 SSI 기법 모두 비슷한 고유진동수와 모드 형상을 추출하였다. 고유진동수를 이용한 탄성계수 추정 결과, 정적 계측을 통해 계산된 값의 범위 내에서 추정이 되었다. 따라서, 본 논문에서 적용한 상시 진동 계측을 통한 동특성 및 탄성계수 추정법이 구조물의 전체적인 탄성계수 및 이에 따른 구조물의 건전도를 파악하는데 도움이 되리라 생각된다.

참 고 문 헌

- (1) 김문겸, 임윤복, 박종현, 2002, “입력정보가 배제된 구조물 동특성 응답해석기법을 적용한 실험적 모우드해석에 관한 연구,” 대한토목학회 논문집, 제 22호 제 4A, pp. 925-937
- (2) 이진학, 윤정방, 2003, “구조물의 응답자료만을 이용한 모드계수 추정법에 관한 비교연구,” 대한토목학회 논문집 제 23호 제 2A, pp. 187-201.
- (3) Mais, N. M. M and Silva, J. M. M., 1998, "Theoretical and Experimental Modal Analysis," Research Studies Press