차선최단거리유지이동경로 찾기

나현숙 김정희°
숭실대학교 컴퓨터학부
hsnaa@ssu.ac.kr junghee1013@gmail.com

Finding a Second Best Coverage Path

Hyeon-Suk Na Junghee Kim°
School of Computing, Soongsil University

요 약

사용자가 가능한 센서 가까이에서 이동하는 문제를 최단거리유지문제라 하며, 무선 연결의 안정성을 높이기위해서 두 개의 센서로부터 가까이에 위치하여 사용자가 움직이는 이동경로를 차선최단거리유지이동경로라고 한다. 이 논문에서는 주어진 센서들의 집합 U와 시작점 s, 끝점 t가 주어질 때, s에서 t까지 이르는 경로로서, 가장 가까운 두 개의 센서까지의 거리가 최소인 차선최단거리유지이동경로를 찾는 $O((c^2n+e)\log(c^2n))$-시간 알고리즘을 제시한다. 여기서 c는 집합 U의 하나의 사이트가 갖는 최대 보로노이 선분의 개수이다.

1. 서 론

센서들이 무선 네트워크 환경을 구성하는 경우, 센서들은 무선통신 즉, 전파로 서로 정보를 주고받는다. 전파는 전 방향으로 퍼져서 원모양을 이루며, 이 때 전파의 세기와 전력의 소모는 비례하여 증가하게 된다. 관리자가 센서의 전력을 조절할 때 사용자에게 정보는 전달하되 최대한 전력의 소모를 줄이는 것이 필요하다. 또한 무선 네트워크는 유선 네트워크 환경에 비하여 주변 환경에 의해 정보의 손실이 클 수 있다. 위의 두 이유로 사용자가 가능한 센서 가까이에서 정보를 주고받는 것이 더 효과적임을 알 수 있다. 사용자가 센서 가까이에 위치함으로써 전력의 낭비를 줄일 수 있고, 또한 손실이나 변형이 적은 정확한 정보를 전달 받을 수 있다. 이렇게 사용자가 가능한 센서 가까이에서 이동하는 문제를 최단거리유지문제라 한다. 처음 이 문제는 [1]에서 제시되었으며, 최단거리유지문제뿐만 아니라 최장거리유지문제도 제시하고 있다. [1]에서 제시된 최장거리유지문제는 가장 가까운 센서와의 거리를 최대로 하는 이동경로를 찾는 문제이며, 이 때 사용자의 이동경로는 항상 센서들의 사이를 지나야한다. 최단거리유지문제는 중앙집중적인 방식뿐만 아니라 분산처리방식으로 해결이 되었고[2], [3]에서 최장거리유지문제는 센서 사이를 이동하지 않고 2차원 평면에서 이동경로를 찾는 문제로 제시되고 해결되었다.[3]
무선 네트워크는 유선 네트워크에 비해 잦은 끊김 현상이 발생한다. 이런 현상으로 인한 불편함을 줄이기 위해서 cashing이나, hoarding 기법들이 사용된다.

무선 연결의 안정성을 높이기위해서 두 개의 센서로부터 가까이에 위치하여 사용자가 움직이는 경로를 생각해 볼 수 있다. 이러한 방식으로 움직인다면 연결되어 있는 센서가 갑자기 문제를 일으키더라도 또 다른 센서가 가까이에 있으므로 쉽게 접속이 가능하게 된다. 또한 센서의 입장에서도 사용자와 연결하기 위해서 무리하게 전력을 올릴 필요 없이 사용자와 접속할 수 있다. 이를 차선최단거리유지문제이라 하고, 4장에서부터 효과적으로 차선최단거리를 만족하는 이동경로를 찾는 방법에 대해서 알아볼 것이다. 2장에서는 차선최단거리유지이동경로를 찾기 위해서 미리 알아두어야 할 정보에 대해 살펴보고, 3장에서는 앞서 얘기한 최단거리유지문제, 최장거리유지문제에 대해서 소개한다.

2. 예비지식

(1) 보로노이 다이어그램

이차원 평면을 R^2, 평면위의 두 점 $p,q \in R^2$ 간의 유클리드거리를 $dist(p,q)$나 $\|pq\|$로 표기한다. R^2위의 점집합 $U=\{u_1,u_2,\ldots,u_n\}$가 있을 때, u_i를 사이트(site)라 부른다. 보로노이 다이어그램 $Vor(U)$는 사이트 집합 U에 따라 평면을 나누는 것으로, 평면위의 점들을 그것에 가장 가까운 사이트에게 할당하여 평면을 분할한다.[4] 따라서 평면은 보로노이 영역들과 영역들을 구분 짓는 보로노이 선분, 그리고 보로노이 선분들의 교차점인 보로노이 정점으로 구성된다. 사이트 u_i의 보로노이 영역은 $VR(u_i,U)=\{x \in R^2 \mid dist(x,u_i) \le dist(x,u_j) \text{ for } all\, j \ne i\}$이다. 보로노이 선분은 이웃하는 두 사이트 u_i와 u_j의 수직 이등분선으로 $e(u_i,u_j)$로 표시하며, $e(u_i,u_j)=VR(u_i,U)\cap VR(u_j,U)$이다. $v(u_i,u_j,u_k)$는 보로노이 정점으로서 $v(u_i,u_j,u_k)=VR(u_i,U)\cap VR(u_j,U)\cap VR(u_k,U)$이다. $v(u_i,u_j,u_k)$에서 세 사이트 u_i,u_j,u_k까지의 거리는 모두 같다. 사이트 u_i와 이웃하는 사이트들의 집합, 즉 $\{u_j \in U \mid VR(u_i,U)\cap VR(u_j,U) \ne \varnothing\}$을 $N(u_i)$로 표기한다.

보로노이 다이어그램을 만드는 방법은 분할정복법,

Fortune's algorithm(plain sweep algorithm)등이 있으며, 시간복잡도는 $O(n\log n)$이다.

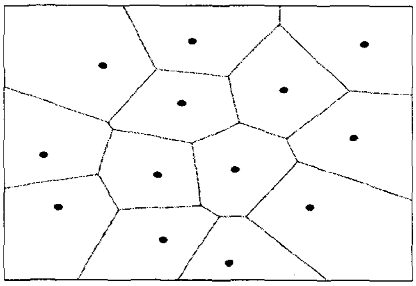

그림 1: 보로노이 다이어그램

(2) 최소볼록집합 (Convex hull)

최소볼록집합 $CH(V)$은 R^2에서 점집합 V가 있을 때, V의 원소를 모두 포함하는 다각형 중, 둘레가 최소인 다각형을 말한다. $CH(V)$은 둘레가 최소일 뿐만 아니라 점집합 V를 모두 포함하는 다각형 중, 면적이 최소이며, 볼록다각형이다. 볼록다각형 P는 다각형 내부의 임의의 두 점을 선택하여 직선으로 연결했을 때, 선분 위의 모든 점이 다시 P에 속한다. 또한 두 개의 볼록 다각형의 교집합 역시 볼록 다각형이다. 점집합 V의 최소볼록집합을 만드는 방법은 여러 가지 존재한다. 그 중 Graham scan, Gift Wrap, Quick Hull 등이 있으며, 시간복잡도는 $O(n\log n)$에서 $O(n^2)$이다. [4]

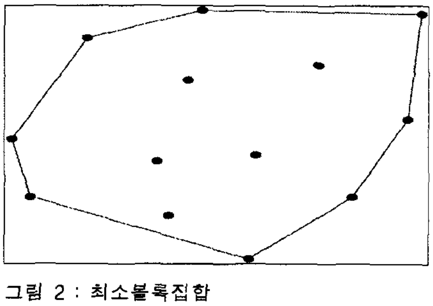

그림 2 : 최소볼록집합

(3) 최단경로를 찾는 알고리즘

간선에 가중치가 주어진 가중치그래프(weighted graph)에서 시작노드에서 도착노드까지 간선을 따라서만 움직일 때 지나간 간선들의 가중치의 합이 최소가 되는 경로를 최단거리 이동경로(Shortest path)라 한다. 시작노드와 도착노드가 주어졌을 때, 최단거리 이동경로를 찾는 알고리즘은 다익스트라 알고리즘(Dijkstra Algorithm)이 있다.[5] 이 방법은 그래프의 노드가 n개가 있을 때에 $O((n+e)\log n)$의 시간이 필요하다. 지정된 시작노드와 도착노드가 없이, 모든 노드에서 다른 모든 노드까지의 최단거리 이동경로를 찾는 방법은 플로이드 알고리즘(Floyd-Warshall Algorithm)이 있으며, 이는 $O(n^3)$의 시간이 필요하다. 이 논문에서는 다익스트라 알고리즘의 Relaxing 부분을 응용하여, 지나간 간선들의 가중치의 "최대값"을 최소로 하는 경로를 찾는다. 이 방법 역시 그래프의 노드가 n개가 있을 때에 $O((n+e)\log n)$의 시간이 필요하다. 최단거리 이동경로는 반드시 한 개만 존재하지는 않는다.

3. 관련 연구

센서 네트워크 환경에서 사용자의 위치와 센서와의 거리는 중요한 요소로 작용한다. 거리와 센서의 전력소모는 비례하므로, 가능한 센서 가까이에서 움직이는 것이 필요하다. 또한 센서끼리 정보를 전달할 때에도 여러 센서를 거치더라도 가능한 가장 가까이 있는 센서에게 정보를 전달하여 보낸다면, 정보의 손실이 적을 것이다. 이런 문제를 최단거리유지문제라 하고, 센서에서 가장 먼 거리를 최소화하는 이동경로를 찾는 문제이다.[2] 최단거리유지문제는 [1]에서 처음 제기되었으며, 딜라노이 삼각형(Delaunay triangulation)을 이용하여 해결하였다. 이는 중앙집중적인 방식이며, 이차원 평면에서 센서의 개수가 n개일 때, $O(n\log n)$의 시간이 요구된다. 최단거리유지문제는 [2]에서 Relative Neighborhood Graph(RNG)를 구성하여 분산처리방식으로도 해결되었다. 이 방법 역시 이차원 평면에서 센서의 개수가 n개일 때, $O(n\log n)$의 시간이 요구된다. 또한 최단거리유지이동경로이면서도 이동경로의 총 길이를 짧게 하는 방법에 대해서도 논의하고 있다.

최장거리유지문제는 센서로부터 가장 가까운 거리를 최대화 하는 경로를 찾는 문제이다. 이는 처음 [1]에서 최단거리유지문제와 함께 제기되었고, 보로노이 다이어그램을 이용하여 해결하였다. 이 경로는 항상 센서사이를 지난다. [4]에서는 센서로부터 가장 가까운 거리를 최대화 하는 경로를 무한한 평면에서 찾는 문제이며, 이 때 이동경로는 항상 센서의 사이를 지날 필요는 없으므로, 먼저 제시된 경로보다 더 나은 최장거리값을 갖는다.

4. 본 론

(1) 정 의

■ 주어진 점집합 A와 B에 대해서, A에서 B까지의 차선최단거리(2nd Best Coverage Distance)는 다음과 같다.

$$2ndBestCD(A,B) = \max_{a \in A}(dist(a,b_1), dist(a,b_2))$$

여기서 $b_1, b_2 \in B$이며, b_1은 a와 가장 가까운 점, b_2는 a와 두 번째로 가까운 점이다.

■ 주어진 두 점 s, t와 점집합 U에 대해서, s에서 t까지의 차선최단거리길이(2nd Best Coverage Path Length)는

$$2ndBestCPL(U,s,t) = \min_{\Phi:\ s\text{에서 }t\text{까지 임의의 }path} 2ndBestCD(\Phi, U)$$

이고, s에서 t까지 이동경로 Φ중에서, $2ndBestCD(\Phi, U) = 2ndBestCPL(U,s,t)$인 이동경로 Φ를 차선최단거리유지이동경로(2nd Best Coverage Path)라고 한다.

(2) 알고리즘

다음 알고리즘은 R^2에서 센서들의 집합 $U=\{u_1,\cdots,u_n\}$와 시작점 s, 도착점 t가 주어질 때, 차선최단거리유지이동경로 Π^*를 찾는다.

- Step0: U와 시작점 s, 도착점 t를 점집합으로 최소볼록집합, $CH(U\cup\{s,t\})$ 을 그린다. $U\cup\{s,t\}$ 을 U^+라 표기한다.
- Step1: U를 사이트집합으로 하는 보로노이 다이어그램 $Vor(U)$를 그린다. $G:= Vor(U)\cap CH(U^+)$라 하자.
- Step2: U의 모든 사이트 u_i에 대해서 다음을 실행한다.
  - u_i에 대해서 $VR(u_i, U)$의 정점마다 u_i와의 거리를 구하고, 그 중 가장 긴 길이를 r이라 하자. 즉, $r= max_{\ x\in VR(u_i,U)}dist(u_i,x)$이다.
  - $N(u_i)$를 찾아서, $N(u_i)$의 임의의 두 사이트 v, w에 대해서, $\overline{vw}\cap VR(u_i,U)\neq\varnothing$이고, $\frac{1}{2}dist(v,w)$가 r보다 작다면, $e(u_i,v)$와 $\overline{vw}$이 교차하는 점 a와 $e(u_i,w)$와 $\overline{vw}$이 교차하는 점 b를 찾아, G에 $\overline{ab}$를 추가한다. $G:= G\cup\overline{ab}$.
- Step3: 시작점 s가 그래프 G의 어떤 간선 $\overline{xy}$에 놓여있다면, $G:=(G\setminus\overline{xy})\cup\overline{xs}\cup\overline{sy}$.
- Step4: 시작점 s가 어떤 사이트 u의 보로노이 영역 $VR(u,U)$ 내부에 존재한다면, $N(u)$의 모든 원소 w에 대해서, 다음을 수행한다: $\overline{sw}$와 $VR(u,U)$의 선분이 만나는 점 c에 대해 $G:= G\cup\overline{sc}$. 이렇게 추가된 그래프 G의 간선 $\overline{sc}$들을 Type-s 간선이라 한다.
- Step5: 도착점 t에 대해서 Step4를 반복하고, 이렇게 추가된 G의 간선들을 Type-t라 한다.
- Step6: Step1-5의 방법으로 만들어진 그래프 G에 대해, 각 간선에 가중치를 할당한다. G의 노드들은 Step2-5에 의해서 추가된 점들과 $Vor(U)$의 정점들이며, 간선은 연결되어 있는 모든 선을 말한다. G의 간선 중 보로노이 선분에 대해서는, 선분의 양 끝점 중 선분이 속해 있는 사이트와의 거리 중 더 먼 거리를, Step 2에 의해서 추가된 간선들, 즉 $N(u_i)$에 속한 이웃 사이트 v, w 연결선의 부분집합 $\overline{ab}$들에 대해서는, $\frac{1}{2}dist(v,w)$을 가중치로 할당한다. Type-s인 $\overline{sc}(\overline{sc}\in\overline{su_s})$는 s와 연결된 사이트 u_s의 거리인 $dist(s,u_s)$를 가중치로 할당한다.
- Step7: 최단경로 알고리즘(G,s,t)를 응용하여, s로부터 t까지 도달하는 G안의 경로들 중, "이동경로를 통해 지나는 간선들의 최대 가중치 값이 가장 작은 경로"를 찾는다.

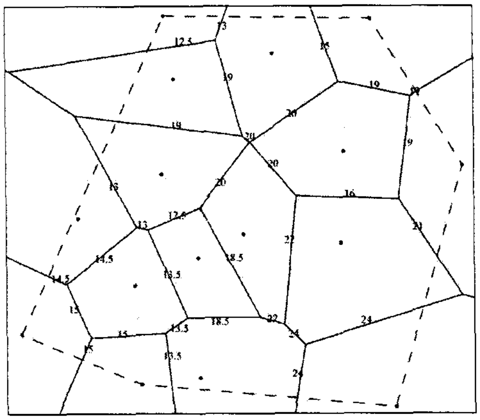

그림 3: 최소볼록집합 내부에 보로노이 다이어그램과 간선의 가중치

(3) 증명

위의 알고리즘 $2ndBCP(U,s,t)$를 통해서 찾은 이동경로가 $2ndBestCPL(U,s,t)$를 만족하는 경로임을 이 절에서 보일 것이다. $2ndBCP(U,s,t)$를 통해서 얻은 경로를 Π*라 하자. s에서 t까지 도달하는 임의의 경로 Π에 대해, $\Pi_u = VR(u,U)\cap\Pi\neq\varnothing$인 모든 사이트 u에 대해서, $2ndBestCD(\Pi', U)\leq 2ndBestCD(\Pi_u, U)$인 Π'이 G안에 존재함을 보이면 된다.

Lemma 1.
Π*는 $U\cup\{s,t\}$의 최소볼록집합 내부에 존재한다.

Proof. $U\cup\{s,t\}$의 최소볼록집합을 $CH(U^+)$라 하며, $CH(U^+)^c$ 있는 경로를 $\dot{\Pi}$라 한다.
$\dot{\Pi}$위의 임의의 한 점 p의 가장 가까운 사이트 v_1와 두 번째로 가까운 사이트 v_2를 찾는다. p를 두 사이트의 연결선 $\overline{v_1v_2}$의 선대칭한 점을 p'이라 한다. $\dot{\Pi}$의 모든 점을 위와 같이 옮긴 경로를 $\dot{\Pi}'$이라 한다. $\dot{\Pi}$의 차선최단거리는 $\max_{p\in\dot{\Pi}}(dist(p,v_1), dist(p,v_2))$이며, $\dot{\Pi}'$의 차선최단거리는 $\max_{p\in\dot{\Pi}'}(dist(p,v_1), dist(p,v_2))$와 같다. 뿐만 아니라, $CH(U^+)$

의 내부 사이트에 의해서 차선최단거리는 더 작아질 수 있다. 따라서 $CH(U^{+})^{c}$의 경로인 $\dot{\Pi}$의 차선최단거리는 $CH(U^{+})$의 경로 $\dot{\Pi}'$의 값보다 더 크거나 같다. (끝)

Lemma2. 사이트 u의 $N(u)$의 집합을 시계 방향으로 $v_1, v_2, \dots, v_m$으로 순서를 매겼을 때, 이웃한 두 사이트 $\overline{v_i v_{i+1}}$가 $VR(u,U)$의 내부를 지나간다면, G에 항상 존재한다.

Proof. 위의 Lemma는 "u의 이웃한 두 사이트 $\overline{v_i v_{i+1}}$가 $VR(u,U)$의 내부를 지나간다면, (즉, $\overline{v_i v_{i+1}} \cap VR(u,U) \neq \varnothing$일 때) $\frac{1}{2}dist(v_i,v_{i+1})$는 r보다 항상 작거나 같다"와 같다.

$\frac{1}{2}dist(v_i,v_{i+1}) > r$ 라고 가정하자. r의 정의에 의하여 $dist(u,v(u,v_i,v_{i+1})) \leq r$ 이다. v_i와 v_{i+1}의 수직 이등분선 $e(v_i,v_{i+1})$위에 $\frac{\overline{v_i v_{i+1}}}{2}$이 놓여 있고, $v(u,v_i,v_{i+1})$도 있다.

$$\frac{\|\overline{v_i v_{i+1}}\|}{2} = \frac{1}{2}dist(v_i,v_{i+1}) \leq dist(v_i,v(u,v_i,v_{i+1}))$$

따라서 $\frac{1}{2}dist(v_i,v_{i+1}) < dist(u,v(u,v_i,v_{i+1})) \leq r$이므로, 위의 가정과 모순된다. (끝)

Lemma3. s에서 t까지 도달하는 임의의 이동경로인 Π에 대해, $\Pi_u = VR(u,U) \cap \Pi \neq \varnothing$인 임의의 사이트 u에 대해서, $2ndBestCD(\Pi', U) \leq 2ndBestCD(\Pi_u, U)$인 경로 $\Pi' \subseteq G$이 존재한다.

Proof. $\Pi_u = VR(u,U) \cap \Pi$의 시작점과 도착점을 I과 F라 하자. Π'은 I에서 출발하여 F까지 Π_u가 지난 영역들을 G의 간선을 따라 이동한 경로로 놓자.

U를 사이트집합으로 한 보로노이 다이어그램 $Vor(U)$와 $U \setminus \{u\}$를 사이트집합으로 한 보로노이 다이어그램을 $Vor(U/\{u\})$라 한다. 이 때, $VR(u,U)$와 $Vor(U/\{u\})$을 교집합하면, $VR(u,U)$이 $Vor(U/\{u\})$에 의해 분할된다. 나눠진 영역은 $N(u) = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$의 사이트 v_i의 보로노이 영역 $VR(v_i, U \setminus \{u\})$에 속한다.(그림 4) 따라서 U의 사이트들 중, Π_u에 가장 가까운 사이트는 u이고, 두 번째로 가까운 사이트는 $N(u)$의 원소 중 하나이므로, Π_u의 U에 대한 차선최단거리의 값은 $N(u)$중 가장 가까운 사이트에 의해서 결정된다.

i) Π_u가 그림 5와 같이 $Vor(U/\{u\})$에서 $VR(v, U/\{u\})$외에 다른 영역을 지나지 않는 경우, 즉 $VR(u,U) \cap \Pi_u \subseteq VR(v, U/\{u\})$인 경우에는, Π_u의 차선최단거리는 v와의 가장 먼 거리에 의해서 결정된다. 따라서 $\|Iv\|$, $\max_{p \in \Pi_u}\|pv\|, \|Fv\|$ 중에 가장 긴 길이 값이 Π_u의 차선최단거리이다. 즉, $2ndBestCD(\Pi_u, U) = \max_{p \in \Pi_u}(\|Iv\|, \|pv\|, \|Fv\|)$이다. Π'을 보면, 시작점 I와 도착점 F가 모두 $e(u,v)$위에 존재하기 때문에 $\Pi' \subseteq e(u,v)$이고, $2ndBestCD(\Pi', U) = \max_{p \in \Pi'}(\|Iv\|, \|pv\|, \|Fv\|) = \max(\|Iv\|, \|Fv\|)$이다. 따라서 Π'의 차선최단거리는 적어도 Π_u의 차선최단거리보다 작거나 같다. (그림 5 참고)

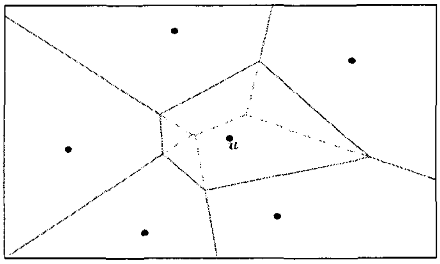

그림 4: $VR(u,U)$(solid line)과 $Vor(U/\{u\})$ (dash line)의 교집합으로, $VR(u,U)$가 $VR(v, U \setminus \{u\})$에 의해 $N(u)$의 보로노이 영역들로 나누어진 모습

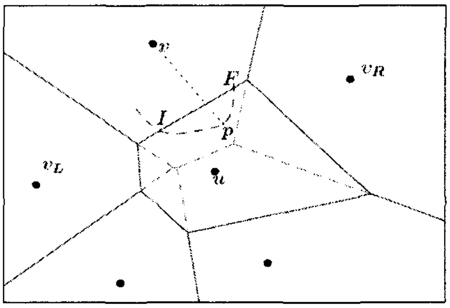

그림 5: Π_u가 $VR(u,U) \cap VR(v, U/\{u\})$을 지나는 경우

ii) Π_u가 그림 6과 같이 $N(u)$의 여러 원소의 영역을 지나는 경우, 시작점 I에서부터 도착점 F까지 지나는 $N(u)$의 사이트를 시계방향에 따라 $v_1, v_2, \dots, v_m$으로 순서를 매긴다. $e(u,v_1)$와 Π_u의 교점을 $I = p_0$라 하고, $Vor(U/\{u\})$의 선분들 $e(v_i,v_{i+1})(1 \leq i < m)$와 Π_u의 교점을 차례로 $p_1, \dots, p_{m-1}$이라 한다. $e(u,v_m)$과 Π_u의 교점은 $F = p_m$이라 하면, Π_u의 p_i에서 p_{i+1}까지$(0 \leq i < m)$ path는 v_{i+1}와의 거리에 의해서 차선최단거리값이 결정된다. p_0와 p_m은 보로노이 선분 $e(u,v_1)$, $e(u,v_m)$에 각각 존재하고, $p_1, \dots, p_{m-1}$는 $VR(u, U/\{u\})$내부에 놓여 있다.

G와 $Vor(U/\{u\})$의 선분들 $e(v_i,v_{i+1})(1 \leq i < m)$의 교점을 $q_1, \dots, q_{m-1}$이라 하며, $I = q_0$이고, $F = q_m$일 때, q_0에서 q_m까지 G의 부분집합으로 이루어진 경로를 Π'이라 한다. $\Pi' \subseteq G$으로 Π'은 보로노이 선분과 $N(u)$의 두 원소의 연결선 $\overline{v_i v_j}$ $(i \neq j, 1 \leq i,j \leq m)$으로 이루어져 있다. Π'의 q_i에서 q_{i+1}까지의$(0 \leq i < m)$ 경로는 v_{i+1}와의 거리에 의해서 차선최단거리값이 결정된다.

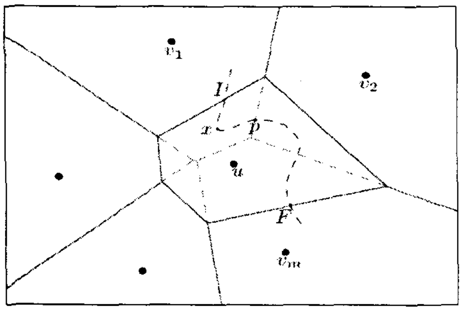

그림 6: Π_u가 $VR(v_1, U/\{u\})$ $VR(v_2, U/\{u\}),\ldots, VR(v_m, U/\{u\})$을 지나는 경우

p_0에서 p_1까지 Π_u의 경로를 $\Pi_u|v_1$이라 하며, $\Pi_u|v_1$의 차선최단거리값은 $\max_{x\in \Pi_u|v_1}(\|p_0v_1\|,\|xv_1\|,\|p_1v_1\|)$이다. q_0에서 q_1까지 Π'의 경로를 $\Pi'|v_1$이라 하자. p_1과 q_1은 모두 $e(v_1,v_2)$위의 점이다. q_1은 $VR(u,U)$의 선분위에 놓여 있고, p_1은 $VR(u,U)$의 내부에 놓여 있다.

v_1과 v_2 사이에 다른 이웃 센서가 없을 때,

- $e(v_1,v_2)$위에 점으로 q_1이 $v(u,v_1,v_2)$일 때, $\Pi'|v_1 \subseteq e(u,v_1)$이다. 따라서 $\Pi'|v_1$의 차선최단거리는 $\max_{x\in \Pi'|v_1}(\|p_0v_1\|,\|q_1v_1\|)$이다.
- $\overline{v_1v_2}$가 $VR(u,U)$의 외부에 존재한다면($\overline{v_1v_2}\cap VR(u,U)=\varnothing$), $dist(v_1,p_1) > dist(v_1,q_1)$이다. (그림 8 참고)
- $\overline{v_1v_2}$가 $VR(u,U)$의 내부를 지나간다면, ($\overline{v_1v_2}\cap VR(u,U)\neq\varnothing$), $\overline{v_1v_2}\cap VR(u,U)$가 G에 존재한다. 따라서 q_1은 $\overline{v_1v_2}\cap e(v_1,v_2)$이다. q_1은 $\overline{v_1v_2}$위의 점으로 v_1과 v_2으로 이동하는 차선최단거리유지이동경로이므로, $dist(v_1,p_1) > dist(v_1,q_1)$이다.

v_1과 v_2 사이에 다른 이웃 센서집합들 $Z=\{z_1,\ldots,z_l\}$가 있을 때, v_1에서 q_1까지의 차선최단거리는 $\max_{x\in \Pi'|v_1, z_i\in Z(1\le i\le l)}(\|p_0v_1\|,\|v_1,v(v_1,z_1,u)\|,\|z_i,v(z_i,z_{i+1},u)\|)$이다 .$G$에 $\overline{v_1v_2}$가 없는 경우, $\max_{x\in \Pi_u|v_1}(\|p_0v_1\|,\|xv_1\|,\|p_1v_1\|)$는 r보다 크나, $\|v_1,v(v_1,z_1,u)\|$과 $\|z_i,v(z_i,z_{i+1},u)\|$의 값은 모두 r보다 작다. G에 $\overline{v_1v_2}$가 있다면, $\frac{1}{2}dist(v_1,v_2)$가 차선최단거리이므로, $dist(v_1,p_1) > dist(v_1,q_1)$이다.

따라서 $\max_{x\in \Pi_u|v_1}(\|p_0v_1\|,\|xv_1\|,\|p_1v_1\|) \geq \max_{x\in \Pi'|v_1}(\|p_0v_1\|,\|q_1v_1\|)$이므로 $\Pi_u|v_1$의 차선최단거리는 $\Pi'|v_1$보다 크다.

앞의 경우는 Π_u를 p_i와 p_{i+1} 구간으로 나눴을 때 한 점은 보로노이 선분 위의 점이고 한 점은 보로노이 영역 내부에 있을 때를 보였다. 이제 Π_u가 모두 $VR(u,U)$의 내부에 놓여 있을 때를 보인다.

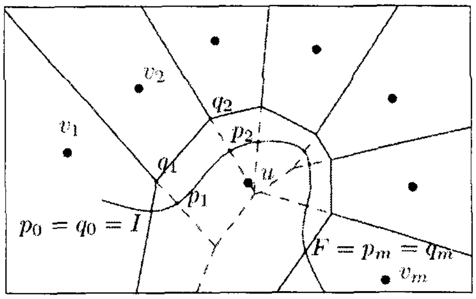

그림 7: Π_u를 $p_0,p_1,\ldots,p_m$으로, Π'은 $q_1,q_2,\ldots,q_m$으로 나누어진 모습

p_{i-1}에서 p_i까지 Π_u의 경로를 $\Pi_u|v_i$이라 하며, $\Pi_u|v_i$의 차선최단거리는 $\max_{x\in \Pi_u|v_i}(\|p_{i-1}v_i\|,\|xv_i\|,\|p_iv_i\|)$이다. $\Pi'|v_i$는 q_{i-1}에서 q_i까지 구간이며, 이 때 차선최단거리는 $\max_{x\in \Pi'|v_i}(\|q_{i-1}v_i\|,\|q_iv_i\|)$이다. p_{i-1}와 q_{i-1}는 $e(v_{i-1},v_i)$위의 점이고, p_i,q_i는 $e(v_i,v_{i+1})$위의 점이다. p_{i-1}, p_i는 $VR(u,U)$의 내부에 놓여 있고, q_{i-1}과 q_i는 보로노이 정점 이거나, $\frac{\overline{v_{i-1}v_i}}{2}$, $\frac{\overline{v_iv_{i+1}}}{2}$이다.

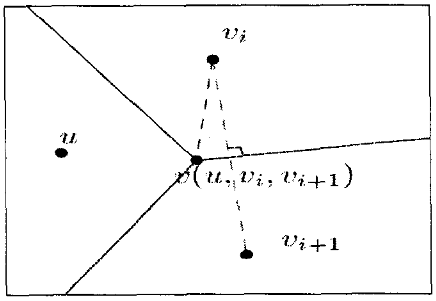

그림 8: $\overline{v_iv_{i+1}}$이 $VR(u,U)$의 영역을 지나지 않을 때, $v(u,v_i,v_{i+1})$는 $VR(u,U)$의 내부의 점보다 v_i(또는 v_{i+1}) 가까움

- q_i가 보로노이 정점 $v(u,v_i,v_{i+1})$인 경우는, $\overline{v_iv_{i+1}}$가 $VR(u,U)$의 외부에 존재할 때이다. ($\overline{v_iv_{i+1}}\cap VR(u,U)=\varnothing$), p_i는 $VR(u,U)$의 내부에 있으므로, $dist(v_i,p_i) > dist(v_i,q_i)$이다.
- $\overline{v_iv_{i+1}}$가 $VR(u,U)$의 내부를 지나간다면, ($\overline{v_iv_{i+1}}\cap VR(u,U)\neq\varnothing$), $\overline{v_iv_{i+1}}\cap VR(u,U)$가 G에 있으므로, q_i은 $\overline{v_iv_{i+1}}\cap e(v_i,v_{i+1})$로 $\frac{\overline{v_iv_{i+1}}}{2}$이다. q_i은 $\overline{v_iv_{i+1}}$를 따라 이동하는 차선최단거리유지이동경로이므로, $dist(v_i,p_i) \geq dist(v_i,q_i)$이다. 따라서 $\max_{x\in \Pi_u|v_i}(\|p_{i-1}v_i\|,\|xv_i\|,\|p_iv_i\|) > \max_{x\in \Pi'|v_i}(\|q_{i-1}v_i\|,\|q_iv_i\|)$으 로 ,

$\Pi_u|v_i$보다 $\Pi'|v_i$의 차선최단거리값이 더 작다.(끝)

Lemma 4. 시작점 s가 $VR(u \backslash e(u,v_i))$ $(v_i \in N(u))$에 있다면, $N(u)$의 모든 원소와 s를 연결한 선분을 따라 이동했을 때, 차선최단거리를 갖는다.

Proof.

U를 사이트집합으로 한 보로노이 다이어그램 $Vor(U)$이고, s가 $VR(u) \backslash e(u,v_i)$ $(v_i \in N(u))$에 있을 때, $U \backslash \{u\}$를 사이트집합으로 한 보로노이 다이어그램을 $Vor(U \backslash \{u\})$라 한다. $Vor(U/\{u\})$에서 s는 $N(u)$의 보로노이 영역에 속하므로 $N(u)$ 중의 한 사이트에 의해 차선최단거리가 결정된다. 사이트와 한 점과의 가장 가까운 거리는 직선거리이므로, s와 $N(u)$의 모든 원소, $\{v_1, v_2, \ldots, v_m\}$과의 직선거리를 따라 이동했을 때 차선최단거리를 갖는다.

도착점 t 역시 위와 같은 방식에 의해서 성립된다. (끝)

(4) 시간복잡도

위 알고리즘은 먼저 센서들의 집합과 시작점, 도착점을 포함한 최소볼록집합을 그리고, 그 내부에 보로노이 다이어그램을 그린다. 그리고 각 사이트의 보로노이 영역을 변환하여 그래프를 재구성하고, 간선에 가중치를 할당, 최단경로를 찾는 과정으로 구분되어진다. 센서의 개수가 n일 때, R^2에서 최소볼록집합과 보로노이 다이어그램은 $O(n\log n)$의 시간이 필요하며, 그래프를 변환하기 위해 $O(c^2 n)$이 필요하다. 이 때 c는 $N(u)$의 원소 개수이며, 이 과정을 통해서 그래프의 노드와 간선의 개수가 바뀐다. 가중치를 할당하는 과정은 상수시간, $O(1)$의 시간이 필요하다. 그래프는 최대 $2c^2 n + n$의 노드를 갖게 되며, 간선의 개수는 $3c^2 n + e$이다. 다익스트라 알고리즘을 응용하여 차선최단거리유지이동경로를 찾기 위해서 $O((c^2 n + e)\log(c^2 n))$이 요구된다. 따라서 총 요구 시간은 $O((c^2 n + e)\log(c^2 n))$이다.

5. 결 론

센서들의 집합과 사용자의 이동 경로에서 센서와의 거리는 중요한 요소로 작용한다. 거리가 멀수록 정보의 손실이 크고, 또한 각 센서는 사용자와의 접속을 유지하기 위해서 더 많은 전력을 필요로 한다. 따라서 가능하다면 사용자와 센서와의 거리를 짧게 줄이는 것이 필요하다. 또한 접속 중 센서에 문제가 생겼을 경우, 다른 센서와의 연결을 용이하도록 하기위해, 또 다른 센서와의 거리를 가깝게 유지하는 것이 필요하다. Our Work에서 센서들의 집합이 있을 때 가까운 두 개의 센서로부터 먼 거리를 최소화하는 이동경로를 차선최단거리유지이동경로라 정의하고, 찾는 방법을 제시하였다. 센서들을 사이트로 보로노이 다이어그램 구성하고 보로노이 영역을 변환하여 그래프를 재구성한 뒤 차선최단거리유지이동경로를 찾는다. 이 방법은 총 $O((c^2 n + e)\log(c^2 n))$의 시간을 요구하며, 최적의 경로를 찾아준다. 최적의 차선최단거리유지이동경로를 찾음으로서 사용자는 센서 사이를 이동하면서 무선 네트워크의 잦은 끊김, 불필요한 전력 소모 등 불안정성을 보장받는다.

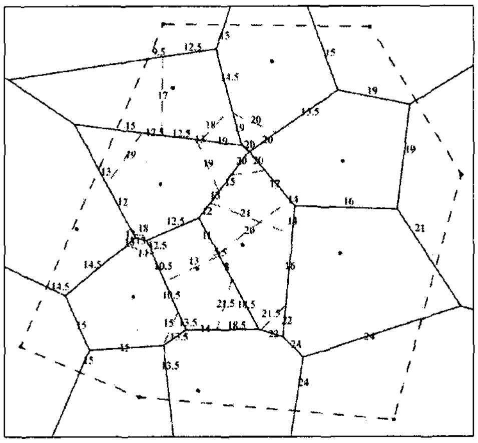

그림 9 : 보로노이 영역을 수정 후의 그래프와 가중치

6. 참고문헌

[1] S.Meguerdichian, F.Koushanfar, M.Potkonjak, M.B.Srivastava. Coverage Problems in Wireless Ad-hoc Sensor Networks. IEEE INFOCOM 2001, p. 1380-1287.

[2] X.-Y.Li, P.-J.Wan, O.Frieder. Coverage in Wireless Ad Hoc Sensor Networks. IEEE Transactions on Computers, Vol. 52 (6), 2003

[3] D.P.Mehta, M.A.Lopez, L.Lin. Optimal Coverage Paths in Ad-hoc Sensor Networks. IEEE Intern. Conf. on Comm. 2003, p. 507-511.

[4] J.O'Rourke. Computational Geometry in C. 2nd eds., Cambridge, 1998.

[5] T.H.Cormen, C.E.Leiserson, R.L.Rivest, C.Stein. Introduction to Algorithms, 2nd eds., MIT, 2000.

7. 부 록

- Dijkstra Algorithm

$RELAX(u,v,w)$

  if $d[v] > d[u] + w(u,v)$

    then $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$