감마 CT 영상재구성을 위한 반복적인 방법의 가중치 함수비교

이나영° 정성희 김종범 김진섭 김재호
한국원자력연구원
nayoung°@kaeri.re.kr, shjung3@kaeri.re.kr, jong@kaeri.re.kr, kverity@kaeri.re.kr, jhkim8@kaeri.re.kr

Comparison of Weight Functions in Iterative Technique for Image Reconstruction of Gamma-ray CT

Nayoung Lee° Sunghee Jung Jongbum Kim Jinsup Kim Jaeho Kim
Korea Atomic Energy Research Institute

요 약

일반적으로 x선 CT는 물체 투과율이 짧기 때문에 대형 산업공정 내부의 영상진단 시 대상체는 금속으로 구성되어 있으며 내부는 액체, 고체, 기체 등 고밀도 물질이 포함되어 있어 계측이 어렵다. 따라서 본 논문에서는 물체 투과율이 x선에 비해 긴 감마선을 사용하였다. 대형 산업공정 내부의 단면영상을 재구성하기 위하여 반복적인 영상재구성 방법의 가중치 함수를 비교하였다. 실험 결과를 통하여 감마 CT 영상에서 빔 통과 여부에 따른 가중치 함수보다 빔 길이나 면적에 의한 가중치 함수로 복원할 경우, 원 영상과 유사함을 확인하였다.

1. 서 론

일반적으로 대형 산업공정 내부의 영상진단 시 대상체는 금속으로 구성되어 있으며 내부는 액체, 고체, 기체 등 고밀도 물질이 포함되어 있기 때문에 x선으로 계측하기 어렵다[1,2,3]. 따라서 본 논문에서는 대형 산업공정 내부의 단면영상을 재구성하기 위하여 감마선을 사용하였다.

물체의 단면을 영상화하는 CT는 투영 데이터(projection data) 수집 과정과 영상재구성(image reconstruction) 과정으로 이루어진다.

영상재구성 알고리즘은 크게 변환(transform) 기반의 방법과 반복적인(iterative) 방법으로 구분 할 수 있다[3]. 변환 기반의 방법에는 대표적으로 2D-FT(Two Dimensional Fourier Transform), BP(Back Projection), FBP(Filtered Back Projection)등이 있다[7]. FT는 central slice 이론을 통하여 극 좌표계로 표현되므로 극 좌표계에서 직각 좌표계로 변환 시 보간(interpolation) 과정을 필요로 한다. 따라서 복원된 영상은 열화(degradation)를 수반한다. BP는 투영 데이터를 얻은 방향 쪽으로 대상체가 있는 영역 내의 모든 픽셀에 투영 데이터 값을 써 주는 과정이다. 여러 각도의 투영 데이터가 있을 경우, 각 방향으로 BP를 수행하면서 픽셀 값을 더해 나가는 방법이다. 따라서 BP의 view수가 많을수록 영상의 질은 향상되지만, view수가 무한히 많아져도 원 영상으로 복원되기 어렵다. FBP는 계측데이터(measurement data)가 많은 경우, 반복적인 영상재구성 방법보다 영상재구성 시간이 단축되어 효율적이다. 그러나 계측데이터가 적은 경우, 간섭현상(artifact)이 발생하는 문제점이 있다. 반복적인 영상재구성 방법에는 대표적으로 ART(Algebraic Reconstruction Techniques), SIRT (Simultaneous Iterative Reconstructive Technique), EM(Expectation Maximization)등이 있다[3]. ART는 투영법의 하나로 매 반복 단계마다 연립방정식을 이루는 각 평면상에 순차적인 투영을 통해 모델변수를 갱신하는 것임에 반해 SIRT는 초기치의 한 점에서 모든 평면상에 투영하여 투영 벡터들의 평균을 다음 단계의 초기 치로 활용한다. 이러한 과정을 반복하면서 해를 구하는 과정으로 계측데이터가 적어도 간섭현상이 발생하지 않으나, 계측데이터가 많을수록 연산시간이 커지는 문제점이 있다. EM 알고리즘은 최소 대가함수(minimum cost function)를 만족하는 매개변수들의 최대 가능성(maximum likelihood)을 추정한다. 이는 정보가 직접적으로 얻어지지 않고 다른 관측 가능한 변수를 통해 획득할 수 있으므로, 관심의 대상이 되는 정보를 관측 가능한 변수의 공간을 통하여 추정하는 통계적 방법이다. 여기서 매개변수들은 관측된 값들에서 다수 대 일(many-to-one) 대응관계의 분포를 갖는다. EM은 관측 가능한 변수의 공간에 일 대 일 대응으로 정보가 관계되어 있지 않더라도 원하는 정보를 추정할 수 있는 장점이 있다. 따라서 본 논문에서는 반복적인 영상재구성 방법 중 EM 기법을 적용하여 가중치 함수를 비교하였다.

본 논문은 5장으로 구성되며 주요내용은 다음과 같다. 2장에서는 반복적인 영상재구성 방법에 대하여 설명하며

3장에서는 가중치 함수에 대하여 기술한다. 그리고 4장에서는 가중치 함수에 따른 영상재구성 결과를 보여준다. 마지막으로 결론에 대하여 기술한다.

2. 반복적인 영상재구성 방법

일반적으로 의료영상에서는 많은 수의 계측데이터를 효율적으로 처리할 수 있는 변환 기반의 방법이 사용된다. 그러나 변환 기반의 방법을 실 규모의 현장에 적용할 경우, process 설비에 부착된 pipe line, platform, 제어장치 등으로 인하여 계측이 불가능한 사각 지역이 발생할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 제한된 raysum 측정치와 불규칙한 데이터에 효과적인 방법인 반복적인 영상재구성 방법을 사용하였다.

반복적인 영상재구성 방법에는 대표적으로 ART (Algebraic Reconstruction Techniques), SIRT (Simultaneous Iterative Reconstructive Technique), EM(Expectation Maximization)이 있다.

2.1 ART(Algebraic Reconstruction Technique)

ART는 계측된 투영 데이터로부터 감쇄(attenuation)계수를 표시하는 이미지맵의 픽셀을 변수로 설정한 후, 선형방정식으로 풀어나가는 방법이다[1].

감쇄계수(f)와 계측데이터(g)는 식 (1)과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & . & . & h_{1N} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & . & . & h_{2N} \\ . & . & . & . & . & . \\ h_{i1} & . & . & h_{ij} & . & h_{iN} \\ . & . & . & . & . & . \\ h_{M1} & h_{M2} & h_{M3} & . & . & h_{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ . \\ . \\ . \\ f_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ . \\ . \\ . \\ g_M \end{bmatrix} \quad (1)$$

식 (1)에서 f_j는 $1 \times N$의 행렬로 표시되는 감쇄계수를 나타낸다. 이때, N은 영상의 크기를 나타내며, j는 1부터 N까지의 정수로 표현된다. 그리고 M개의 계측된 raysum 행렬은 $1 \times M$의 행렬로 표현할 수 있으며 g_i라 정의한다.

식 (1)은 식 (2)로 다시 표현 할 수 있으며, H는 $M \times N$크기의 가중치 행렬을 나타낸다.

$$H \times f = g \quad (2)$$

그림 1은 일반적인 ART의 구조도를 보여준다. 초기 추정 값으로 시작해서 추정 값과 가중치 함수를 곱하여 투영된 값을 계산한다. 그리고 계측된 투영 값과 비교해 오차를 계산하여 초기 추정 값을 보정한다. 보정된 값을 다시 초기 값으로 하여 반복적인 과정을 통해 영상을 재구성하는 방법으로 한 번에 한 경로에 대해서만 보정 값을 계산하는 문제점을 가지고 있다.

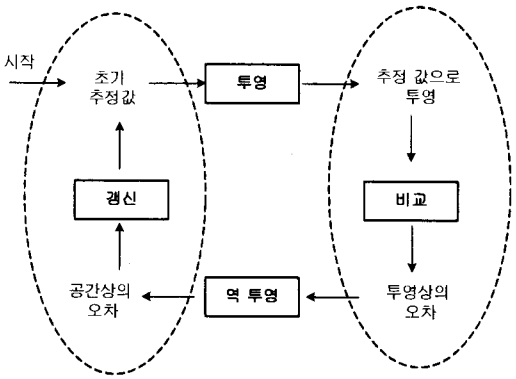


그림 1. 일반적인 ART의 구조도

2.2 SIRT(Simultaneous Iterative Reconstruction Technique)

SIRT는 주어진 영역을 통과하는 모든 ray에 대한 보정값을 동시에 계산한다. 그리고 모든 영역에 대한 보정값이 계산되면 이를 각 영역에 대해 일시에 보정한다. 이러한 과정을 반복하여 오차를 줄여나가는 방법이다. 계측데이터가 작아도 간섭현상이 발생하지 않지만, 계측데이터가 많을수록 연산 시간이 커지는 문제점을 가지고 있다.

2.3 EM(Expectation-Maximization)

EM 알고리즘은 최소 대가함수를 만족하는 매개변수들의 최대 가능성을 추정한다. 이는 정보가 직접적으로 얻어지지 않고 다른 관측 가능한 변수를 통하여 획득 할 수 있으므로 관심의 대상이 되는 정보를 관측 가능한 변수의 공간을 통해 추정하는 통계적 방법이다. 여기서 매개변수들은 관측된 값들에서 다수 대 일(many-to-one) 대응관계의 분포를 갖는다. 즉, 관측 가능한 변수의 공간에 일 대 일 대응으로 정보가 관계되어 있지 않더라도, 원하는 정보를 추정할 수 있는 장점이 있다.

감마 CT의 EM 방정식은 식 (3)과 같이 정의된다.

식 (3)에서 h는 가중치를 나타내며, g는 계측데이터를 나타낸다. 그리고 f는 감쇄계수를 의미한다.

$$f_j^{(n+1)} = f_j^{(n)} \frac{\sum_{i=1}^{M} (I_0 e^{(-\sum_{k=1}^{N} h_{ik} f_k^{(n)})} \cdot h_{ij})}{\sum_{i=1}^{M} I_i \cdot h_{ij}} \quad (3)$$

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\sum_{j=1}^{N} h_{ij} f_j} \quad \text{(Algebraic formulation)}$$

3. 가중치 함수

본 논문에서는 반복적인 감마 CT 영상재구성을 위하여 다양한 가중치 함수 중에서 가장 많이 사용되는 3가지 방법으로 가중치 함수를 비교한다.

3.1 빔 통과 여부에 따른 가중치 함수

빔 통과 여부에 따른 가중치 함수는 빔이 통과 했을 때만 가중치를 부여하는 방법으로 가장 간단하고 쉽다.

식 (4)는 가중치 함수(h)로 i 번째 빔이 j번째 픽셀을 통과하면 1, 그렇지 않으면 0으로 설정한다.

$$h_j(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{if } inside\ the\ jth\ pixel \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (4)$$

빔 통과 여부에 따른 가중치 함수는 빔 폭이 작고 영상 크기가 클 때, 적용 가능하다. 그러나 빔 폭이 작거나 영상 크기가 작으면 quantification error가 생겨 계단현상(aliasing)이 발생하는 문제점을 가지고 있다.

3.2 빔 통과 길이 기반의 가중치 함수

평행 주사형 빔(parallel beam)으로 계측된 데이터인 경우, $p(s,\theta)$로 나타내며 1개의 빔은 식 (5)와 같이 직선으로 정의할 수 있다.

$$y = x \cdot \tan\theta + s \cdot \sec\theta \quad (5)$$

영상을 격자 형태로 균등 분할하여 가로축의 좌표를 i, 세로축의 좌표를 j라 가정했을 때, 한 픽셀은 식 (6)과 같이 4개의 직선으로 표현할 수 있다. 식 (6)에서 δ는 영상의 격자 간격을 나타내며, R은 영상의 가로와 세로 길이를 나타낸다.

$$y = \delta \cdot j - \frac{R}{2} \quad (6)$$
$$y = \delta \cdot (j+1) - \frac{R}{2}$$
$$x = \delta \cdot i - \frac{R}{2}$$
$$x = \delta \cdot (i+1) - \frac{R}{2}$$

그림 2는 빔이 통과한 길이 기반의 가중치 함수를 보여준다.

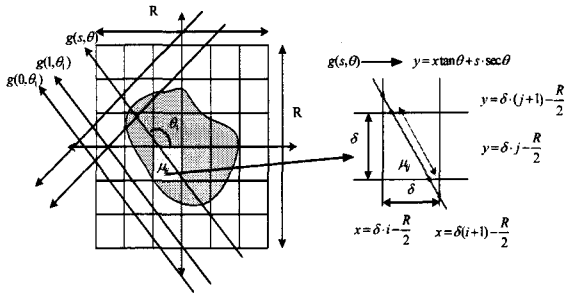


그림 2. 빔이 통과한 길이 기반의 가중치 함수

빔이 통과한 길이를 기반으로 한 가중치 함수는 빔 통과 여부에 따른 가중치 함수에 비해 간섭현상이 적으며 빔의 폭이 작을수록 정확한 계측 결과를 가져온다. 그러나 빔 폭이 커지면 부정확하게 복원되는 문제점이 있다.

3.3 빔 통과 면적 기반의 가중치 함수

Lambert 법칙에 따르는 감마선의 투과 궤적을 만들기 위하여 collimator 구경은 작고 깊어야 한다. 이 경우, scattering이 최소화되지만 계측된 방사선 값은 줄어든다. Collimator의 구경을 5mm라 가정했을 때, 빔의 너비도 5mm로 볼 수 있다. 따라서 빔 궤적이 일정 면적을 갖고 물체를 투과해 진행한다고 가정할 때, 해당 픽셀을 통과한 면적을 가중치 함수로 생성하는 방법이다.

그림 3은 일정한 빔 궤적으로 물체에 투과되었을 때, 해당 픽셀을 통과한 면적으로 가중치 함수를 생성하는 방법을 보여준다.

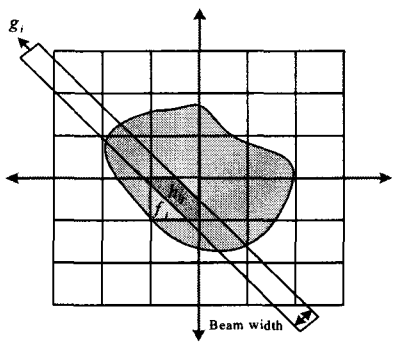


그림 3. 빔이 통과한 면적 기반의 가중치 함수

4. 실험 결과

본 논문에서는 반복적인 영상재구성 방법 중 EM 기법을 적용하여 3가지 가중치 함수에 따른 감마 CT 영상재구성 결과를 비교하였다.

실험을 위하여 Pentium 4, CPU 3GHz 환경에서 LabVIEW 8.0을 사용하였으며 그림 4와 같이 평행 빔 구조를 갖는 단층 스캐너를 사용하였다.

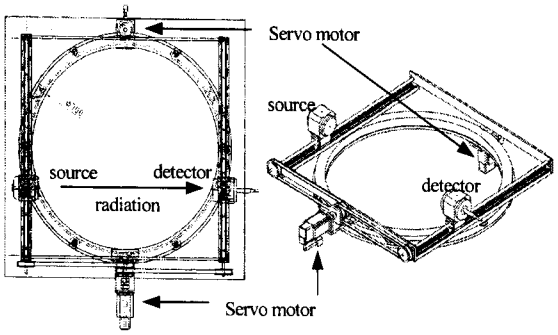
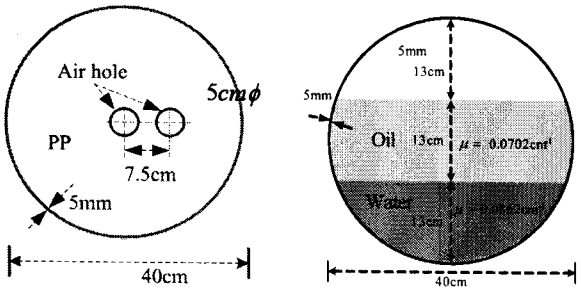


그림 4. 단층 스캐너 구성도

그림 5에서 (a)는 공기 홀과 폴리프로필렌을 채워 설계한 Phantom을 보여주며 (b)는 물-기름-공기층을 가진 Phantom을 설계하였다.



(a) 공기 홀/폴리프로필렌 (b) 물/기름/공기층

그림 5. Phantoms 설계

감마 CT 영상을 재구성하기위해 Cs-137선원을 사용하여 단면밀도 분포를 측정하였으며 $5mm\varnothing$ 구경 $45mm$깊이의 시준기를 사용한 2 inch NaI 디텍터를 사용하여 투과 감마선을 계측하였다.

그림 6은 그림 5의 Phantoms에 빔이 통과할 때만 1로 설정하는 가중치 함수로 재구성된 영상을 보여준다. 그림 6에서 볼 수 있듯이 빔이 통과할 때만 가중치를 부여하여 영상을 재구성할 경우, 잡음이 많아 부정확하게 복원된 것을 확인할 수 있다.

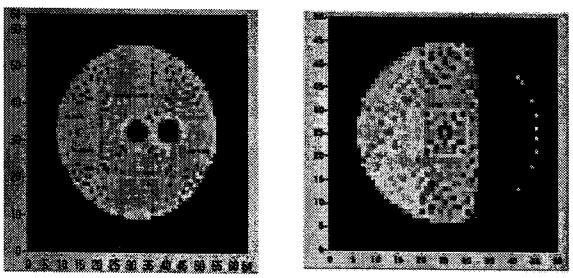


그림 6. 빔 통과 여부에 따른 가중치 함수로 재구성된 영상

그림 7은 그림 5의 Phantoms에 빔이 통과한 길이 기반의 가중치 함수를 이용하여 재구성된 영상을 보여준다.

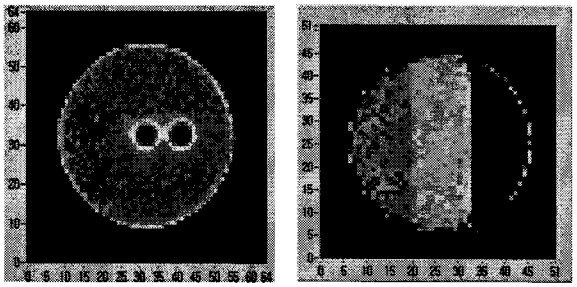


그림 7. 빔이 통과한 길이 기반의 가중치 함수로 재구성된 영상

그림 8은 그림 5의 Phantoms에 빔이 통과한 면적 기반의 가중치 함수로 재구성된 영상을 보여준다.

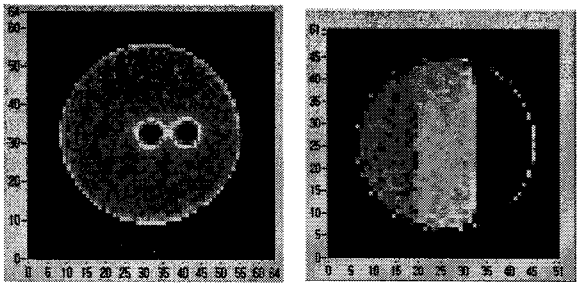


그림 8. 빔이 통과한 면적 기반의 가중치 함수로 재구성된 영상

실험을 통하여 영상을 재구성한 결과, 빔 통과 여부에 따른 가중치 함수보다 빔이 통과한 길이나 면적 기반의 가중치 함수가 원 영상에 가장 유사하게 복원된 것을 확인하였다.

5. 결론

본 논문에서는 대형 산업공정 내부의 단면 영상을 재구성하기 위해 감마선을 사용하여 반복적인 방법의 가중치 함수를 비교하였다. 실험 결과를 통해 빔 통과 여부에 따른 가중치 함수로 영상을 재구성한 것보다 빔 통과 길이나 면적 기반의 가중치 함수를 사용하여 영상재구성 시 더 좋은 결과를 획득하였다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부 원자력연구개발 사업의 일환으로 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

참고 문헌

[1] J. B. Kim, S. H. Jung, J. S. Kim, "A study on an industrial CT by using a high energy gamma-ray", ICEE (2006)
[2] J. B. Kim, S. H. Jung, J. S. Kim, "A study on Industrial gamma ray CT with a single Source and detector Pair", Journal of Korean Nuclear Society, Vol. 38, No. 4, (2006)
[3] J. B. Kim, S. H. Jung, J. S. Kim, "The Comparison of the Iterative and Filtered Back Projection Method for a Gamma-ray CT", KNS spring conference, (2006)
[4] K. Lange, R. Carson, "EM Reconstruction Algorithms for Emission and Transmission Tomography", Journal of Computer Assisted Tomography, Vol 8, No 2, pp. 306-316, (1984)
[5] G.A Johansen, "Gamma ray tomography software and image reconstruction" IAEA/RCA Regional training course on Industrial Process Gamma Tomography , Korea, (2004)
[6] F. Glenn, Knoll, "Radiation Detection and Measurement, Wlley, (1989)
[7] A. Kak, M. Slaney, "Principles of Computerized Tomographic Imaging", Electric Copy.IEEE Press, (1999)
[8] K. Anil, Jain, "Fundamentals of Digital Image Processing" Prentice Hall, Englewood Cliffs, pp. 431-475, (1989)