

## 슬라이딩 모드를 이용한 로봇 매니퓰레이터의 간접적용 자기조정 퍼지제어

박원성\*, 양해원\*, 정기철\*\*, 김도우\*\*  
한양대학교\*, 대덕대학\*\*

### Indirect Adaptive Self-Regulating Fuzzy Control of Robot Manipulators Using Sliding Mode

Won-sung Park\*, Hai-won Yang\*, Ki-chull Chung\*\*, Do-woo Kim\*\*  
Hanyang University\*, Daeduk College\*\*

**Abstract** - In this paper, a fuzzy sliding mode control that combines with a adaptive self-regulating technique is proposed for manipulators with uncertainties. Especially the system uncertainties is approximated using fuzzy rule adaptation technique. The proposed controller is composed of the equivalent control that includes the approximation of the system uncertainties and the hitting control that is used to constrain the states of the system to maintain on the sliding surfaces and used to guarantee the system robustness. Simulation results are presented to show the effectiveness of the proposed controller

#### 1. 서 론

슬라이딩 모드는 불확실성(Uncertainties)에 대해 매우 강한 특성을 나타내는 제어기로 잘 알려져 있다. 그러나 슬라이딩 모드의 이러한 강한 특성은 소위 스위칭 제어기로 알려진 불연속 제어 신호 성분에 의해 얻어진 것으로써, 이는 다시 슬라이딩 모드의 결정적 약점이 되는 시스템 떨림 현상(Chattering Effect)를 야기하는 원인이 되는 요소이기도 하다. 특히 불확실성을 갖는 시스템의 경우 이를 극복하기 위해 불연속 제어 신호 성분의 이득을 매우 크게 설계하는데, 이는 결국 시스템 떨림 현상을 더욱 악화시키는 결과를 낳게 된다. 때문에 현재도 슬라이딩 모드의 이러한 떨림 현상 제거를 위한 다양한 연구가 진행되고 있으며, 그 대표적인 것으로 슬라이딩 모드 제어기의 불연속 제어 신호 성분을 포화 함수를 이용한 연속 신호로 대체하는 방법과 불연속 제어 신호 이득을 적응 퍼지 근사 기법을 이용하여 최소화 시키는 방법 등이 있다[1],[2].

본 논문에서는 불확실성을 포함하는 매니퓰레이터를 위한 슬라이딩 모드 제어를 설계하는데 있어[4], 자기조정 퍼지제어 기법[3]을 적용한다. 종래의 퍼지제어 기법의 경우 퍼지규칙의 수에 따라 너무 많은 적응칙이 발생하여 제어 시스템을 구현하는데 있어 하드웨어적 연산의 과중한 부하가 발생하는 단점이 있었다. 때문에 본 논문에서는 매니퓰레이터의 불확실성을 간접적용 자기조정 퍼지제어 기법을 사용하여 근사함으로써 최소한의 적응칙만을 가지고도 성능 높은 함수 근사기를 설계하고자 하였으며, 이를 슬라이딩 모드에 적용함으로써 불연속 제어 신호 성분의 이득을 최소화하고 이를 통해 슬라이딩 모드의 떨림 현상도 최소화하고자 하였다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 문제 정의

다음과 같은 MIMO 매니퓰레이터 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned}
 M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + g(q) &= u + d, \\
 M(q) &= M_0(q) + \Delta M(q), \\
 C(q, \dot{q}) &= C_0(q, \dot{q}) + \Delta C(q, \dot{q}), \\
 g(q) &= g_0(q) + \Delta g(q)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

여기서,  $q \in R^{n \times 1}$ 는 측정 가능한 시스템 출력 변수이며,  $M(q) \in R^{n \times n}$ ,  $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times 1}$ ,  $g(q) \in R^{n \times 1}$ 는 불확실성을 포함하는 미지의 유계연속함수,  $u \in R^{n \times 1}$ 는 제어입력신호 그리고  $d \in R^{n \times 1}$ 는 외부 외란을 의미한다. 또한  $M_0(q)$ ,  $C_0(q)$ ,  $g_0(q)$ 는 Nominal 값으로 사전에 알고 있는 값이며,  $\Delta M(q)$ ,  $\Delta C(q, \dot{q})$ ,  $\Delta g(q)$ 은 시스템의 불확실성 요소로 이에 대한 정보는 사전에 획득하기 어려운 것으로 한다. 본 논문에서는 (1)과 같이 표현되는 매니퓰레이터 시스템의 출력  $q \in R^{n \times 1}$ 이 기준 출력  $q_r \in R^{n \times 1}$ 을 추종하도록 하는 제어를 설계하고자 한다.

##### 2.2 매니퓰레이터의 슬라이딩 모드 제어기 설계

(1)과 같은 시스템에 대한 추종 오차(Tracking Error)와 슬라이딩 평면(Sliding Surface)을 다음과 같이 정의 및 선택하자.

$$\begin{aligned}
 e &= (\epsilon^T, \dot{\epsilon}^T)^T \quad \text{여기서 } \epsilon = q_r - q \\
 S &= Ce \quad \text{여기서 } C = [C_1 \ C_2] = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & c_2 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_n & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

그리고  $C_1$ 은 시스템 특성에 따라 설계해야 할 파라미터들이다. 여기서 만일 (1)과 같은 시스템의 불확실성 요소들에 대한 유계값을 사전에 모두 알고 있다면, 슬라이딩 모드 제어기는 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 u &= C_0(q, \dot{q}) + g_0(q) + M_0(\ddot{q}_r - C_1 \dot{\epsilon} - \lambda S) - \lambda Sgn(S) \\
 \lambda Sgn(S) &= \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} sgn(s_1) \\ sgn(s_2) \\ \vdots \\ sgn(s_n) \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

여기서  $[\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_n]$ 는 시스템에 포함된 미지의 유계 함수의 유계값보다 큰 양의 실수이다.

그러나 실제의 시스템에서는 유계 값을 사전에 알기 어려울 뿐만 아니라 유계 값을 사전에 알아낸다고 해도 유계 값을 기준으로 불연속 제어기 성분의 이득을 설계하게 되면, 불연속 제어 입력 신호가 매우 커져 전체 시스템의 떨림 현상이 매우 강하게 일어나는 단점을 갖게 된다. 또한 종래에 이러한 시스템의 불확실성에 대한 문제와 떨림 현상을 완화하기 위해 사용된 간접적용 퍼지제어 기법의 경우 떨림 현상은 현저히 줄일 수 있었으나 너무 많은 적응칙(Adaptive Laws)의 사용으로 실제 시스템을 구현하는데 있어 하드웨어적 연산의 과중한 부하가 발생한다는 한계를 가지고 있었다. 따라서 본 논문에서는 자기조정 퍼지제어 기법을 사용하여 미지의 유계 함수를 근사함으로써 적응칙을 최소화하고 이를 통해 종래의 과중한 연산 문제를 해결하고자 하였다.

##### 2.3 간접적용 자기조정 퍼지제어와 결합한 슬라이딩 모드

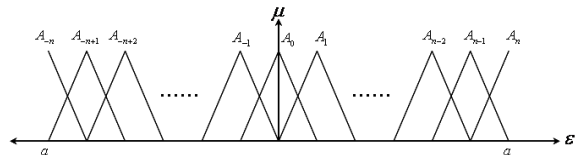
이미 앞 절에서 언급한 바와 같이 본 논문에서의 매니퓰레이터를 위한 슬라이딩 모드 제어를 설계하는데 있어 가장 중요한 부분은 시스템이 포함하는 미지의 유계함수를 최소한의 연산만으로 근사하는 것이다. 본 절에서는 이러한 시스템 불확실성 문제를 간접적용 자기조정 퍼지제어 기법을 사용하여 해결하고자 한다. 제안하고자 하는 퍼지 시스템의 퍼지규칙은 다음과 같다.

$(i, j)$ th rule: IF  $S$  is  $A_i$  and  $\dot{S}$  is  $B_j$  THEN  $y$  is  $Y_k$ ,

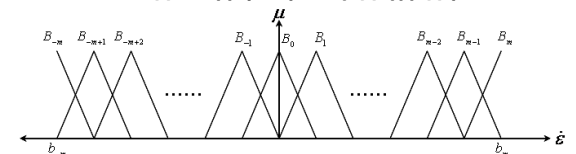
여기서

$$\begin{aligned}
 i \in I &= \{-n, -n+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, n-1, n\} \\
 j \in J &= \{-m, -m+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, m-1, m\} \\
 k \in K &= \{-l, -l+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, l-1, l\}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

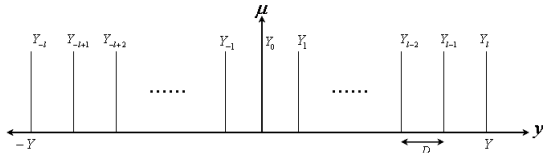
그리고 각각의 퍼지 집합을 정의하는 멤버십 함수는 다음과 같다.



<그림 1> 입력 변수  $\epsilon$ 의 멤버십 함수



<그림 2> 입력 변수  $\dot{\epsilon}$ 의 멤버십 함수



〈그림 3〉 출력 y의 멤버십 함수

여기서 퍼지 시스템의 입력 변수와 출력 변수 멤버십 함수 모두는 각각의 범위 내에서 일정한 간격으로 위치해 있는 것으로 하며, 각각 다음의 조건을 만족한다.

$$i) -l \leq \alpha i + (1-\alpha)j \leq l$$

여기서,  $\alpha \in [0, 1]$ 이며, 자기조정 파라미터이다.

$$ii) Y_i = k_i D, \text{ 여기서 } k_i = -\alpha i - (1-\alpha)j, D = Y/l$$

위와 같은 퍼지 시스템의 출력은 다음과 같이 표현된다.

$$y = \frac{Z}{W}, \quad (7)$$

$$Z = w_1 Y_1 + w_2 Y_2 + w_3 Y_3 + w_4 Y_4 \quad (8)$$

$$= w_1 [-\alpha i - (1-\alpha)j]D + w_2 [-\alpha(i+1) - (1-\alpha)j]D + w_3 [-\alpha i - (1-\alpha)(j+1)]D + w_4 [-\alpha(i+1) - (1-\alpha)(j+1)]D$$

$$W = w_1 + w_2 + w_3 + w_4 \quad (9)$$

$$w_1 = \mu_{A_1}(\epsilon) \mu_{B_1}(\dot{\epsilon}), \quad w_2 = \mu_{A_{i+1}}(\epsilon) \mu_{B_i}(\dot{\epsilon}) \quad (10)$$

$$w_3 = \mu_{A_i}(\epsilon) \mu_{B_{i+1}}(\dot{\epsilon}), \quad w_4 = \mu_{A_{i-1}}(\epsilon) \mu_{B_{i+1}}(\dot{\epsilon}) \quad (11)$$

위와 같은 퍼지 시스템의 출력을 매니퓰레이터 시스템이 갖는 미지의 유계 함수 근사기로 적용하면, 제안하고자 하는 슬라이딩 모드 제어기는 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{v}(t) &= \hat{v}_{eq}(t) + \hat{v}_d(t), \quad (12) \\ \hat{u}_{eq}(t) &= C_0(q, \dot{q}) + g_0(q) - \hat{\rho}(t) + M_0(q)(\ddot{q}_r - C_1 \dot{\epsilon}), \\ \hat{v}_d(t) &= -\lambda \text{sgn}(s) \end{aligned}$$

여기서  $\hat{\rho}(t) = Z/W$ 는 시스템 불확실성을 모두 포함한 미지의 유계 함수를 추정하는 간접적용 자기조정 퍼지 시스템의 출력이며, 각각의 출력에 대한 자기조정 파라미터를 결정하기 위한 적응칙은 다음과 같다.

$$\dot{\hat{\alpha}}^T = S^T M(q)^{-1} \frac{\xi}{W} \quad (13)$$

그리고 각각의 적응칙이 포함하는  $\xi$ 는 다음과 같다.

$$\xi = [w_1(-i+j) + w_2(-i+j-1) + w_3(-i+j-1) + w_4(-i+j)]D \quad (14)$$

또한 서브시스템 제어기 중 불연속 제어기 이득  $\lambda$ 는 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$\lambda_n > |\zeta_n| \quad (15)$$

여기서  $\zeta$ 는 퍼지시스템의 최적근사오차를 의미하며, 다음과 같이 정의된다.

$$\zeta_n = \rho_n(t) - \hat{\rho}_n(t) \quad (16)$$

### 3. 모의실험

본 논문에서는 2개의 링크로 구성된 매니퓰레이터 시스템에 대하여, 제안된 제어기를 적용함으로써 제어 성능을 검증하고자 하였다. 2-Link 매니퓰레이터 시스템의 동적 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} a_{11}(q_2) & a_{12}(q_2) \\ a_{12}(q_2) & a_{22}(q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta_{12}(q_2) \dot{q}_1^2 - 2\beta_{12}(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ \beta_{12}(q_2) \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_1(q_1, q_2)g \\ \gamma_2(q_1, q_2)g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$a_{11}(q_2) = (m_1 + m_2)r_1^2 + m_2 r_2^2 + 2m_2 r_1 r_2 \cos(q_2) + J_1,$$

$$a_{12}(q_2) = m_2 r_2^2 + m_2 r_1 r_2 \cos(q_2),$$

$$a_{22}(q_2) = m_2 r_2^2 + J_2,$$

$$\beta_{12}(q_2) = m_2 r_1 r_2 \sin(q_2),$$

$$\gamma_1(q_1, q_2) = ((m_1 + m_2)r_1 \cos(q_2) + m_2 r_2 \cos(q_1 + q_2)),$$

$$\gamma_2(q_1, q_2) = m_2 r_2 \cos(q_1 + q_2)$$

여기서,  $r_1 = 1m$ ,  $r_2 = 0.8m$ ,  $J_1 = J_2 = 5kg \cdot m^2$ ,  $m_1 = 0.5kg$ ,  $m_2 = 1.5kg$ 이다. 그리고 각각의 출력에 대한 기준 값(Reference Value)과 Nominal Value는 다음과 같다.

$$q_{1r} = 1.25 - (7/5)e^{-t} + (7/20)e^{-4t},$$

$$q_{2r} = 1.25 + e^{-t} - (1/4)e^{-4t}$$

$$q_1(t_0) = 1.0, \quad q_2(t_0) = 1.5, \quad \dot{q}_1(t_0) = 0.0, \quad \dot{q}_2(t_0) = 0.0$$

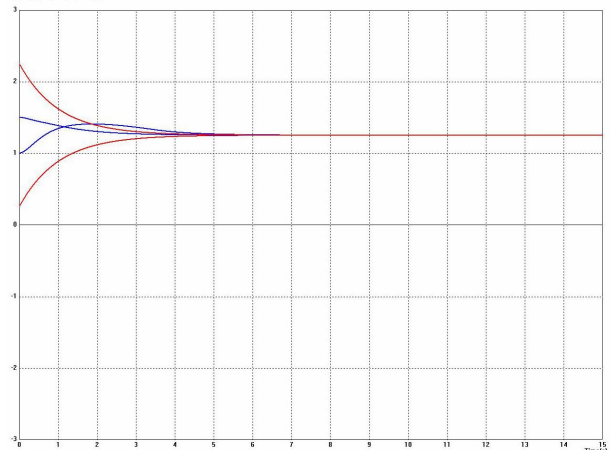
$$\hat{m}_1 = 0.4kg, \quad \hat{m}_2 = 1.2kg$$

그리고 본 논문의 퍼지 시스템에 적용한 멤버십 함수 각각의 중심 값은 다음과 같다.

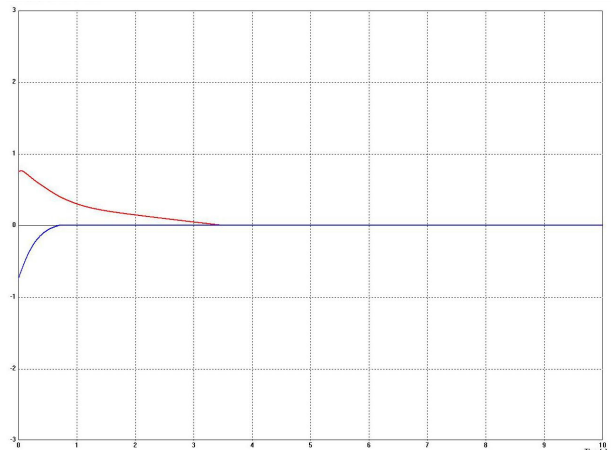
$$\{a_{-3}, a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, a_3\} = \left\{ \frac{-6\pi}{9}, \frac{-4\pi}{9}, \frac{-2\pi}{9}, 0, \frac{2\pi}{9}, \frac{4\pi}{9}, \frac{6\pi}{9} \right\}$$

$$\{b_{-2}, b_{-1}, b_0, b_1, b_2\} = \left\{ \frac{-\pi}{3}, \frac{-\pi}{6}, 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \right\}$$

$$Y = 60, \quad l = 3$$



〈그림 4〉 출력 q1, q2



〈그림 5〉 슬라이딩 평면 s1, s2

### 4. 결 론

본 논문에서는 불확실성을 갖는 매니퓰레이터에 대해서 간접적용 자기조정 퍼지제어와 결합한 슬라이딩 모드 제어를 설계하였다. 제안된 제어기의 경우 종래 퍼지 근사기가 퍼지규칙에 따른 다수의 적응칙을 포함했던 것에 비해 미지의 유계 함수 1개당 1개의 적응칙만이 생성되어 실제 제어기를 구현하는데 있어 종래 문제시 되었던 과도한 연산량을 현저히 줄일 수 있었다. 또한 제안된 제어기를 2-Link 매니퓰레이터에 대한 모의실험을 통해 그 성능을 검증하였다.

### [참 고 문 헌]

- [1] VI. Utkin, "Sliding mode in control and optimization", Springer-Verlag, New York, 1992.
- [2] R.A. DeCarlo, S.M. Zak and G.P. Matthews, "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable System: A Tutorial", IEEE Proc, Vol 76 No 3, pp 212-232, 1988.
- [3] Jen-Yang Chen, "Rule regulation of fuzzy sliding mode controller design: direct adaptive approach", Fuzzy Sets and Systems", Vol 120, pp159-168, 2001.
- [4] Yong Feng, Xinghuo Yu, Xihong Man, "Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators", Automatica, Vol 38, pp 2159-2167, 2002.