

## SVM을 이용한 슬라이딩 평면 구성에 있어서 초기치의 영향에 관한 연구

최영훈\*, 객군평, 윤태성, 박승규  
 창원대학교 전기공학과

### A Study on the sliding surface design considering initial states

Younghun Choi\*, Gunpyong Kwak, Taesung Yoon, Seungkyu Park  
 Dept. of Electrical Eng. Changwon National Univ.

**Abstract** - 가변제어구조로 동작하는 슬라이딩모드제어(SMC)는 플랜트의 파라미터 변동과 부하왜형에 관계없이 스위칭 제어 알고리즘에 의해 위상 평면에서 미리 예측된 궤적 또는 기준모델을 따라 구동응답을 주어진 슬라이딩 면을 따라 강제로 추종시키는 것이다. 여기서 슬라이딩 평면을 찾아내는 방법의 하나로 SVM(Support Vector Machine)을 사용한다. 그런데 SVM을 사용하여 슬라이딩 평면을 찾아내는 과정에서, 초기치의 변동이 있을 경우, SVM 모델을 재구성해야 해야 한다. 이에 본 논문에서는 SVM 모델을 재구성할 필요 없이, 기존 초기치에 의한 SVM 모델에서, 원하는 초기치의 SVM모델로 변경할 수 있는 방법을 제안한다.

#### 1. 서 론

슬라이딩모드제어(SMC)는 플랜트의 파라미터 변동과 부하왜형에 관계없이 스위칭 제어 알고리즘에 의해 위상 평면에서 미리 예측된 궤적 또는 기준모델을 따라 구동응답을 주어진 슬라이딩 면을 따라 강제로 추종시키는 것으로, 외란에 강한 특성을 가지고 있다.[1,2]

서포트 벡터 머신(Support Vector Machine, SVM)은 최근에 개발된 학습 방법의 하나로 패턴 분류 (Support Vector Classification) 및 함수 근사 (Support Vector Regression) 등의 문제에서 우수한 성능을 보이고 있는 알고리즘이다. 이 알고리즘은 패턴이나 통계적 처리가 필요한 정보를 인식하고, 분리하거나 근사화 할 수 있는 함수를 결정하여, 입력된 새로운 데이터에 대해 적용하여 결과를 얻어내는데, SVM의 특성상 입력 벡터의 차원에 무관하므로 높은 차원의 데이터에 대하여 좋은 수행 결과를 얻을 수 있다.[3,4]

본 논문에서는 SVM을 사용하여 슬라이딩 평면 구성시, 초기치의 변경에 관한 문제, 즉 초기치의 변화가 있을 시 SVM모델의 학습을 다시 할 필요 없이 기존의 SVM모델로부터, 변동된 초기치에서의 SVM모델을 나타내는 방법을 제안한다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 문제설정

불확실성을 가지는 선형시스템을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t) + d_{initial}(t) \\ \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Cd(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 시스템의 상태  $x \in R^n$ , 시스템의 입력  $u \in R$ , 불확실성을

$$d = \frac{\Delta Ax(t) + \Delta Bu(t) + d_{initial}}{C} \in R^r$$

불확실성의 최대값과, 정합조건은 다음과 같이 정의 된다.

$$|d(t)| < d_{max}, \quad rank[B \ C] = rank[B]$$

여기서 공칭계통은 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + B_0u(t) \quad (2)$$

불확실성이 존재함에도 불구하고 위의 공칭계통의 동특성을 갖도록 하기 위해서는 슬라이딩 모드제어를 사용할 수 있으며, 이 때 슬라이딩 평면은 위의 공칭상태의 동특성을 가지고 있어야 한다. 이러한 슬라이딩

평면은 가상상태를 이용하는 방법과 SVM을 이용하는 방법이 제안되고 있으나 SVM을 이용하는 방법은 공칭계통의 응답을 이용하여 공칭계통을 학습시키는 것으로 초기치에 따라 학습결과가 다르므로 이에 대한 고려가 필요하다.

##### 2.2 SVM(Support Vector Machines)를 이용한 슬라이딩평면 설정

SVM(Support Vector Machine)의 문제 해결방법 가운데 classification function을 사용하여 상태값  $x$ 의 관계들을 추정하여 슬라이딩 평면을 구성한다. 학습집합  $[(x_1, y_1), \dots, (x_l, y_l)]$ 이 주어졌을때 결정평면의 함수는  $y(x) = w^T f(x) + b$  이다. 여기서  $x \in R^n$ 는 입력,  $w$ 와  $b$ 는 서로 다른 그룹의 support vector사이의 간격에 의해서 결정되는 maximizing margin의 계수이며,  $w$ 는 가중치 벡터  $b$ 는 바이어스를 나타낸다.

Lagrange Multiplier  $\alpha$ 는 (7)식에 정의된  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  모든 요소들에 의해 결정된다.

$$\begin{aligned} \text{Maximize } Q(\alpha) &= \sum \alpha_i - \frac{1}{2} \sum \sum \alpha_i \alpha_j y_i y_j x_i^T x_j \\ (\sum \alpha_i y_i &= 0) \end{aligned} \quad (3)$$

$\alpha_i \geq 0$ 일때 다음식과 같이 정의된다.

$$w = \sum \alpha_i y_i x_i^T, \quad b = y_k - w x_k \quad (4)$$

여기서  $\alpha_i$ 는 non-zero,  $x_i$ 는 support vector이고

classifying function은 다음 식과 같다.

$$f(x) = \sum \alpha_i y_i x_i^T x + b \quad (5)$$

$\phi(x) = x_i^T x$ 로 정의하면 다음과 같이 표현된다.

$$f(x) = \sum \alpha_i y_i \phi(x) + b \quad (6)$$

$\phi(x) = x_i^T x$ 이 선형이라 가정하면,  $\phi(x)$  또한 kernel function으로 대체할 수 있게 된다.

$$f(x) = \sum \alpha_i y_i K(x) + b \quad (7)$$

SVC는 슬라이딩 평면을 정의하는데 사용 할 수 있다. SVC를 이용한 상태값들 사이의 관계를 근사화하기 위해서는 SVM모델을 이용한 학습 결과가 요구된다. 그것은 실제 공칭 시스템으로부터 얻을 수 있다.

다음과 같은 상태 값들의 관계를 통해서 SVC 근사화를 확인 할 수 있다.

$$x_1 = \sum \beta_i k(x_{sv}, x_v) + b \quad (9)$$

여기서  $\beta_i$ 는 support vector와 일치하는 상수,  $k(x_{sv}, x_v)$ 는 비선형 함수,  $x_{sv}, x_v$ 는 support vector이다.

SVC 근사화를 통해 새로운 슬라이딩 평면을 구성한다.

$$S(x) = x_1 - \sum \beta_i K(x_{sv}, x_v) - b \quad (10)$$

슬라이딩 평면위의 상태값들은 공칭 계통의 상태값과 같은 관계를 가지게 된다. 다시 말하면 공칭 시스템의 상태값과 동일하다. 이로서 새로운 슬라이딩 평면은 불확실성이 존재하더라도 동특성을 보장 받을 수 있게

된다.

### 2.3 초기치 영향의 해결방안

초기치에 따른 상태궤적을 차이를 명확하게 살펴보기 위해서 다음과 같은 대각화된 2차 계통을 고려한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

임의의 초기치에 대해서 상태들간의 관계를 시간에 관한 함수로 정리하면 다음과 같다.

$$x_1 = \frac{x_1(0)e^{a_{11}t}}{x_2(0)e^{a_{22}t}} \quad (12)$$

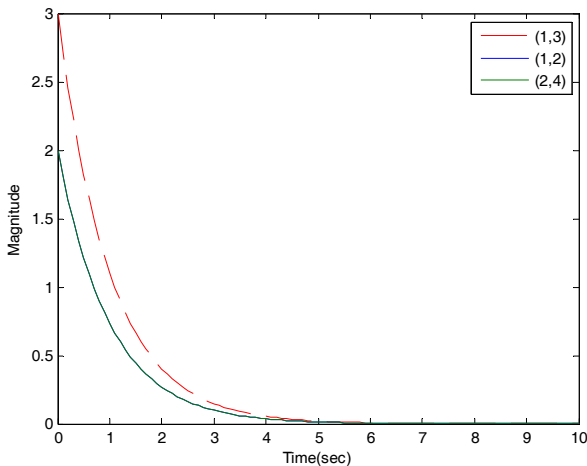
위의 관계에서 볼 때 상태들 간의 관계는 초기치에 의해서 결정된다는 것을 알 수 있다. 이 사실로부터 특정한 초기치의 응답특성에 대한 데이터를 이용하여 SVM모델을 학습시킨 후 초기치가 다른 경우에 별도의 학습을 통하여 SVM모델을 구성하지 않고 초기치의 비를 고려하면 새로운 초기치에 대한 SVM모델을 구성할 수 있음을 알 수 있다. 이러한 사실은 시뮬레이션을 통해서 확인할 수 있다. 대각화된 계통이 아닌 상태들 간의 관계는 위와 같은 관계가 성립되지 않으므로 공칭계통을 대각화 시켜서 그때의 상태들 간의 관계를 이용하여 학습을 시키면 상태들 간의 관계는 그대로 유지되며 위의 해결방안을 그대로 적용시킬 수 있다.

### 2.4 예제 및 시뮬레이션

아래와 같은 2차 계통을 고려하자

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} x$$

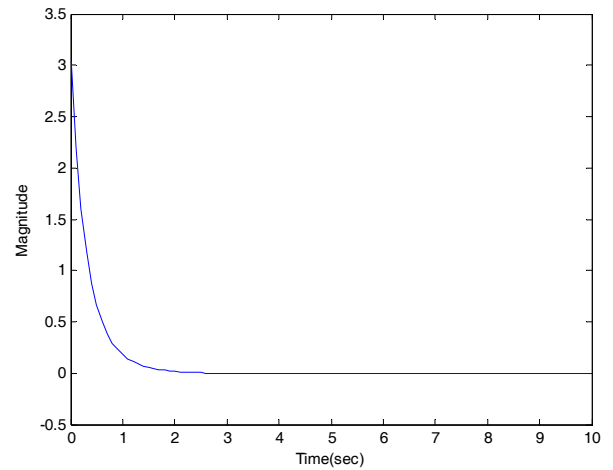
이 계통에서 초기치를 (1,2), (2,4), (1,3)라 하고, 시간에 관하여 나타내면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.



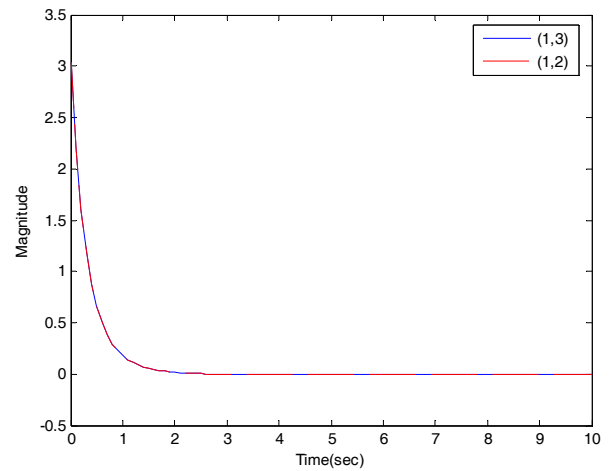
〈그림 1〉 초기치에 따른 시스템의 특성

식 (12) 에 의해서 초기치가 (1,2), (2,4)인 경우는 같고, (1,3)인 경우는 틀리다는 것을 그림 <1>을 통해 알 수 있다.

본 논문에 제안한 방식에 따라 초기치 (1,2), (2,4)의 값으로, 초기치 (1,3)의 결과를 추종할 수 있는지 확인하기 위해, 전자를 SVM모델을 구성해서 학습시킨 뒤 초기치 비율을 적용하여 결과를 확인한다.



〈그림 4〉 초기치 (1,3)에서 직접 SVM모델 구성한 결과



〈그림 5〉 초기치 (1,2)에서 SVM모델 작성후 초기치 비율을 적용하고, 초기치 (1,3)의 SVM모델 구성과 비교

### 3. 결 론

SMC에서 슬라이딩 평면을 설정하기 위한 방법으로 가상 상태나 SVM들을 이용하여 찾아낼 수 있다. 여기서 SVM을 사용할 경우 공칭계통의 응답을 이용하여 공칭궤적을 학습시키는 것으로 초기치에 따라 학습결과가 다르므로, 초기치가 변동될 때마다 새로운 SVM 모델의 학습 결과가 필요하다.

본 논문에서는 이러한 관점에서 착안, 초기치의 비율을 보정함으로써 처음 초기치일 경우의 SVM 모델에서 변화된 초기치의 결과를 얻어낼 수 있고, 시뮬레이션을 통해서 그 유효성을 확인하였다.

### [참 고 문 헌]

- [1] V. I Utkin, "Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems", Mir Publishers, 1978
- [2] J. Y. Hung W. Gao, J. C. Hung, "Variable structure control : A survey", IEEE Trans. INdustrial Electronics,, Vol.40, No.1, pp.505-510, 1993
- [3] 조병선, "Support Vector Machine(SVM)을 이용한 유전자 알고리즘의 속도개선과 응용에 관한 연구", 고려대학교 석사학위논문
- [4] 김만선, "Support Vector Machine 기반의 클러스터링 기법", 공주대학교 생산기술연구소 논문집, 12권, pp18-22, 2004
- [5] Faguang Wang, "A Novel sliding surface design by using support vector machine", International Conference on Complex Systems and Applications(제출중)