

## 시간차분 유한요소법을 이용한 전기기기의 입, 출력 및 역률계산에 관한 연구

유병훈, 김병택  
국립군산대학교 공과대학 전자정보공학부

### Study on Calculation of the Power and Power Factor of Electric Machinery Using Time-step FEM

Byung Hun Yoo, Byung Taek Kim  
College of Engineering of School of Electronic & Information Eng. Kunsan National University

**Abstract** - This paper deals with the analysis error in the time step FEM which is applied to analyze the electric machinery. In order to calculate the error accurately, a simple inductor structure which has analytical solution is designed, and then the time step analysis for the equivalent circuit and time step FEM is performed respectively. Finally, according to the analysis methods, the results are compared and discussed.

#### 1. 서 론

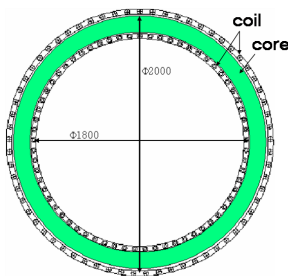
최근 많은 전기기기의 특성해석을 위해 유한요소법을 이용하고 있으며, 기기의 과도특성해석을 위해 시간차분해석을 주로 사용한다[1]. 그러나 유한요소법이 갖는 해의 오차와 더불어 시간함수에 대한 미분방정식을 시간차분방정식으로 근사화하는 과정에서 추가적 오차가 더해지게 된다. 특히 전압원 해석의 경우, 기기의 입력전압과 전류의 곱으로부터 계산된 입력전력과 출력전력과 손실의 합이 크게 다르게 되는 논리적 오류가 종종 발생한다. 이는 기기의 입, 출력량은 물론 역률, 효율 등의 특성계산결과가 불확실함을 의미한다.

본 논문에서는 이론해가 존재하는 간단한 R-L 및 R-L-C회로에 대해 이론 해와 회로방정식에 대한 시간차분해석 및 시간차분유한요소법을 이용한 해석결과를 비교한다. 이로부터 해석방법이 갖는 오차발생의 원인을 분석하고 향후 전기기기 특성을 예측하는데 있어 오차를 최소화 할 수 있는 방안을 제시한다.

#### 2. 회로구성 및 해석방법에 따른 특성계산

##### 2.1 R-L회로

임의의 R-L회로해석을 위해 이론해를 갖게 하기위해 비투자율 3000의 포화가 없는 갖는 원형 자성체코어를 가상하였고 그림 1과 같이 설계하였다. 인덕턴스는 26.5mH로 권선수를 설계하였고 자세한 사양을 표 1에 제시하였다.



〈그림 1〉 해석모델(코어 및 권선)

〈표 1〉 해석모델 사양

|     |       |        |          |
|-----|-------|--------|----------|
| 전압  | 220V  | 권선수    | 65[turn] |
| 전류  | 21.9A | 저항 R   | 1[Ω]     |
| 주파수 | 60Hz  | 인덕턴스 L | 26.5mH   |

##### 2.1.1 이론 해

위 R-L회로에서의 이론적 전류는 식(1)의 전압방정식으로부터 계산되며 입력전력은 식(2)와 같다. 이 때 입력전력은 식(3)의 저항손실과 이론적으로 같아야한다. 또한 역률을 식(4)로부터 계산하여 결과를 표2에 나타내었다.

$$\vec{v} = \vec{i}Z \quad (1)$$

$$P_{in} = VI \cos \theta \quad (2)$$

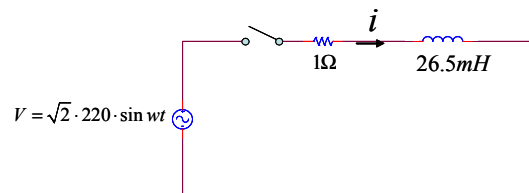
$$P_{out} = I^2 R \quad (3)$$

$$PF = \frac{P_{in \text{ of } (2)}}{VI} \quad (4)$$

〈표 2〉 R-L회로의 특성(이론치)

|             |            |
|-------------|------------|
| 전류(실효치)     | 21.89 [A]  |
| 입력전력 및 저항손실 | 479.21 [W] |
| 역률          | 9.95 [%]   |

##### 2.1.2 회로방정식의 시간차분 해석



〈그림 2〉 해석모델의 등가회로

해석모델을 그림 2의 등가회로로 나타내고 전류특성을 식(5)와 같이 시간차분방정식을 이용하여 계산한다. 계산된 전류가 충분히 수렴된 후 평균입력전력과 저항손실을 식(6)과 식(7)을 사용하여 각각 계산하였다. 그리고 역률은 식(8)과 같이 피상입력전력 대 유효입력전력(식(7))으로 또는 식(9)와 같이 피상입력전력 대 저항손실(식(8))로 각각 표현될 수 있다. 시간차분 간격에 따른 해석결과를 비교하기위해 1/(f\*20)과 1/(f\*100)로 나누어 계산하고 표3에 나타내었다. 이로부터 알 수 있는 것은 입력전류량과 저항손실은 표2의 이론값과 거의 유사하게 계산되지만, 저항손실 및 역률계산 방식에 따라 매우 큰 차이를 나타낸다. 특히 시간차분간격이 작을수록 이론해에 가까워지지만, 이론적으로 입력전력과 저항손실이 같아야 함을 고려할 때 여전히 큰 계산오류를 갖고 있다고 볼 수 있다. 또한 이론해와 회로방정식의 시간차분해석에 대해 전류파형을 그림2와 식(6)을 이용한 입력전력을 그림3에 나타내었다. 그림으로부터 이론과 시간차분해석의 전류 크기는 유사하나, 시간차분해석에 의한 전류 위상이 이론치보다 앞서기 때문에 입력전력과 저항 손실의 차이가 발생하는 원인이 됨을 정확히 알 수 있다.

$$i(t + \Delta t) = \frac{\Delta t \cdot v(t + \Delta t) + L \cdot i(t)}{\Delta t \cdot R + L} \quad (5)$$

$$P_{in} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot i(t) dt \quad (6)$$

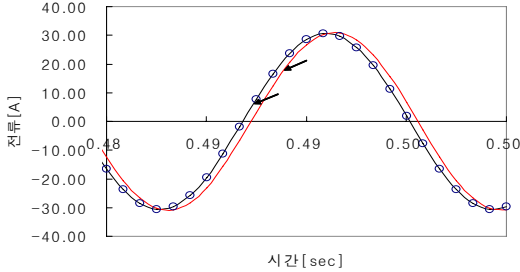
$$P_{out} = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot R dt \quad (7)$$

$$PF = \frac{P_{in \text{ of } (7)}}{VI} \times 100 \quad (8)$$

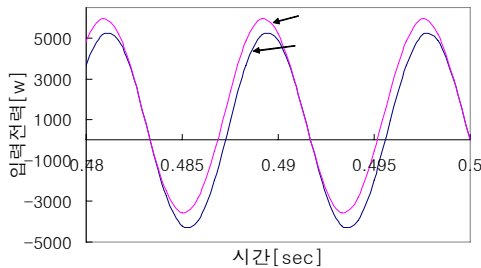
$$PF = \frac{P_{out \text{ of } (8)}}{VI} \times 100 \quad (9)$$

〈표 3〉 R-L회로의 특성(시간차분)

|         |           | 시간차분간격     |            |
|---------|-----------|------------|------------|
|         |           | 1/(f*20)   | 1/(f*100)  |
| 전류(실효치) |           | 24.61 [A]  | 21.83 [A]  |
| 입력전력    |           | 1169.3 [W] | 622.9 [W]  |
| 저항손실    |           | 478.54 [W] | 478.69 [W] |
| 역률      | 입력전력/피상전력 | 25.6 [%]   | 12.97 [%]  |
|         | 저항손실/피상전력 | 10.07 [%]  | 9.97 [%]   |



〈그림 3〉 R-L회로의 전류파형비교



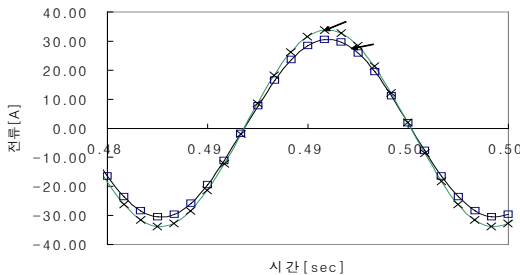
〈그림 4〉 R-L회로의 입력전력파형비교

2.1.3 시간차분 유한요소 해석

그림 1의 해석모델에 대해 전자장 수치해석프로그램인 Maxwell 2D를 사용하여 시간차분해석을 시행하였다. 해석결과로부터 식(7)-(10)을 이용하여 입력, 손실 및 역률을 계산하였고 결과를 표 4에 제시하였다. 또한 전류파형을 이론 치 및 회로방정식의 해석결과와 함께 그림5에 비교하였고 유한요소해석과 등가회로해석의 결과가 상당히 일치함을 알 수 있다. 이상으로부터 R-L회로에 대한 시간차분해석의 경우, 전류크기는 이론 치와 유사하게 계산되지만 위상이 실제 값보다 앞서게 되며 이로 부터 계산된 입력전력에 큰 오차를 발생하고 이로부터 계산된 역률 또한 실제 값보다 크게 된다.

〈표 4〉 R-L회로의 특성(유한요소해석)

|          |           | 시간차분간격     |            |
|----------|-----------|------------|------------|
|          |           | 1/(f*20)   | 1/(f*100)  |
| 전류(실효전류) |           | 24.11 [A]  | 24.83 [A]  |
| 입력전력     |           | 1307.7 [W] | 767.74 [W] |
| 저항손실     |           | 595.4 [W]  | 605.74 [W] |
| 역률       | 입력전력/피상전력 | 24.65 [%]  | 14.31 [%]  |
|          | 저항손실/피상전력 | 11.23 [%]  | 11.29 [%]  |



〈그림 5〉 R-L회로의 전류파형비교

2.2 R-L-C회로

R-L-C회로에 대한 시간차분해석을 오차특성을 분석하기위해 그림1의 RL회로에 40uF의 캐패시터를 직렬 연결한다. 이에 대한 이론값, 등가회

로 시간차분 및 시간차분유한요소해석을 2.1절과 동일한 방법으로 해석하였다. 이 때 시간차분근사에 적용된 방정식은 식(10)과 같다. 이로부터 계산된 전류, 전력 및 역률을 표 5와 표6에 나타내었다.

$$i(t + \Delta t) = \frac{v(t + \Delta t) \cdot \Delta t + L \cdot i(t) - (1/C) \cdot i_{sum}(t) \cdot \Delta t}{R \cdot \Delta t + L + (1/C) \cdot \Delta t^2} \quad (10)$$

여기서  $i_{sum}(t)$  은 식(11)과 같다.

$$i_{sum}(t) = \int_0^t i(t) dt \quad (11)$$

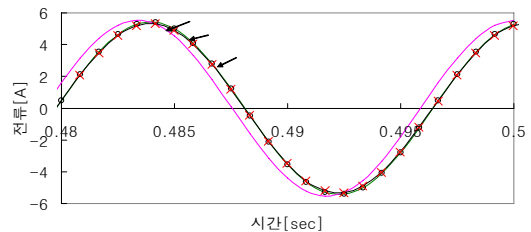
〈표 5〉 R-L-C회로의 특성비교(이론치)

|         |           |           |
|---------|-----------|-----------|
| 전류(실효치) |           | 3.91 [A]  |
| 입력전력    |           | 15.26 [W] |
| 저항손실    |           | 15.26 [W] |
| 역률      | 입력전력/피상전력 | 1.77 [%]  |
|         | 저항손실/피상전력 |           |

〈표 6〉 R-L-C회로의 특성(등가회로 및 유한요소 시간차분해석)

|         |           | 시간차분간격(=1/(f*20)) |            |
|---------|-----------|-------------------|------------|
|         |           | 시간차분              | 시간차분유한요소   |
| 전류(실효치) |           | 3.817 [A]         | 3.75 [A]   |
| 입력전력    |           | 185.84 [W]        | 183.77 [W] |
| 저항손실    |           | 15 [W]            | 14.62 [W]  |
| 역률      | 입력전력/피상전력 | 22.13 [%]         | 22.28 [%]  |
|         | 저항손실/피상전력 | 1.79 [%]          | 1.77 [%]   |

위 표로부터 R-L-C회로에 대한 시간차분해석의 입력전류와 저항의 손실을 비교하면 R-L회로와 마찬가지로 이론 치와 유사하다. 그러나 입력전력은 시간차분간격이 작을수록 정밀도는 향상되지만 오차의 크기는 상당히 크다고 볼 수 있다. 이에 대한 각각의 전류파형을 그림6에 비교하였고 이론 치와 위상차이가 발생하는 것을 확인할 수 있다. 특히 중요한 것은 R-L회로에서 나타나는 현상과 반대로 해석결과가 이론치보다 해석결과 위상이 늦는 것을 알 수 있다. 즉 회로의 리액턴스가 양(+)일 때 전류가 이론 치에 비해 앞서며 음(-)일 때 전류위상이 늦어진다 고 볼 수 있다.



〈그림 6〉 R-L-C회로의 전류파형비교

3. 결 론

본 논문에서는 이론해가 존재하는 R-L 및 R-L-C회로와 형상에 대해 이론해 및 등가회로 시간차분해석 및 시간차분 유한요소법을 이용하여 해석하고, 시간차분해석에서 발생하는 오차를 비교하였다. 모든 경우에 대해 전류의 크기는 이론해와 유사한 수준의 해석결과를 얻을 수 있었다. 그러나 유도성 회로의 경우 해석전류의 위상이 이론치에 비해 앞서며 용량성 회로의 경우 전류위상이 뒤서게 됨을 알 수 있었다. 이는 시간차분해석을 하는 경우에 입력전압-전류로부터 계산된 회로의 역률계산에 큰 오차가 존재한다는 것을 의미한다. 또한 단상유도기와 같이 용량성과 유도성회로가 병렬로 결선될 때에는 두 전류의 위상오류 때문에 선전류 예측이 불가해지는 문제가 발생한다. 향후 이와 관련한 연구를 지속하고자 한다.

[참 고 문 헌]

[1] E. Vassent, "Simulation of induction machine operation using a step b step finite element method coupled with circuits and mechanical equations", IEEE trans. on magnetics, vol 27, no 6, pp. 5232-5234, November 1991.