

# Ball & Beam 시스템에 대한 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘을 이용한 최적 퍼지 캐스케이드 제어기 설계

장한중, 최정내, 오성권  
수원대학교 전기공학과

## Design of Optimized Fuzzy Cascade Controller Based on HFCGA for Ball & Beam System

Han-Jong Jang, Jeoung-Nae Choi, Sung-Kwun Oh  
Department of Electrical Engineering, The University of Suwon

**Abstract** - 본 논문에서는 계층적 공정 경쟁 기반 병렬 유전자 알고리즘 (Hierarchical Fair Competition Genetic Algorithm: HFCGA)을 이용하여 Ball & Beam 시스템에 최적의 Fuzzy Cascade 제어기를 설계하고자 한다. Ball & Beam 시스템은 비선형적이며 Beam의 마찰계수와 Ball의 중력 가속도를 고려하여 Ball의 위치를 조정하는 시스템이다. 이러한 Ball & Beam 시스템에 대해 Fuzzy Cascade 제어기를 설계하고, 초기 수렴에 문제가 있는 기존의 유전자 알고리즘을 개선한 HFCGA를 이용하여 제어기의 파라미터를 최적화 한다. 마지막으로 실제 플랜트에 적용하여 설계된 제어기의 성능을 평가하고, PD Cascade 제어기와 Fuzzy Cascade 제어기의 성능을 비교한다.

### 1. 서 론

Ball & Beam 시스템은 비선형 특성을 갖는 Plant이다. Ball & Beam에 있어서 제어 대상인 불안정한 Ball의 위치를 모터와 연결된 Beam의 높낮이를 움직여 자신이 원하는 위치에 가져다 놓는 시스템이다. 이 시스템은 해석적인 방법으로 제어하기가 까다로울 뿐만 아니라 Beam의 마찰계수가 적을 경우 오차에 영향을 많이 받아서 정확한 위치로 제어를 하기 어렵다. 또한 Ball의 속도와 가속도에 대하여 민감하여 제어 성능이 강력한 제어기가 필요로 한다. 비선형에 강한 퍼지 제어기를 Ball & Beam 시스템에 맞게 설계하고 유전자 알고리즘을 사용하였다. 병렬 유전자 알고리즘은 기존의 진화 알고리즘에서의 큰 문제점 중 하나인 전역해가 아닌 지역해로 초기 수렴으로 하는 경우를 최대한 줄이고 균형있는 탐색을 시도하기 위하여 개발되었다. 특히 병렬 유전자 알고리즘의 한 구조인 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘(HFCGA)은 진화과정이 진행되면서 단일 집단이 아닌 여러 개의 소집단으로 구성되어 독립적으로 진화하고 일정세대 간격으로 우수한 개체는 상위 집단으로 이주하는 특징을 가진다. 본 논문에서는 최적화 알고리즘인 HFCGA를 이용하여 제어 성능이 우수하며 안정성이 높은 퍼지 제어기 설계하였다. 마지막으로 PD Cascade 제어기의 시뮬레이션과 실제 Plant의 결과를 비교하며 더욱더 적합한 제어기를 찾아내었다

### 2. Ball & Beam의 특성 및 Fuzzy Cascade 제어기 설계

#### 2.1 Ball & Beam 시스템의 특성

Ball & Beam 시스템의 간략한 모델 구성은 그림(1)과 같다.

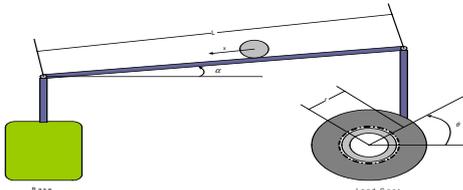


그림 1. Ball & Beam Mathematical Illustration

Ball & Beam 시스템은 대표적인 비선형 시스템으로 많은 제어 문제에 활용되어 왔고 여러 이론가들에 의해 연구되어 온 시스템이다. Beam의 각도를 변화시킴으로써 Ball을 원하는 위치로 이동시키는 것이 이 시스템의 목적이며 Ball은 불안정한 상태에서 Beam의 각도에 따라 안정한 상태를 유지할 수 있다. Ball & Beam 시스템 제어는 Ball이 Beam의 어느 위치에 도달할 수 있도록 제어하기 위하여 Ball의 위치와 Beam의 각도를 측정한다. Ball의 위치는 니크로선을 구르는 금속 Ball의 위치가 변함에 따라 선의 저항과 전압의 변화를 측정하여 구할 수 있고, Beam의 각도를 측정하기 위하여 potentiometer를 사용한다.

이 시스템은 물진 반송 로봇의 운반체 균형 문제와 같은 불안정한 시스템의 안정화와 관련한 여러 가지 문제에 응용 가능하다.

#### 2.2 수학적 모델링

① Ball & Beam 시스템에는 크게 2가지 힘이 작용한다. x방향의 중력( $F_{tx}$ )과 Ball의 회전력( $F_{rx}$ )가 존재하게 된다.

x방향의 중력은 식(1), Ball의 회전력은 식(2)로 나타낼 수 있다.

$$F_{tx} = mgs \sin \alpha \quad (1), \quad F_{rx} = \frac{2}{5} m \ddot{x} \quad (2)$$

그림(1)을 기준으로 해서 주어진 총 움직이는 Ball의 힘(Rolling ball dynamic equation)은 식(3)이 나온다.

$$m \ddot{x} = \sum F = F_{tx} - F_{rx} = mgs \sin \alpha - \frac{2}{5} m \ddot{x} \quad (3)$$

위 식을 다시 정리하면 식(4)와 같다.

$$\ddot{x} = \frac{5}{7} g s \sin \alpha \quad (4)$$

식(4)를 선형화한 전달함수 형식으로 쓰면 식(5)가 된다.

$$\frac{X(s)}{\alpha(s)} = \frac{5g}{7s^2} \quad (5)$$

② DC 모터의 기본식에서 회전 서보 플랜트의 수학적 모델을 유도하여 회전 서보 플랜트의 전달함수를 구하기 위하여 다음 식들을 유도할 수 있다.

또한 Ball & Beam 시스템에서 모터와 전압의 전달함수는 식 (6)이다.

$$\frac{\theta_L(s)}{V_m(s)} = \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g}{J_m R_m s^2 + (B_g R_m + \eta_g I_m K_m K_t K_g^2) s} \quad (6)$$

식 (5)와 식(7)의 이용하여 최종적인 모델의 전달함수 식은 (7)이다.

$$\frac{X(s)}{V_m(s)} = \frac{\theta_L(s)}{V_m(s)} \frac{\alpha(s)}{\theta_L(s)} \frac{X(s)}{\alpha(s)} \quad (7)$$

표1. 변수 정의

$L$ : Beam의 길이	$r$ : Lever arm의 제한 길이
$x$ : Ball의 위치	$m$ : Ball의 질량
$\alpha$ : Beam이 이루는 각	$R$ : Ball의 반지름
$\theta$ : Lever arm의 각	$J$ : Ball의 관성 모멘트
$F_{tx}$ : Translational force on the Ball Gravitational force	$F_{rx}$ : rotational force on the ball
$g$ : 중력 상수	Arc : length traveled by the arm
$B_{eq}$ : 질량과 동일한 제동용	$\eta_m$ : 모터의 효율
$\eta_g$ : 기어의 효율	$V_m$ : 입력전압
$K_t$ : 모터의 토크상수	$K_m$ : 모터의 역 기전력 상수
$K_g$ : 모터의 기어 비율	$R_m$ : 모터 전기자의 저항

#### 2.3 퍼지 제어기의 설계

퍼지 제어기는 복잡한 비선형 시스템의 퍼지 집합을 분할하여 각 영역에 따른 규칙베이스를 구성하면 기존의 비선형 제어기에 비해 훌륭한 성능을 얻을 수 있으며, 시스템의 동적 특성이 시변(time varying)일 경우 제어기 자체가 시스템의 응답에 대응하므로 기존의 제어기보다 비선형-시변 시스템의 제어가 용이할 수 있다.

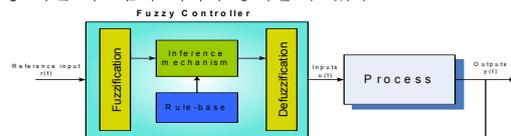


그림 2. Fuzzy Controller Architecture

일반적으로 퍼지 제어기는 그림(2)와 같이 4가지 구성요소로 되어 있다.

- (1) 퍼지화(Fuzzification)
- (2) 퍼지규칙 베이스(Rule-base)
- (3) 퍼지추론(Inference mechanism)
- (4) 비퍼지화(Defuzzification)

퍼지 제어기를 구성하는데 어려운 점은 최적의 규칙 베이스의 구성과

퍼지화 혹은 비퍼지화의 환산계수 결정이다. 먼저 퍼지 규칙 베이스는 일반적으로 전문가의 지식이나 실험에 의한 규칙 베이스를 구성할 수 있다. 그러나 제어 Plant가 높은 비선형 시스템인 경우에는 규칙 베이스의 구성에 어려움이 있다. 따라서 본 논문에서는 정밀한 제어를 하기 위하여 다음 장에 나타난 최적화 이론인 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘을 사용하여 파라미터들의 값을 튜닝하였다.

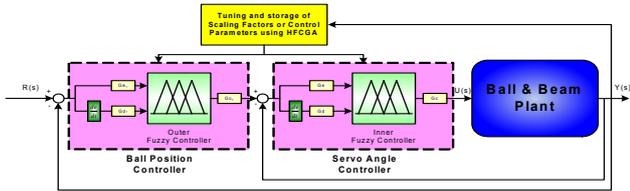


그림 3. Fuzzy Cascade 제어기 설계

본 논문에서 설계한 Fuzzy Cascade 제어기의 구조는 그림(3)과 같다. Outer loop에 있는 퍼지 제어기는 사용자의 요구에 맞는 Ball의 위치를 제어하고, Inner loop에 있는 퍼지제어기는 Ball의 위치에 맞는 Servo Motor의 각을 제어한다.

### 3. 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘을 이용한 제어기의 최적화

#### 3.1 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘(HFCGA)

기존의 단순 유전자 알고리즘은 그 개념과 이론이 단순하고 해의 탐색 능력이 우수하여 공학, 자연과학뿐만 아니라 경영학 및 사회과학 등의 여러 분야의 최적화 또는 의사결정 문제에 다양하게 적용할 수 있다. 특히 복잡한 해공간의 탐색 성능이 우수하여 변수와 제약이 많은 대형 수리 문제를 푸는데 적합하고, 모델에 대한 유연성이 높아 제약 첨가나 목적함수의 변경이 용이하다는 장점을 가진다. 이러한 유전자 알고리즘 중에서 고려되어야 할 사항 중 다양성 유지가 있다. 하지만 단순 유전자 알고리즘은 높은 선택압으로 인하여 초기 생성된 개체 중에서 열등한 개체를 초기에 도태시키고 우수한 개체들을 통하여 진화하게 된다. 위와 같은 특징으로 인하여 복잡한 최적해 탐색 문제에 대해서는 세대가 증가해도 최적의 해(Global Solution)를 찾지 못하고 지역해(Local Solution)에 수렴하는 조기 수렴 문제가 발생한다. 이러한 문제점을 보완하기 위해 여러 개의 집단을 사용하여 집단 간의 개체를 이주시키는 병렬 유전자 알고리즘(Parallel Genetic Algorithm: PGA)이 제시되었다. 병렬 유전자는 이주 과정에 따라 완전네트구조, 링 구조, 이웃이주구조 그리고 최근에 제안된 계층적 공정 경쟁(Hierarchical Fair Competition: HFC)구조가 있다. 그림(4)는 계층적 공정 경쟁 모델을 보여준다.

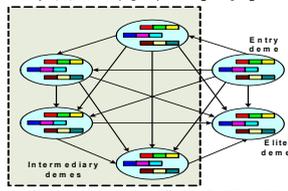


그림 4. 계층적 공정 경쟁 모델

HFC구조는 사회적 교육시스템에서 초기 랜덤한 개체들을 가진 그룹을 이주를 통하여 동등한 수준을 가진 그룹으로 나누어 학습에 대한 경쟁을 하고, 우수한 인재를 상위그룹으로 진급하는 체계를 병렬 유전자 알고리즘에 적용한 것이다. HFCGA는 여러 개의 집단이 계층적으로 구성되었으며, 각 집단은 특정 범위의 적합도를 갖는 개체들로 구성되어 있으며, 하위수준의 집단으로부터 개체의 진입을 위한 문턱 적합도를 갖고 있다. 각 집단을 독립적으로 진화하게 되며 진화 과정 중 우수한 개체는 자기 수준에 맞는 상위 집단으로 이주하게 된다. 가장 열등한 집단(Access deme)의 개체는 모든 상위 집단으로 이동할 수 있으며, 가장 우수한 집단(Elite deme)은 단지 다른 집단으로부터 개체를 받을 수만 있다.

#### 3.2 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘의 적용

HFCGA를 본 논문에서 제안한 Fuzzy Cascade 제어기에 적용하기 위하여 제어기는 먼저 제안된 유전자 알고리즘의 형태로 변형되어야 한다. Fuzzy Cascade 제어기의 여러 구성요소 중 파라미터를 튜닝하므로 파라미터를 실수형 유전자로 표현하여 초기화한 후, 계층적 공정 경쟁 알고리즘에 의해 재생산, 교배, 돌연변이, 이주 과정을 거쳐 이를 평가하고 최종적으로 선택된 최적화된 파라미터를 찾아낸다.

Fuzzy Cascade 제어기의 성능지수인 ITAE를 유전자 알고리즘의 목적함수로 선정하여 최적의 파라미터를 찾아내었다. 식(8)는 제어기의 성능지수인 ITAE를 나타낸다.

$$ITAE = \int t \times E(t) dt \quad (8)$$

### 4. 시뮬레이션

본 논문에서는 제안된 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘을 이용한 Fuzzy Cascade 제어기를 설계하고 산업 전반에서 사용되고 있는 PD Cascade 제어기와 비교하여 그 성능을 평가한다.

Fuzzy Cascade 제어기의 최적의 파라미터를 찾기 위하여 적용된 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘의 주요 파라미터와 연산자는 표(2)에 나타낸다.

표 2. 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘의 주요 파라미터 및 연산자

Parameter	Value	Operator	
Generation	300	Select	Linear ranking Based selection
Subpopulation	5	Crossover	Modified simple crossover
Population	30	Migration	Uniform migration
Migration Interval	10th generation	Elitism	Using
Fitness level	0.1 0.3 0.5 0.85 1		
Crossover rate	0.95 0.75 0.65 0.65 0.65		
Mutation rate	0.2 0.15 0.1 0.1 0.1		

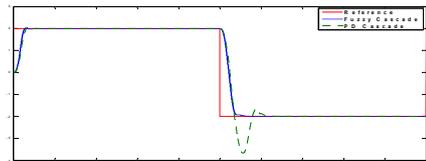


그림 5. 시뮬레이션 결과 비교

그림(5)의 시뮬레이션 결과에서 보여주듯이 Fuzzy Cascade 제어기가 기존의 산업 전반에 사용되는 PID 제어기보다 오버슈트가 작고, 수렴속도도 빠르며 Ball & Beam 시스템에 대하여 안정적이게 나타났다. 그림(6)에서는 Ball & Beam 시스템에 적용한 결과 시뮬레이션에서 보여준 바와 같이 Fuzzy Cascade 제어기가 적은 오버슈트와 빠른 수렴속도를 가지고 있다.

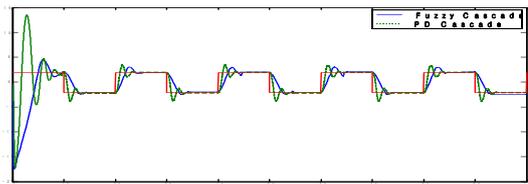


그림 6. 실제 Plant 결과 비교

### 5. 결론

본 논문에서는 Beam위에 Ball이 구르는 형태의 Ball & Beam 시스템에서 Ball의 위치를 제어하기 위하여 Fuzzy Cascade 제어기를 설계하였다. Ball & Beam 시스템은 비선형적이고 Ball의 안정성을 추구되어 간단하게 제어하기는 힘들다. 하지만 비선형적인 Plant에 민감하고 강인한 Fuzzy 제어기를 적용하며 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘을 이용하여 최적의 파라미터로 설계를 하였다. 앞서 나타난 기존 산업에 많이 사용되는 PID 제어기와 비교한 시뮬레이션과 실제 Plant를 수행한 결과가 증명해 주듯이 Fuzzy Cascade 제어기가 더욱더 좋은 성능을 나타내었다.

#### 감사의 글

이 논문은 2006년도 교육과학기술부의 재원으로 한국학술진흥재단(KRF-2006-311-D00194)의 지원을 받아 수행된 연구임

#### [참고 문헌]

- [1] Kevin M. Passino, "Fuzzy Control", Addison-Wesley Publishing Co.
- [2] Hu, J.J., Goodman, E.: The Hierarchical Fair Competition (HFC) Model for Parallel Evolutionary Algorithms. Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation: CEC2002. IEEE. Honolulu, Hawaii. (2002)
- [3] 신기수, 박래방, 권순재, "불-막대 시스템의 안정화를 위한 선형제어에 관한 연구", 전력전자학술대회 논문집, PP. 76~79 1999. 7월
- [4] 최정내, 오성권 "병렬유전자 알고리즘을 기반으로한 퍼지 시스템의 동정", 정보 및 제어 심포지움 논문집, PP. 201~203 2007. 4월
- [5] S.-K. Oh, "Fuzzy Model & Control System by C-Programming", Naeha Publishing Co., 2002.