

## 열 유입률을 고려한 자계-열계 다목적 위상최적설계

심호경\*, 왕세명\*, 문희곤\*, Kay Hameyer\*\*

\*광주과학기술원 정보기전공학부, \*\*전기기기 연구소(독일 아헨 대학교)

### Multi-objective Topology Optimization of Magneto-Thermal Problem considering Heat Flow Rate

Hokyung Shim\*, Semyung Wang\*, Heegon Moon\*, Kay Hameyer\*\*

\*School of Information & Mechatronics, GIST(Gwangju Institute of Science & Technology)

\*\*Institute of Electrical Machines, RWTH Aachen University, Germany

**Abstract** - This research provides machine designers with some intuition to consider both, magnetic and heat transfer effects. A topological multi-objective function includes magnetic energy and heat inflow rate to the system, which equals to the total heat dissipation by conduction and convection. For the thermal field regarding the heat inflow, introduced as a reaction force, topology design sensitivity is derived by employing discrete equations. The adjoint variable method is used to avoid numerous sensitivity evaluations. As a numerical example, a C-core design excited by winding current demonstrates the strength of the multi-physical approach.

#### 1. 서 론

산업체나 가정용으로 사용하고 있는 전기기기의 성능을 개선하기 위해 많은 연구가 꾸준히 진행되어 왔다. 그리하여 전자기적 특성에 대한 기술력은 거의 포화상태에 이르렀으며, 이에 대한 대안으로 다분야 설계에 대한 관심이 날로 증대되고 있다. 이러한 맥락 중 하나는 전기기기에 열전달을 고려한 설계이다.

전기적인 입력을 기계적인 출력으로 전환하는 과정에 발생하는 손실의 대부분이 동손으로써, 코일에서 발생한 줄열이 기기의 온도를 상승시키게 된다. 발생한 줄열은 철심과, 공기나 웨지와 같은 공기층을 통해 기기 밖으로 전달되는데, 이때의 전달율을 효과적으로 증가시킴으로써 기기의 전자기적 성능을 향상시킬 수 있다.

시스템의 열전달을 향상시키는 방법은 열 컴플라이언스(Thermal Compliance)를 줄이거나 특정 위치의 온도를 최대화함으로써 내부 열저항을 극소화시킬 수 있다[1-2]. 또 다른 대안은 시스템으로 흐르는 열의 유입률을 최대화하는 것이다. 에너지 보존 법칙에 따라 열 유입률의 극대화는, 전도 및 대류에 의한 열 방출률이 최대화됨을 의미한다. 그리하여 열전도와 더불어 대류 열전달의 특성으로부터 유입률을 고려해야 한다. 이에 대한 접근은 상당히 미비하며, 최근에 많은 가능성을 보이고 있는 위상 최적화에 적용한 사례는 없었다.

본 연구에서는 열유입률과 자기 에너지를 다목적 함수로 설정하고, 이에 대해 보조변수법을 이용하여 설계 민감도를 유도하고 최적화를 수행하였다. 위상최적설계를 통해 기존의 형상과는 차별성을 지닌 형상을 제시하였다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 설계 민감도 식

###### 2.1.1 전자기 시스템

전자기 시스템의 목적함수가 자기 에너지일 경우, 기존의 접근 방식과 동일한 민감도 식을 사용하게 된다[2]. 맥스웰 방정식으로부터 유도한 지배방정식을 보조 변수법을 도입하여 민감도 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \psi_{EM}}{\partial \mu} = \iiint_{\Omega} \left[ g_{\mu} + \frac{1}{\mu^2} (\nabla \times A) (\nabla \times \lambda_A) \right] d\Omega \quad (1)$$

여기서  $\psi_{EM}$ 는 전자기 목적함수,  $g_{\mu}$ 는 투자율,  $\mu$ 에 대해 편미분 취한 자기 에너지,  $A$ 는 벡터 포텐셜,  $\lambda_A$ 는 보조 변수이다.

위상최적화에 밀도법을 사용하면 각 요소의 밀도,  $b$ 가 설계 변수가 되며, 벌칙 상수,  $p$ 에 대한 투자율 보간 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\mu = \mu_0 + (\mu_0 \mu_r - \mu_0) b^p. \quad (2)$$

###### 2.1.2 열전달 시스템

에너지 보존 법칙과 Fourier의 열전도 법칙으로부터 (3)과 같은, 정상 상태에서의 지배 방정식을 얻을 수 있다[3].

$$\nabla \cdot (k \cdot \nabla T) = -q^b. \quad (3)$$

여기에서  $k$ 는 열전도율,  $T$ 는 절점온도,  $q^b$ 는 단위부피당 발생한 열이다.

Galerkin Method를 이용하여 부분 적분을 취한 후, 경계 조건을 적용하면 (4)와 같이 에너지 쌍선형 형태  $a_{\Omega}(T, \lambda)$ 와 (5)의 힘선형 형태  $l_{\Omega}(\lambda)$ 로 나타난다.

$$a_{\Omega}(T, \lambda) = \iiint_{\Omega} (k \cdot \nabla \lambda \cdot \nabla T) d\Omega + \iint_{S_c} \lambda \cdot h_c \cdot T d\Gamma \quad (4)$$

$$l_{\Omega}(\lambda) = \iint_{S_c} \lambda \cdot q^b d\Gamma + \iint_{S_c} \lambda \cdot h_c \cdot T_b d\Gamma + \iiint_{\Omega} \lambda \cdot q^b d\Omega \quad (5)$$

여기서  $\lambda$ ,  $h_c$ ,  $q^b$ ,  $T_b$ 는 가상온도, 대류 열전달 계수, 외부 열 유속, 그리고 주변 온도이다. 결국 이를 유한요소 열 강성행렬,  $K_{th}$ 와 온도 벡터,  $T$ 의 형태로 간단히 표기하면 다음과 같다.

$$[K_{th}] T = Q \quad (6)$$

열원 벡터  $Q$ 는 코일과 와전류에 의해 발생된 줄열과 해석 영역 외부에서 유입출하는 열로 분류된다.

열 유입률을 목적함수로 설정할 경우, (6)으로부터 열 유입률,  $R$ 을 분해하고 이에 대해 민감도 식을 유도해야 한다.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \\ T_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q \\ R \end{Bmatrix} \quad (7)$$

여기서  $T_s$ 는 (6)을 통해 결정되는 변수를 지칭하며,  $T_s$ 는 이미 알고 있는 표면온도이다.

목적함수,  $\psi_{TH}$ 를 열 유입률로 나타내면 (8)과 같으며, 이때의 벡터,  $\nu$ 는 각 절점의 값들을 적분하기 위해 도입된다.

$$\psi_{TH} = \nu^T R \quad (8)$$

설계 변수에 대해 목적함수를 미분 취한 후 정리하면 (9)와 같이 나타난다.

$$\psi'_{TH} = \nu^T \{ (K_{21}' T + K_{22}' T_s) + K_{21} T \} \quad (9)$$

시간에 대한 미분 항을 계산하기 위해 (7)로부터 다음 식을 유도할 수 있다.

$$K_{11} T = Q - (K_{11}' T + K_{12}' T_s) \quad (10)$$

(10)을 (9)에 대입하고 보조 변수,  $\lambda_T$ 를 도입하여 정리하면 (11)과 같으며, 이때의 보조 방정식은 (12)와 같다.

$$\psi'_{TH} = \nu^T (K_{21}' T + K_{22}' T_s) + \lambda_T^T \{ Q - (K_{11}' T + K_{12}' T_s) \} \quad (11)$$

$$K_{12} \nu = K_{11} \lambda_T \quad (12)$$

궁극적으로 열전달의 민감도 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\psi'_{TH} = [\lambda_T^T \quad \nu^T] K' T + \lambda_T^T Q \quad (13)$$

##### 2.2 위상 최적 설계

위상 최적화 기법은 설계자가 설계 영역의 정확한 물리적 이해가 부족하더라도 초기 개념 설계가 가능하다는 큰 장점을 가지고 있다. 최적 설계는 문제의 정의에 따라 다양한 결과를 도출하게 된다. 전자기 특성을 고려하기 위해 힘, 토크, 에너지 등 여러 성질을 이용할 수 있지만, 본 연구에서는 국부적 최적화 도출을 피하기 위해 자기 에너지를 채택하였다.

열전달에서는 열 컴플라이언스, 절점 온도 등이 많이 연구되었으나, 이와 차별화된 접근 방법으로 열 유동률을 목적함수에 고려하였다. 만약 열 방출률을 목적함수로 설정한다면, 최적화 과정 중에 바뀌는 설계 영역에서 열 방사량을 계산하기에 수치적인 어려움이 따른다. 따라서 에너지 보존 법칙에 의거하여, 시스템으로 유입되는 열은 전도와 대류 열전달에 의해 외부로 방출되는 열량과 동일하기 때문에 열 유입률을 고려

할 수 있다.

전자기와 열전달 특성을 동시에 고려하기 위해, (14)와 같이 다목적 함수를 이용하였으며 가중치( $\alpha, \beta$ )의 조합을 통해 각 특성의 영향도를 파악할 수 있다.

$$\max. \alpha \times \frac{\text{Energy}_{em}}{\text{Initial Energy}_{em}} + \beta \times \frac{\text{Heat Flow Rate}}{\text{Initial Heat Flow Rate}} \quad (14)$$

$$s. t \quad g = \frac{\iint_{\Omega} b A t d\Omega}{V_g \times V_0} - 1 \leq 0$$

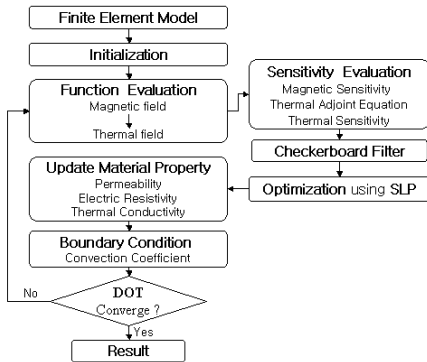
bounded to  $0 < b_{\min} \leq b \leq 1$  for all  $b \in \Omega$ .

여기서 A는 단면적, t는 두께, 그리고  $V_g, V_0$ 는 각각 최적 부피와 초기 부피이다.  $b_{\min}$ 은 시스템 평형 상태의 수학적 특이성(Singularity)을 방지하기 위해 도입된다.

그림 1은 최적화 수행 과정을 나타내며, 유한요소 모델을 한번 형성하면 C++기반으로 개발한 프로그램(In-House Code)이 모든 절차를 제어한다. Method of Feasible Directions(MFD)을 통해 Sequential Linear Programming(SLP)이 매 반복 계산마다 설계 변수의 변화값을 계산한다. 물질의 투자율이나 전기 저항률, 열 전도율과 같은 물성치의 요소(Element) 배열을 재정렬함으로써 최적화가 이루어진다. 하지만 대류 열전달이 고려되어야 열 유입률이 제대로 산정되기 때문에, 경계 조건인 대류항에 대해 물질 보간함수를 (15)와 같이 적용한다. 설계 영역에 물질이 존재하면, 자계가 흐르고 열전도가 발생하게 되며 대류조건은 사라진다. 이에 반해 물질 비존재시, 대류항 보간함수는 대류 열전달 조건만 발생하도록 부여한다.

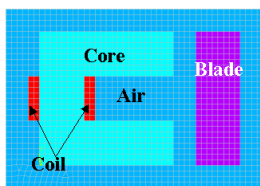
$$h_c = h_{c,initial} (1 - b^{1/p}) \quad (15)$$

열전달 최적화에는 수치해석의 불안정성과 비수렴성이 때때로 나타나는데, 이를 해결하기 위해 대류항에 대각행렬을 사용하여 수치해석을 하였으며[2] Mesh-Independency Filtering(MIF)를 적용하여 체크보드 필터(Checkerboard Filter)로서 사용하였다[4].

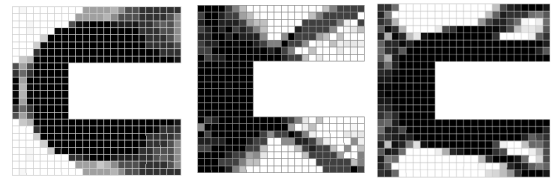


<그림 1> Flow Chart for Optimization

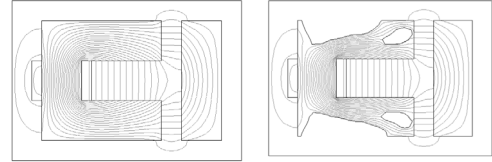
그림 2는 모터의 국부적인 치(Tooth)나 자기부상체에 적용될 수 있는, C-core 타입의 수치 모델을 나타낸다. 설계 영역은 core로 설정했으며, 전자기만 고려한 설계(a), 열전달만 고려한 설계(b), 그리고 두 특성을 모두 고려한 설계(c)를 각각 수행하여 그림 3에 나타내었다. 각 설계들은 가중치( $\alpha, \beta$ )를 변화함으로써 그 영향을 살펴볼 수 있다. (a)는 기존의 에너지 방법으로 전형적인 패턴을 나타내고 있다. 하지만 (b)는 절점 온도를 목적함수로 두고 최적화한 설계 형상과는 다른 패턴을 나타내고 있다[2]. 궁극적으로 최종 설계한 (c)를 이용하여 최적형상을 제시하였으며, 초기 형상과의 비교는 그림 4, 5와 같이 자속선 분포와 열해석 온도 등고선 분포를 통해 시각적으로 확인할 수 있다. 최적형상의 온도 등고선 대역이 넓어 퍼져, 열이 외부로 잘 방출되고 있음을 시사한다. 표 1과 같이 최적형상은 초기보다 70%의 부피를 사용하고 있으며, 비선형 재해석을 통해 열전달률과 자기 에너지 특성이 향상되었음을 확인할 수 있다.



<그림 2> Design Model



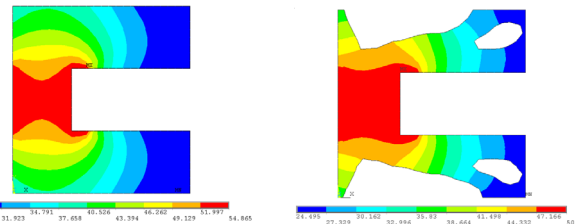
(a)  $\alpha=1, \beta=0$  (b)  $\alpha=0, \beta=1$  (c)  $\alpha=0.5, \beta=0.5$   
<그림 3> Optimal Patterns



<그림 4> Magnetic Flux Line of Initial(Left) and Optimal Design(Right)

<표 1> COMPARISON BETWEEN INITIAL AND OPTIMAL DESIGN

	Initial	Optimal
Performance (Heat Flow Rate) [%]	100	103.91
Heat Transfer Rate per Volume [%]	100	138.45
Magnetic Energy of Iron Domain [%]	00	133.51
Volume [%]	100	69.34



<그림 5> Temperature Distribution of Initial(Left) and Optimal Design(Right)

### 3. 결 론

다목적 함수를 도입하여 자계-열계 위상최적설계를 제안하였다. 열유동량을 고려하기 위해 열 유입률을 열전달의 목적 함수로 채택하였으며, 민감도 계산 시간을 줄이기 위해 보조변수법을 이용하여 민감도 식을 유도하였다. 전자기와 열전달 특성을 고려하기 위해 가중치를 두었으며, 각각의 최적화 형상을 통해 영향도를 살펴볼 수 있었다. 최적형상의 재해석을 통해 제안한 방법의 타당성을 도출하였다. 기존 모델의 일부 절개와 구멍을 났으로써 보다 나은 성능을 발휘할 수 있다.

### 4. 후 기

This work was supported by the Korea Research Foundation Grant funded by the Korean Government(KRF-2005-213- D00035) and Center of Innovative Design Optimization Technology (KOSEF).

### [참 고 문 헌]

- [1] M. Bendsøe and O. Sigmund, Topology Optimization - Theory, Methods and Application, Springer, pp. 112, 2003.
- [2] H. Shim, H. Moon, S. Wang, "3D topology optimization of magneto-thermal systems", COMPEL, Vol. 25, No. 3, pp. 572-580, July, 2006.
- [3] Y. A.Cengel, 1999, Heat Transfer: A Practical Approach.
- [4] O. Sigmund, "On the design of compliant mechanisms using topology optimization", Mech. Struct, Mach, vol.25, pp.495-526, 1997.