

압축성 기-액 이상매체중의 고속 유동현상

신 병 록¹⁾

HIGH-SPEED FLOW PHENOMENA IN COMPRESSIBLE GAS-LIQUID TWO-PHASE MEDIA

Byeong Rog Shin¹⁾

A high resolution numerical method aimed at solving gas-liquid two-phase flow is proposed and applied to gas-liquid two-phase shock tube problem. The present method employs a finite-difference 4th-order Runge-Kutta method and Roe's flux difference splitting approximation with the MUSCL TVD scheme. By applying the homogeneous equilibrium cavitation model, the present density-based numerical method permits simple treatment of the whole gas-liquid two-phase flow field, including wave propagation and large density changes. The speed of sound for gas-liquid two-phase media is derived on the basis of thermodynamic relations and compared with that by eigenvalues. By this method, a Riemann problem for Euler equations of one dimensional shock tube was computed. Numerical results such as detailed observations of shock and expansion wave propagations through the gas-liquid two-phase media and some data related to computational efficiency are made. Comparisons of predicted results and exact solutions are provided and discussed.

Key Words : 기-액 2상매체(Gas-Liquid Two-phase Media), 균질모델(Homogeneous Model), MUSCL TVD 해법(MUSCL TVD Scheme), Runge-Kutta 해법(Runge-Kutta Method), Shock 튜브 문제(Shock Tube Problem), 상태방정식(Equation of State), Riemann 문제(Riemann Problem)

1. 서 론

액체를 매체로 하는 유체기계·기기에 대한 고성능·고속화가 끊임없이 요구되고 있는 현재, 고속 수중 운동체 주변의 캐비테이션(cavitation) 유동에서는 캐비테이션 기포의 붕괴로 말미암아 단시간에 고압의 충격압이 발생된다[1]. 이 충격압은 보통 펌프, 수력터빈의 익렬 및 프로펠러, 파이프라인 시스템, 수중 이동물체와 같은 유체기계·기기의 표면재에 치명적인 손상을 입히며, 소음과 진동을 초래하여 결국 유체 고안물의 성능, 운전, 제어 등에 나쁜 영향을 미친다[2]. 최근 세계적으로 커다란 화제가 된바 있는 일본 H-II 액체로켓 8호기의 발사 실패의 원인도 로켓엔진의 터보펌프 인듀서에서 발생한 캐비테이션에 의한 피로로 판명 되었다[3].

캐비테이션에 의한 손상의 주요인은 캐비테이션기포가 고압의 유동장에 노출되었을 때 급격히 붕괴되고, 이때 기포로

부터 방출되는 충격파와 마이크로제트(micro jet)가 주변의 고체재료에 손상을 주기 때문이다. 이처럼, 캐비테이션은 고속 유동 상태하에 있는 유체기계·기기의 성능개선은 물론, 수명의 예측과 안전, 또는 충격파활용 의료기기 등의 신뢰성 확보란 관점에서 매우 중요한 연구대상이 되며, 이들 기계, 기기에 대한 차세대 고효율, 안전 설계·개발에 필요불가결 하다.

이상과 같은 캐비테이션 유동현상은 초고속 복잡 현상으로 전산해석에 의한 연구가 적합하다. 그러나 본래 캐비테이션 거동 자체가 팽창-응축-상호 간섭으로 말미암아 비정상성이 강하고, 이를 포함하는 유동은 넓은 범위의 밀도와 음속변화에 따른 압축성과 비압축성 유동의 성격이 공존하기 때문에, 이에 대한 수치해석이 매우 어렵다. 이 때문에, 기상과 액상을 분리하여 단상(single phase) 2 유체 모델, 또는 의사(pseudo) 단상 유동으로 모델화한 후에, 단상류를 해석하기 위하여 고안된 압축성 또는 비압축성 유동 계산법으로 해석을 시도하고 있다[4-8]. 그러나 아직 단상 액류로부터 캐비테이션 기포에 대한 기류, 또는 이들이 혼합된 기-액 2상(two-phase) 유동에 이르기까지 압축성-비압축성 혼합 유동을

¹ 종신회원, 창원대학교 기계공학과

* E-mail: brshin@changwon.ac.kr

정확히 해석하는 것은 곤란하다.

최근 Shin[9,10] 등은 위와 같은 복잡한 고속현상의 상세한 해명을 목적으로 캐비테이션 모델을 제안하고 여러 조건의 캐비테이션 유동의 계산을 통하여 검증하였다[11-15]. 이 모델은 고속현상을 지배하고 있는 제 1인자가 압축성 효과에 있음에 착안하여 국소균질모델의 개념에 입각하여 고안한 해석 기법이다. 즉, 기-액 2상 매체를 국소적으로 유한한 void율(기체의 체적분율)을 갖는 균질의 의사 단상매체로 취급하고 압축성 계산해법을 응용하여 유동장 전체를 일괄하여 푼다. 이때 기포나 액적의 계면은 void율의 불연속면으로 취급하고 계면추적을 하지 않음으로써 복잡한 유동장, 현상의 재현이 가능하다. 본 연구에서는 위의 캐비테이션 모델을 갖는 해법에 대하여, 시간 및 공간해상도를 2차 정확도의 해법[16]에서 3차 정확도의 MUSCL TVD법[17]을 적용한 Roe의 유속차분리법(FDS: Flux Difference Splitting)[18]과 4차 정확도의 Runge-Kutta법[19]으로 확장하고, Riemann 문제를 통하여 본 해법의 고해상도 차분해법으로의 적용가능성을 검토한다. 또한 넓은 범위의 void율에 대한 충격파관 문제를 통하여 매질의 상이에 의한 충격파의 전파특성들에 대하여 상세히 조사한다.

2. 기-액 2상 국소균질 모델

2.1 상태방정식의 정식화

상변화를 동반하는 기상-액상의 혼합문제에서는 상간의 물질이동에 따른 극단적인 밀도변화가 생기기 때문에 기본적으로 이들이 고려되는 지배방정식이 필요하다. 공교롭게도 상변화현상 자체 대부분 알려지지 않은 것이 많으나 비평형성을 동반하지 않는 기-액 상변화에 대해서는 $p = \rho RT$ 에 대신하는 일반 상태방정식을 도입함으로써 해결되는 경우가 있다. 일반 상태방정식은 크게 나누어 virial발전형과 3차 방정식형이 있으나 실용성의 측면에서 후자의 상태방정식을 선호하고, 그 대표적인 것들로 van der Waals식, Redlich-Kwong식[20], Peng-Robinson식[21] 등이 있다. 그러나 액상을 물(water)만으로 한정하면 상태방정식은 포화상태의 증기압에서부터 비교적 높은 압력의 범위에서 고안된 다음과 같은 Tammann형[22] 상태방정식이 간편하고 계산상 유리하다.

$$p + p_c = \rho_\ell K(T + T_c) \quad (1)$$

여기서, p, T, ρ 는 각각 압력, 온도, 밀도를 나타낸다. K, T_c, p_c 는 각각 물에 대한 액체상수, 온도상수, 압력상수로 20℃의 경우 472.27J/kgK, 387K, 1944.61MPa로 평가되고, 아래 첨자 ℓ 은 액상을 나타낸다. 또한 기체상태 (아래 첨자 g)의

공기를 이상기체로 가정하면 상태방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다. 단, R 은 기체상수.

$$p = \rho_g RT \quad (2)$$

본 해석 모델에서는 우선 기-액 2상 매체를 국소적으로 유한한 량의 void를 갖는 균질의 의사 단상 매체로서 취급한다 [9]. 즉, 기-액 2상 매체중의 미소 체적요소 내에 무수히 많은 미세한 기포입자 또는 액적입자가 균질하게 분포하고 있다고 가정한다. 이렇게 함으로써 종래의 이른바 균질모델을 이용하여 기-액 2상 유동을 거시적으로 근사하는 것이 아니라 보다 근본적으로 2상 매체 자체를 모델링하는 것을 의미한다. 이때 2상 매체의 혼합밀도 ρ 는 국소균질의 가정에 따라 기상과 액상의 밀도를 국소 void율 α 로 선형결합 함으로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho = (1 - \alpha)\rho_\ell + \alpha\rho_g \quad (3)$$

다음으로, 기상 및 액상의 압력과 온도가 평형상태에 있다고 가정하면 공기-물계 혼합매체의 상태방정식은 식(1), (2)로부터 다음과 같다.

$$\rho = (1 - \alpha) \frac{p + p_c}{K(T + T_c)} + \alpha \frac{p}{RT} \quad (4)$$

한편, void율 α 와 quality (기체의 질량분율) Y 와의 사이에는 다음식이 성립한다.

$$\rho(1 - Y) = (1 - \alpha)\rho_\ell, \quad \rho Y = \alpha\rho_g \quad (5)$$

이 관계를 이용하여 α 를 소거하고 Y 로 정리하면 기-액 2상 국소균질매체에 대한 상태방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\rho = \frac{p(p + p_c)}{K(1 - Y)p(T + T_c) + RY(p + p_c)T} \quad (6)$$

실제의 계산에 있어서 유동장에 존재하는 임의 형상의 기포 또는 액적은 void율이 서로 다른 모델화된 2상 매체를 국소적으로 분포시켜 표현한다. 이때 이들의 계면은 압축성 기-액 2상 매체로 밀도의 도약을 허용하는 접촉 불연속면으로서 취급하게 된다. 또한 본 모델은 상술한 바와 같이 미시적 시간, 공간 scale을 극소로 취급하기 때문에 해석 대상이 되는 각종 현상들의 시간 scale에 제한이 없고, 고속현상의 미소시

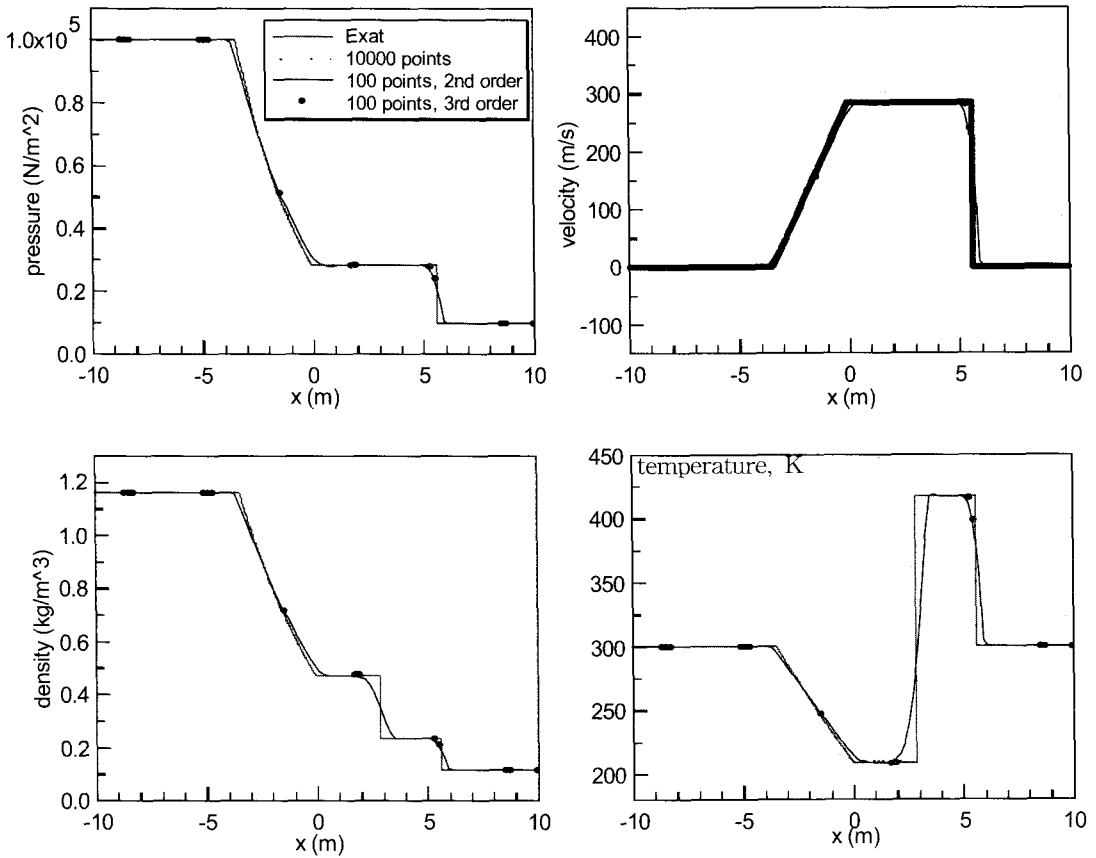


Fig. 1 Computational results of pressure, density, velocity and temperature for ideal gas at $\alpha_i = 100\%$, time $t=0.01s$.

간 해석이 가능하다.

2.2 음속의 정식화

열역학적 관계식을 이용하여 기-액 2상 매체에서의 음속을 정식화할 수 있다. 우선 상태방정식 (6)에서 압력 p 는 압력, 밀도, 온도, quality의 함수 즉 $p = f(p, \rho, T, Y)$ 임으로 압력의 전미분은 다음과 같다.

$$dp = \frac{\partial p}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial p}{\partial T} dT + \frac{\partial p}{\partial Y} dY \quad (7)$$

다음으로, 열역학 제1법칙으로부터 기-액 2상 매체에서의 열유속 dq 는 다음과 같이 나타낼 수 있다. 단, 2상 매체의 정압비열 C_p 는 $C_p = Y C_{pg} + (1 - Y) C_{pl}$ 이다.

$$dq = C_p dT - \frac{1}{\rho} dp \quad (8)$$

등 엔트로피 유동을 가정하면 $dq = 0$ 로부터

$$dT = \frac{1}{C_p \rho} dp \quad (9)$$

이다. 상변화가 무시되므로 $dY = 0$. 따라서, 기-액 2상 매체에 대한 단열음속 c 는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$c^2 = \left. \frac{dp}{d\rho} \right|_s = \frac{C_p C_2 T}{C_p C_0 - C_1} \quad (10)$$

여기서,

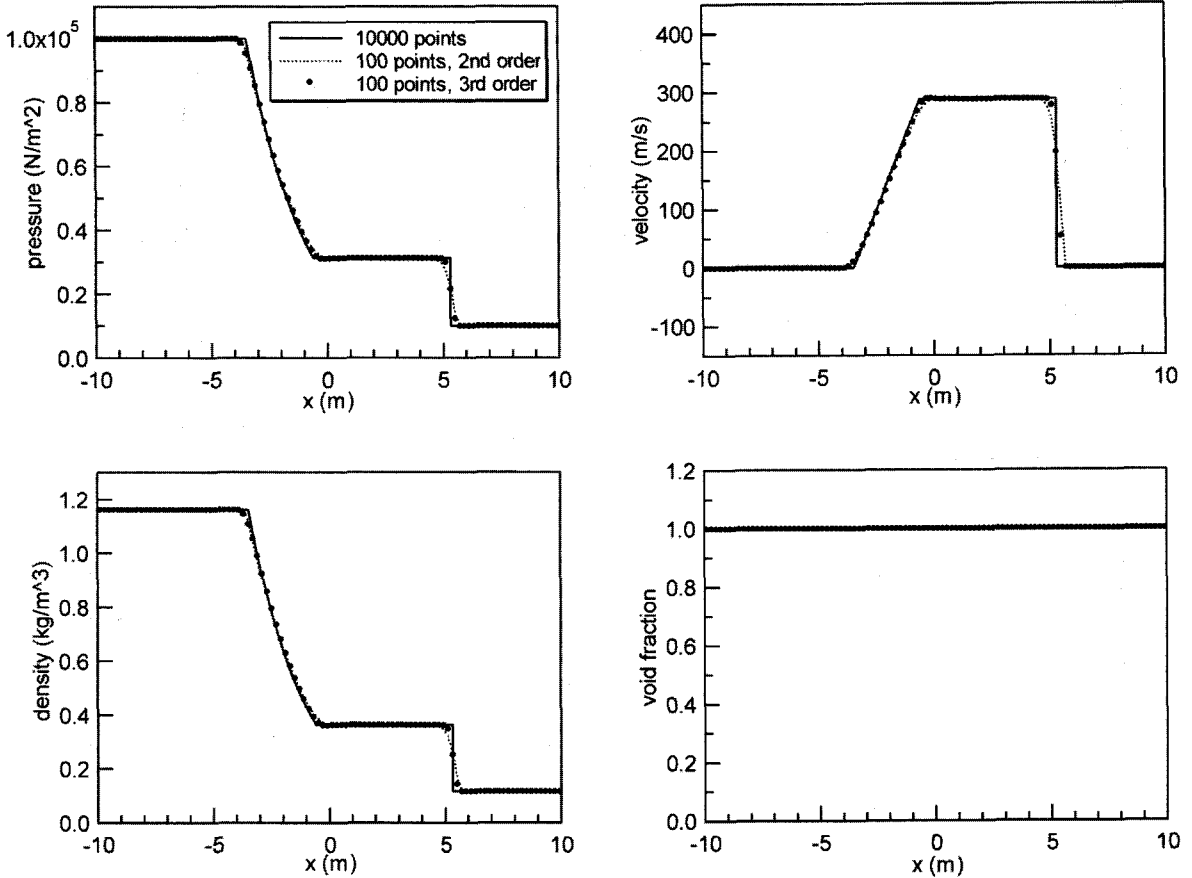


Fig. 2 Computational results of pressure, density, velocity and void fraction distribution for gas phase at isothermal condition, time $t=0.01s$.

$$C_0 = 1 - (1 - Y)\rho K(T + T_c) \frac{p_c}{(p + p_c)^2}$$

$$C_1 = YR + (1 - Y)K \frac{p}{p + p_c}$$

$$C_2 = YR + (1 - Y)K \frac{p}{p + p_c} \frac{T + T_c}{T}$$

이상과 같이 유도한 음속 c 는 전 에너지 e 를 이용하여 구한 것과 같다. 또, Jacobi 행렬의 고유치를 통하여 구한 음속 $c^2 = \rho C_p (\partial \rho / \partial T + \rho C_p \partial \rho / \partial p)^{-1}$ 과 일치함을 확인하였다. 이는 다소 귀찮은 계산이 되지만 독자가 직접 확인할 수 있다. 본 국소 균질모델의 개념에 따라 열역학적 관계로부터 도출한 이 음속은, void의 존재에 따라 급속히 감소한다는 실험적으로 잘 알려진 경향을 정량적으로 재현할 수 있다.

3. 수치해법

3.1 기초방정식

위에서 설명한 본 모델을 이용함으로써 가-액 2상 국소균질매체의 기초방정식은 단상 압축성유동의 기초방정식과 유사한 형식으로 나타낼 수 있다. 즉, 간단히 1차원 충격파관 문제를 생각하면, 그 지배방정식은 압축성 Euler 방정식에 기상의 질량보존의 식을 더하여 아래와 같이 나타낸다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} = 0 \tag{11}$$

여기서, t 는 시간, x 는 직교좌표계이고, Q 는 미지변수 벡터, E 는 유속(flux)벡터로 각각 다음과 같다.

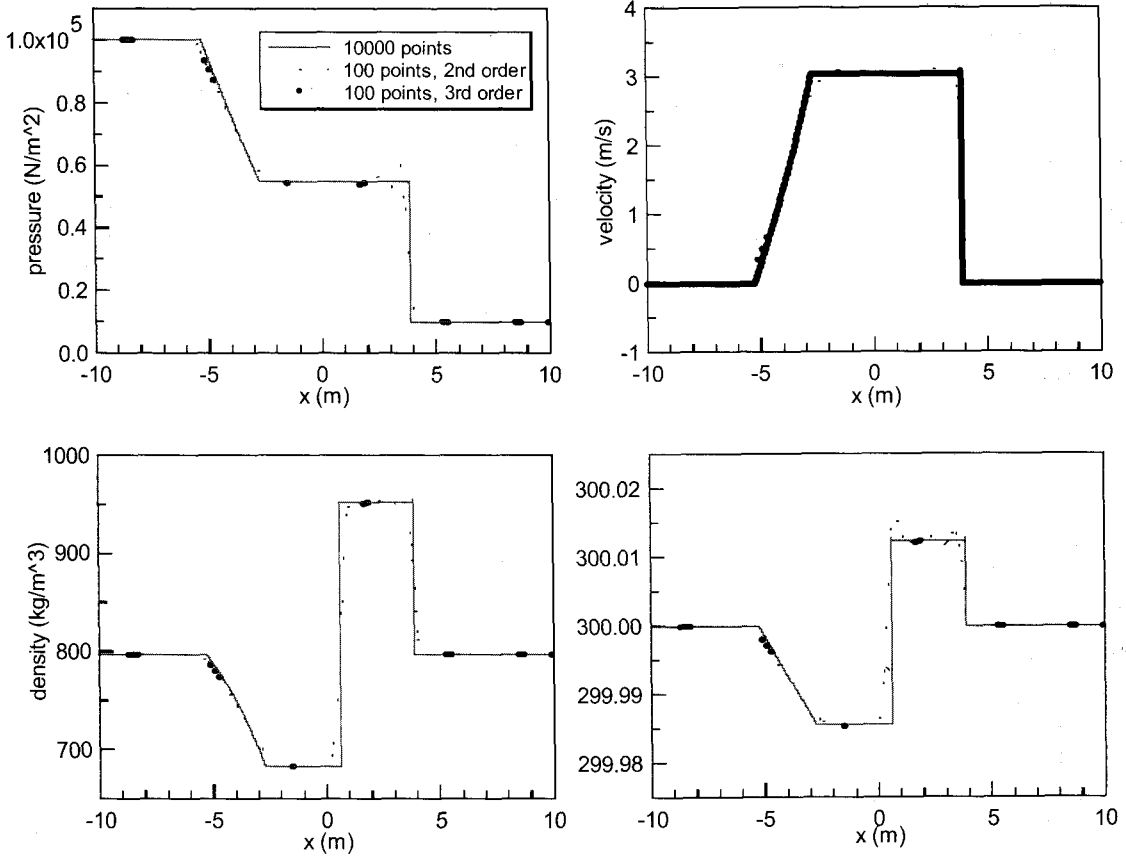


Fig. 3 Computational results of pressure, density, velocity and temperature distribution for gas-liquid two-phase media at $\alpha_g = 20\%$, time $t=0.00473s$.

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ e \\ \rho u Y \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ (e + p)u \\ \rho u Y \end{pmatrix}$$

식 (11)의 네 번째식이 기상의 질량보존식, u 는 속도이다.

3.2 수치해법

위의 기초식에 대하여 광범위의 void를 갖는 충격파관 문제의 고해상도 안정 해석을 위하여, 여기에서는 3차 정확도의 MUSCL TVD법에 의한 Roe의 FDS법과 4차 정확도의 Runge-Kutta법을 적용하고 본 해법의 고해상도 차분해법으로의 적용가능성을 검토한다.

지금, 식 (11)의 유속벡터 E 에 대한 공간 위치 i 에서의 차분식은 $\partial E / \partial x = (E_{i+1/2} - E_{i-1/2}) / \Delta x$ 와 같이 나타낼 수

있고, 예를 들어 수치유속(numerical flux) $E_{i+1/2}$ 를 Roe의 FDS를 적용하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$E_{i+1/2} = \frac{1}{2} [E(Q_{i+1/2}^L) + E(Q_{i+1/2}^R)] - |A_{i+1/2}| (Q_{i+1/2}^R - Q_{i+1/2}^L) \quad (12)$$

여기서 A 는 비선형방정식 (11)의 선형화에 따른 Jacobi 행렬 ($A = \partial E / \partial Q$)로, 각 성분은 밀도의 평방근으로 평가한 Roe의 평균값으로 구한다. 실제 계산에서 A 는 대각화를 통한 고유치와 고유벡터를 이용하여 계산한다. 또, 좌우 셀 경계에서의 물리량 $Q_{i+1/2}^L$ 과 $Q_{i+1/2}^R$ 은 최대 3차 정확도의 공간 해상도를 얻을 수 있는 MUSCL TVD법[17]을 이용하여 구한다.

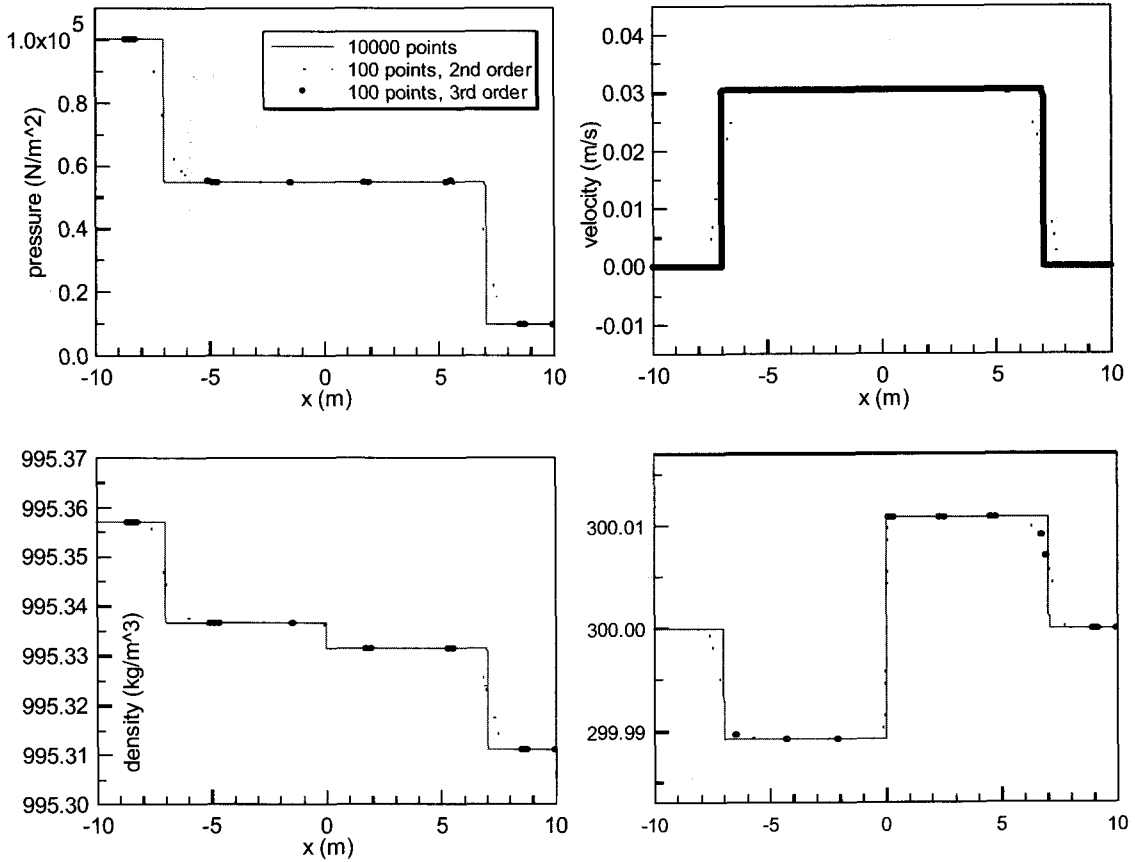


Fig. 4 Computational results of pressure, density, velocity and temperature distribution for liquid phase at $\alpha_i = 0\%$, time $t=0.00473s$.

$$\begin{aligned}
 Q_{i+1/2}^L &= Q_i + \frac{1}{4}[(1-\kappa)D^+ Q_{i-1/2} + (1+\kappa)D^- Q_{i+1/2}], \\
 Q_{i+1/2}^R &= Q_{i+1} - \frac{1}{4}[(1-\kappa)D^- Q_{i+3/2} + (1+\kappa)D^+ Q_{i+1/2}]
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

여기서 유속제한 값(flux-limited value) DQ 와 minmod 함수

$$\begin{aligned}
 D^+ Q_{i-1/2} &= \min\text{mod}(\delta Q_{i-1/2}, b\delta Q_{i+1/2}), \\
 D^- Q_{i+1/2} &= \min\text{mod}(\delta Q_{i+1/2}, b\delta Q_{i-1/2}), \\
 \delta Q_{i+1/2} &= Q_{i+1} - Q_i, \\
 \min\text{mod}(x, y) &= \text{sign}(x) \max[0, \min(|x|, y \text{ sign}(x))]
 \end{aligned}$$

이고, 선형결합 변수 κ 의 범위는 $-1 \leq \kappa \leq 1$ 이다. κ 가 1/3 일 때 식 (13)은 3차 정확도를 갖고[23], 유속구배 제한자 b 의 범위는 $1 \leq b \leq (3-\kappa)/(1-\kappa)$ 이다. 본 논문에서는 2차

정확도에서 $\kappa = -1$, $b = 2$ 로, 3차 정확도에서는 $\kappa = 1/3$, $b = 4$ 로 하여 계산하였다.

한편, 기초방정식 (11)의 시간적분은 다음과 같은 4단계 Runge-Kutta법[19]을 이용하여 비정상해의 정확도를 높였다.

$$\begin{aligned}
 Q^{(1)} &= Q^n - \frac{1}{4} \Delta t L(Q^n), \\
 Q^{(2)} &= Q^n - \frac{1}{3} \Delta t L(Q^{(1)}), \\
 Q^{(3)} &= Q^n - \frac{1}{2} \Delta t L(Q^{(2)}), \\
 Q^{n+1} &= Q^n - \Delta t L(Q^{(3)})
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

단, 차분 연산자 $L(Q) = \partial E / \partial x$.

4. 계산결과 및 고찰

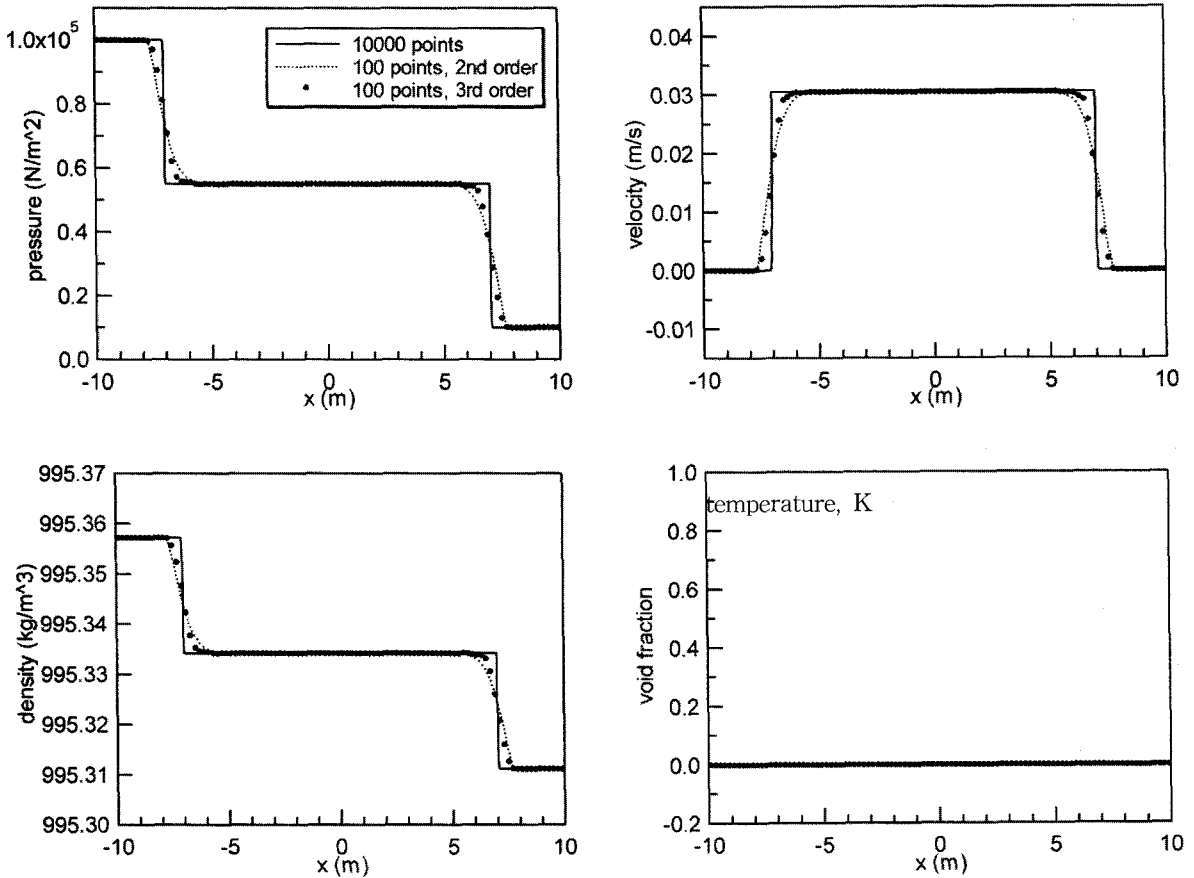


Fig. 5 Computational results of pressure, density, velocity and void fraction distribution for liquid phase at $\alpha_i = 0\%$, time $t=0.00473s$.

본 기-액 2상 매체 기초방정식의 고해상도 차분해법을 검증하기 위하여 Euler방정식에 대한 Riemann문제로서 Sod가 제안한 표준문제[24]를 해석한다. 이 문제의 해석 구간은 문헌 [24]에서와 같이 $x[-10m, 10m]$ 이며 초기치는 불연속면 ($x=0m$)의 좌우 각각에 대하여 다음과 같고 온도는 $T=300K$ 이다.

$$p_L = 0.1MPa, u_L = 0 m/s, \rho_L = 1.1614kg/m^3$$

$$p_R = 0.01MPa, u_R = 0 m/s, \rho_R = 0.11614kg/m^3$$

Fig. 1에 초기 void율 $\alpha = 100\%$ 의 이상기체 (비열비 $\gamma = 1.4$)에 대한 $t = 0.01s$ 에서의 계산 결과와 엄밀해[25]와의 비교를 나타낸다. 잘 알려진 바와 같이 좌우로 각각 팽창파와 충격파가 전파되고 있고 이들 파동으로 인해 속도가 유기된다. 격자수 10000점의 결과는 엄밀해와 거의 일치하며, 격자수 100점의 경우도 불연속면의 산일을 제외하면 좋은 정

확도를 보이고 있다. 여기서 기호 (·) 표시는 3차 정확도의 MUSCL TVD법에 의한 계산결과로 실제 격자점에서의 계산 값들을 나타낸다. 2차, 3차 정확도에 의한 결과 모두 수치적 진동이 없는 단조한 해를 보이고 있으나 같은 격자점을 이용한 계산이라도 3차의 경우가 엄밀해에 가깝다.

Fig. 2에 등온과정 중의 계산결과를 나타낸다. 즉 계산조건은 Fig. 1의 경우와 같으나 다만 등온과정이고, 단상 기체의 엄밀해로 간주한 격자수 10000점의 결과와 100점에 대한 결과를 함께 나타낸다. Fig. 1의 결과와 같이 좌우로 팽창파와 충격파가 전파되나 밀도 불연속면과 충격파면의 위치가 모두 일치함을 알 수 있다. 따라서 접촉 불연속면이 존재하지 않는 데, 이것은 기체 충격파관 문제의 등온과정에 대한 특징이라고 할 수 있다.

Fig. 3에 초기 void율 $\alpha_i = 20\%$ 인 기-액 2상 매체에 대한 결과를 보인다. 기체의 경우와 같이 압력파가 전파하나, 충격파가 전파되는 곳에서는 2상 매체에 압축을 가하게 됨으로

void가 떨어지고, 팽창파의 경우에는 그와 반대의 거동을 보인다. 이 때문에 접촉 불연속면이 존재하고 유기속도로 오른쪽으로 이동한다. 또한, 충격파 배후압의 크기는 기체에 비하여 (Fig. 1, 또는 Fig. 2) 높은 경향을 보인다. 기-액 2상 매체의 경우에도 3차 정확도의 결과가 특히 접촉 불연속면에서 좋은 해상도를 보이고 있다. 단순히 수치적 산일이 작아진 것 뿐 아니라 수치적 진동이 적은 특징을 나타내고 있다. 이는 접촉 불연속면을 기포 또는 액적계면으로 취급하는 본 해법에 있어서는 매우 중요한 사항으로 고해상도 해법의 적용이 보다 유리함을 의미한다.

Fig. 4,5는 초기 void율 $\alpha_i = 0\%$ 인 액체의 충격파관 문제에 대한 계산결과를 나타낸다. 오른쪽으로 충격파, 왼쪽에 팽창파가 전파하나, 기체의 경우와 달리 팽창파가 충격파처럼 전파하고 있다. 이는 계산상 발생할 수 있는 팽창 충격파가 아니라 액체의 음속과 파동으로 유기된 속도와 액체의 음속과의 사이에 커다란 차이가 있기 때문에 이와 같은 파형을 갖는다. 다만, 정성적으로는 기체의 경우와 비슷하나, 밀도의 변화와 유기속도가 매우 작다. 등온 과정 Fig. 5와는 달리 압축성 Full Euler식에 의한 결과 Fig. 4에서는 충격파, 팽창파의 전파와 함께 액체의 온도도 작지만 변화하고 있음을 알 수 있다. 또한 여기에서는 접촉 불연속면이 존재하고 있어 아주 느린 속도로 오른쪽으로 이동하고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 기-액 2상 유동을 해석하기 위하여 제안된 균질모델에 대하여 상태방정식 및 음속에 대한 정식화과정을 상세히 밝혔다. 이로써, 기-액 2상 균질모델을 바탕으로 열역학적 관계식으로 부터 도출한 음속과 기초방정식의 고유치로부터 구한 음속이 일치함을 확인하였다. 또 이를 이용한 기초방정식에 대하여 고해상도 수치해법을 적용하고 충격파관 문제를 통하여 본 해법의 고해상도 차분해법의 적용성을 검토하였다. 계산 결과, 특성의 이론에 근거한 본 고해상도 차분해법은 완전기체에서 완전액체에 이르기까지 넓은 범위의 void에 대하여 기-액 2상 매체중의 파동현상을 정확하고 안정하게 포획할 수 있다. 등온과정의 기체 충격파관 문제에서는 밀도의 불연속면과 충격파면의 위치가 일치하고, 접촉 불연속면이 존재하지 않는다. 또, 기-액 2상 매체, 액체에 대한 충격파관 문제에서는 충격파 배후압의 크기가 기체에 비하여 높은 경향을 나타낸다.

후 기

이 연구의 일부는 방위산업청 지정 한국해양대학교 수중운

동체 특화연구센터(UVRC)의 지원으로 이루어 졌습니다.

참고문헌

- [1] 1995, Brennen, C.E., "Cavitation and Bubble Dynamics," Oxford Univ. Press, Oxford.
- [2] 1970, Knapp, R.T., "Cavitation," McGraw-Hill Book Company, New York.
- [3] 2002, 신병록, "H-II로켓트 8호기의 사고분석과 개선책," 과학재단소식, 통권 202호, pp.34-37.
- [4] 1992, Kubota, A., et al., "A New Modeling of Cavitating Flows: A Numerical Study of Unsteady Cavitation on a Hydrofoil Flows," *J. Fluid Mech.*, Vol.240, pp.59-96.
- [5] 1995, Chen, Y., and Heister, S.D., "Two-Phase Modeling of Cavitating Flows," *Computers & Fluids*, Vol.24, pp.799-809.
- [6] 1997, Deshpande, M., et al., "Numerical Modeling of the Thermodynamic Effects of Cavitation," *ASME J. of Fluids Eng.*, Vol.119, pp.420-427.
- [7] 1997, Singhal, A.K. et al., "Multi-Dimensional Simulation of Cavitating Flows Using a PDF Model for Phase Change," *ASME Paper FEDSM97-3272*.
- [8] 2000, Kunz, R.F., et al., "A Preconditioned Navier-Stokes Method for Two-Phase Flows with Application to Cavitation Prediction," *Computers & Fluids*, Vol.29, pp.849-875.
- [9] 2003, Shin, B.R., et al., "A Numerical Study of Unsteady Cavitating Flows Using a Homogenous Equilibrium Model," *Computational Mechanics*, Vol.30, No.5, pp.388-395.
- [10] 1999, Shin, B.R., and Ikohagi, T., "Numerical Analysis of Unsteady Cavity Flows Around a Hydrofoil," *ASME Paper FEDSM 99-7215*.
- [11] 2003, Iga, Y., et al., "Numerical Study of Sheet Cavitation Break-off Phenomenon on a Cascade Hydrofoil," *ASME J. Fluid Engng.*, Vol.125, No.4, pp.643-651.
- [12] 2001, Shin, B.R., "Numerical Analysis of Unsteady Cavitating Flow by a Homogeneous Equilibrium Model," *31st AIAA Fluid Dynamics Conference*, AIAA Paper 2001-2909, pp.1-10.
- [13] 2004, Shin, B.R., et al., "Application of Preconditioning Method to Gas-Liquid Two-Phase Flow Computations," *ASME J. Fluid Engng.*, Vol.126, No.4, pp.605-612.
- [14] 2005, Shin, B.R. and Yamamoto, S., "A Preconditioning Method for Two-Phase Flow with Cavitation," *Computational Fluid Dynamics Journal*, Vol.13, No.4, pp.722-729.
- [15] 2004, Yamamoto, S. and Shin, B.R., "A Numerical Method for Natural Convection and Heat Conduction around and in a Horizontal Circular Pipe," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.47, No.12, pp.5781-5792.
- [16] 1987, Yee, H.C., "Upwind and Symmetric Shock-Capturing Scheme," *NASA TM-89464*.



- [17] 1979, van Leer, B., "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme V. A Second-Order Sequel to Godunov's Method," *J. Comput. Phys.*, Vol.32, pp.101-136.
- [18] 1981, Roe, P.L., "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Scheme," *J. Comp. Phys.*, Vol.43, pp.357-372.
- [19] 1981, Jameson, A., et al., "Numerical Simulation of the Euler Equations by Finite Volume Method Using Runge-Kutta Stepping Schemes," *AIAA paper 81-1259*.
- [20] 1996, Moran, M.J. and Shapiro, H.N., "Fundamentals of Engineering Thermodynamics," *Wiley*, New York.
- [21] 1976, Peng, D.Y. and Robinson, D.B., "A New Two-Constant Equation of State," *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, Vol.15, No.1, pp.59-64.
- [22] 1971, Chen, H.T. and Collins, R., "Shock Wave Propagation Past on Ocean Surface," *J. Comput. Phys.*, Vol.7, pp.89-101.
- [23] 2003, Shin, B.R., "A Stable Numerical Method Applying a TVD Scheme for Incompressible Flow," *AIAA J.*, Vol.41, No.1, pp.49-55.
- [24] 1998, Laney, C.B., "Computational Gasdynamics", *Cambridge Univ. Press*, Cambridge.
- [25] 1984, John, J.E.A., "Gas Dynamics", *Allyn and Bacon, Inc.*, Boston.