



# 고받음각에서 원뿔형 물체 주위에 발생하는 정상상태 비대칭 와류의 수치해석

박미영,<sup>1</sup> 박수형,<sup>2</sup> 이재우,<sup>\*2</sup> 변영환<sup>2</sup>

## NUMERICAL ANALYSIS FOR STEADY ASYMMETRIC VORTEX OF CONE AT HIGH ANGLE OF ATTACK

M.Y. Park,<sup>1</sup> S.H. Park,<sup>2</sup> J.W. Lee<sup>\*2</sup> and Y.H. Byun<sup>2</sup>

*Supersonic viscous flow over a 5 degree half angle cone studied computationally with three-dimensional Navier-Stokes equations. Steady asymmetric solutions of 5-deg half angle cone show that the asymmetric flow separation is caused by convective instability. The angle of attack, Reynolds number, and Mach number affected the side force variation that is caused by asymmetric vortical flow.*

**Key Words :** 전산유체역학(CFD), 고받음각(High Angle of Attack), 비대칭와류(Asymmetric Vortex), 측력(Side Force)

### 1. 서 론

초음속 미사일 주위의 고받음각 유동은 동체 표면에서부터 박리된 유동으로 인한 비대칭적 힘과 진동의 발생 등으로 미사일의 안정성에 중대한 영향을 미치게 된다.

대칭형 물체 주변의 유동은 상대적으로 저받음각 영역에서는 대칭적인 정상 유동 특성을 보여준다. 받음각이 증가함에 따라서 비대칭 와류가 나타나지만, 유동장은 여전히 정상 유동 특성을 보여준다. 상대적으로 고받음각 영역이 되면서 유동장은 비정상 유동 특성을 보여준다. 각 받음각 상황에서 나타나는 현상들은 물체의 형상이나 자유류의 조건에 따라서 달라질 수 있다[1].

본 연구에서는 초음속 고받음각에서의 비대칭 와류 특성에 이에 따른 측력을 수치적으로 고찰해 보기 위해 3차원 Navier-Stokes 방정식 코드를 이용하여 CFD 해석을 수행하였다. 인위적 비대칭 와류 생성을 위해 원뿔(cone)에 작은 bump를 이용하였다. 기하학적 오차 형상을 바탕으로 받음각, 마하수, 그리고 레이놀즈수의 변화에 따른 비대칭 측력의 변화를

살펴보고 정상 상태 영역에서 포착되는 비대칭 와류의 물리적 특성과 비대칭 측력과의 연관관계를 규명하고자 한다.

### 2. 수치해석기법

#### 2.1 지배 방정식

3차원 압축성 Navier-Stoke 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial(f_j - f_{vj})}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

$$q = [\rho, \rho u_i, \rho E]^T \tag{2}$$

$$f = [\rho u_j, \rho u_j u_{ij} + p\delta_{ij}, \rho u_j E]^T \tag{3}$$

$$f_{vj} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{ij} + \tau_{ij}^* \\ u_{ij}(\tau_{ij} + \tau_{ij}^*) - q_j + (\mu_j + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \end{bmatrix} \tag{4}$$

여기서  $\rho$ ,  $u_i$ ,  $p$ ,  $E$ ,  $H$  는 각각 밀도,  $x_i$  축방향의 속도성분,

1 학생회원, 건국대학교 대학원 항공우주정보시스템공학과  
 2 정회원, 건국대학교 항공우주정보시스템공학과  
 \* Corresponding author, E-mail: jwlee@konkuk.ac.kr

압력, 총에너지 및 총엔탈피를 의미하며,  $\pi$ 과  $\pi$ 는 각각 층류와 난류에 의한 점성 응력텐서(stress tensor)를,  $q_j$ 는  $j$  방향의 열전달량을 표현한다.  $\mu$ 과  $\mu$ 는 층류 점성계수와 난류 점성계수를 의미하며, 층류 점성계수는 Sutherland 법칙에 의해 결정한다.

격자 경계면에서의 비점성 유속 계산은 2차 정확도의 upwind MUSCL scheme을 적용하여 Roe의 FDS(Flux Difference Splitting)[2]를, 점성 유속은 중심차분(central differencing)을 사용하였다. 또한 정상 상태의 해를 얻기 위해 내재적 시간 전진 기법인 Diagonalized ADI를 사용하였다[3-5].

## 2.2 $k$ - $\omega$ SST 난류 모델

$k$ - $\omega$  난류 방정식[6]은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial q_T}{\partial t} + \frac{(\partial f_{T_i} - f_{T_{ij}})}{\partial x_{ij}} = S_{kw} \quad (5)$$

$$q_T = [\rho k, \rho \omega]^T \quad (6)$$

$$f_{T_j} = [\rho u_j k, \rho u_j \omega]^T \quad (7)$$

$$f_{T_{ij}} = \left[ (\mu_j + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j}, (\mu_j + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right]^T \quad (8)$$

$f_{T_j}$ 는 생성항(convection term),  $f_{T_{ij}}$ 는 소산항(diffusion term)을 나타낸다.  $S_{kw}$ 는 난류운동에너지( $k$ )와 비소산율( $\omega$ )의 원천항으로, 다음과 같다.

$$S_{kw} = \begin{bmatrix} P_k - D_k \\ P_\omega - D_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_t S^2 - \frac{2}{3} \rho k S_{kk} - \beta' \rho k \omega \\ \alpha \frac{\omega}{k} \left( \mu_t \frac{S^2}{\alpha_\nu} - \frac{2}{3} \rho k S_{kk} \right) - \beta \rho \omega^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서  $P_k$ 와  $P_\omega$ 는  $k$ 와  $\omega$ 의 생성율(production rate)을 나타내며,  $D_k$ 와  $D_\omega$ 는 소멸율(destruction rate)을 나타낸다. 평균 strain율(mean strain rate)  $S$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$S^2 = 2S_{ij}S_{ji} - \frac{2}{3}S_{kk}^2 \quad (10)$$

난류 점성 계수는 다음과 같이 표현된다.

$$\mu_t = \rho c_\mu (k/\omega) \quad (11)$$

$k$ - $\omega$  SST 모델에서 난류 점성 모델은 역압력구배가 존재하는 곳에서 주난류 전단응력의 전달(transport)을 고려하도록 설계되었다. 이때의 난류 점성 상수는 다음과 같이 정의 된다.

$$c_\mu = \min [c_\mu^o, 0.31\omega/\Omega F_2] \quad (12)$$

$F_2$ 는 경계층에서 1의 값을, free shear layer에서는 0의 값을 갖도록 만들어진 함수이다.

$k$ - $\omega$  SST 난류 모델은 벽면에서는 정확한  $k$ - $\omega$  모델을 사용하고, 경계층 외부에서는 자유류 의존성이 없는  $k$ - $\varepsilon$  모델을 사용하도록 한다.  $k$ - $\varepsilon$  모델을  $k$ - $\omega$  모델 형태로 치환하고 모델상수를 결합하기 위한 혼합(blending) 관계식을 이용한다.  $k$ - $\omega$  모델( $\phi_1$ )로 치환되는  $k$ - $\varepsilon$  모델( $\phi_2$ )의 관계식은 다음과 같다.

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (13)$$

$k$ - $\varepsilon$  모델의 치환으로 유도된 교차 확산항  $P_{cd}$ 는 다음과 같다.

$$P_{cd} = 2\rho(1 - f_1) \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (14)$$

## 2.3 경계조건

벽면의 경계조건으로 속도는 no-slip 조건을 적용하며, 밀도와 에너지 등은 내부 점으로부터 외삽 되어진 단열조건을 적용한다.  $k$ - $\omega$  모델은 벽면에서  $k$ 는 0으로 고정하고,  $\omega$ 는 다음과 같은 식을 따른다[7].

$$\omega_{wall} = (19/9)(6\mu_w/\beta \rho d_1^2) \quad (15)$$

여기서  $d_1$ 는 벽면에서부터 첫 번째 격자 중심까지의 거리를 나타낸다.

## 3. 해석 결과

half cone angle이 5도( $\theta=5^\circ$ )인 원뿔 주변의 정상 상태의 비대칭 와류에 대한 해석을 수행하였다.  $65 \times 49 \times 97$  정렬 격자를 사용하였다.

대칭 형상을 이용한 수치해석 결과에서는 유동이 대칭적으로 나타났다. 따라서 수치해석에서는 비대칭 와류 관찰을 해

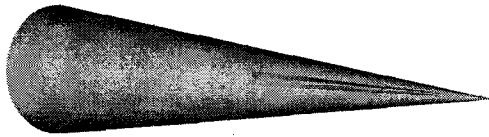


Fig. 1 Bump Configuration

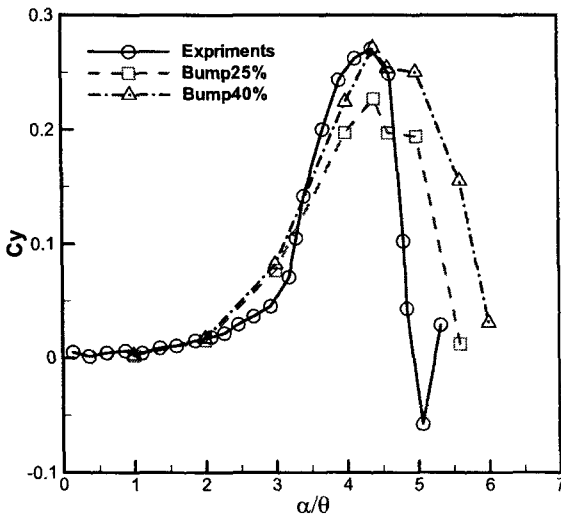


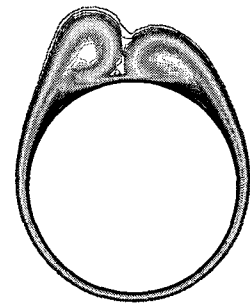
Fig. 2 Effect of angle of attack on side forces at  $M_\infty=1.8$  and  $Re=1 \times 10^5$

석하기 위하여 추가적 비대칭성을 부여해야한다. 비대칭성을 적용하는 방법에는 기하학적 오차(bump 장착), 미소축풍 발생, 비대칭 격자분포, 미사일 표면에서의 비대칭 jet 분사, 표면의 거칠기 변화를 이용하여  $k-\omega$  난류 모델의 비대칭 난류 발생, 그리고 층류에서 난류로의 천이지점을 비대칭적으로 지정하는 방법 등이 있다.

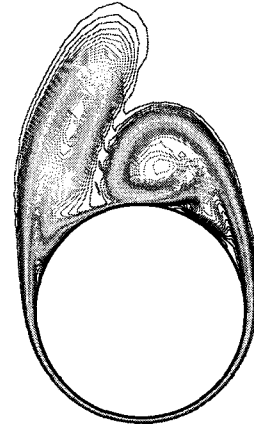
본 연구에서는 원뿔 형상에 bump를 장착하여 기하학적 오차를 갖도록 하여 해석을 수행하였다. bump의 길이와 높이를 변화시켜 측력을 비교해 본 결과 bump의 길이의 변화가 높이의 변화보다 더 영향을 많이 주는 것을 알 수 있었다. 또한, bump의 크기가 변화하여도 10도 이하의 저 받음각 영역에서는 측력의 크기 차이가 거의 없었으나,  $15^\circ \leq \alpha \leq 25^\circ$ 의 영역에서는 bump의 크기에 따라 그 값의 차이가 존재하였다. 실험 결과[8]와의 일치성을 위해 bump의 길이를 전체 길이의 40%로 결정하였으며, bump의 위치는 원주각이  $90^\circ$  ( $\phi=90^\circ$ ) 되는 곳으로 결정하였다.

### 3.1 받음각 변화에 따른 측력 분포

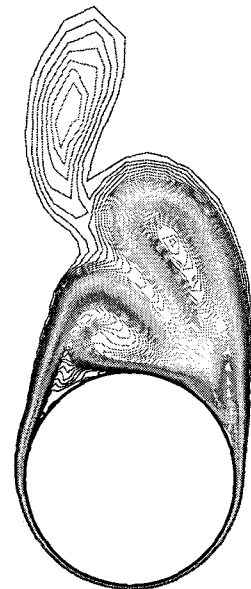
Fig. 2는 자유류의 마하수가 1.8, 레이놀즈수가  $1 \times 10^5$ 일 때, 받음각 변화에 따른 측력 분포를 나타낸 것이다. 받음각이 15



(a)  $\alpha=10^\circ$



(b)  $\alpha=22^\circ$



(c)  $\alpha=30^\circ$

Fig. 3 Comparison of entropy contour at  $x/L=0.97$

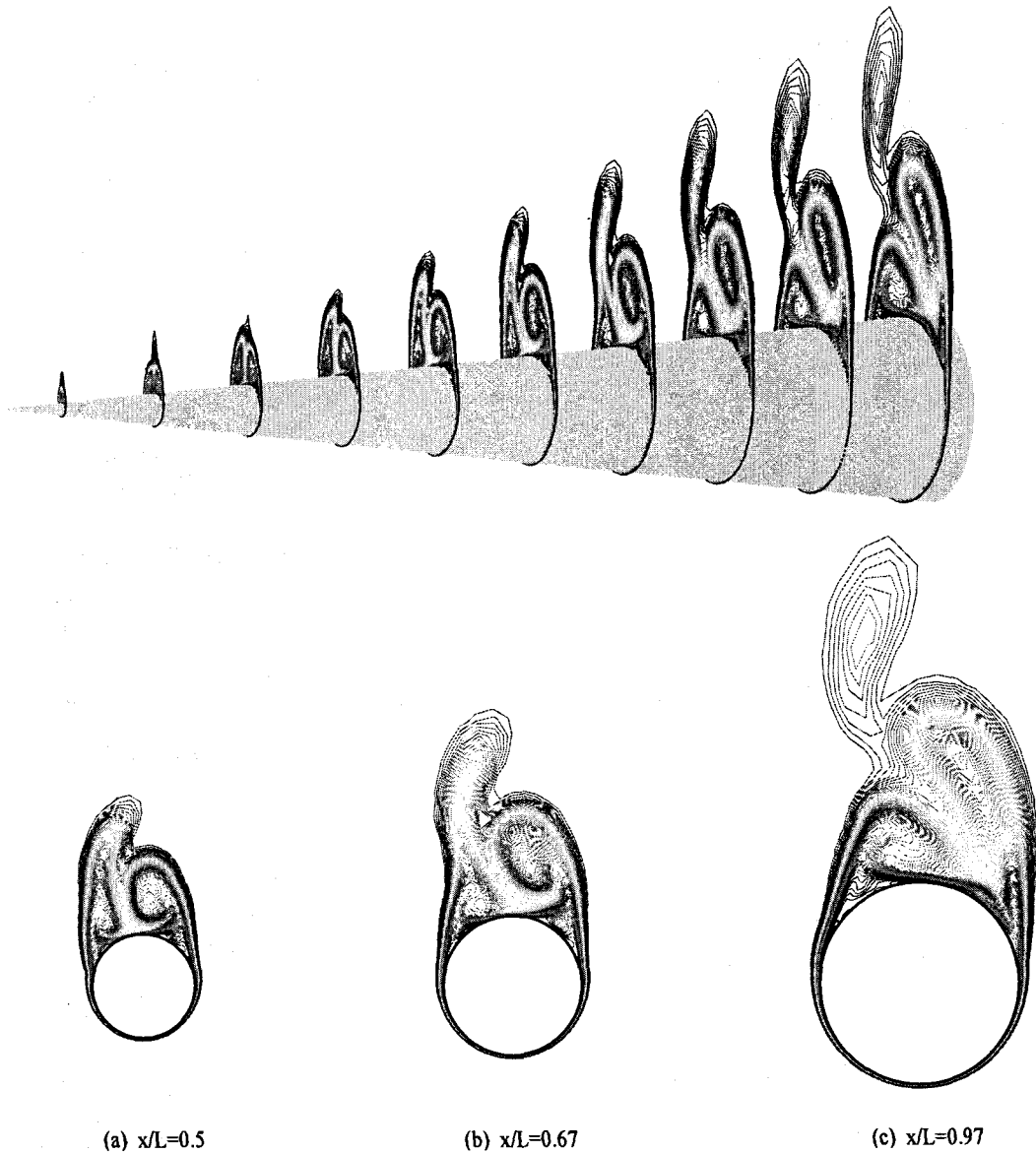


Fig. 4. Entropy contour at several radial station along axial length of cone at  $\alpha=30^\circ$

도일 때 까지는 실험 결과와 수치해석 결과 모두 측력이 크게 증가하지 않는 것을 볼 수 있다. 또한, bump 크기에 따른 차이도 거의 나타나지 않는다. 실험과 수치해석 모두 22도에서 가장 큰 값을 갖으며, 실험 결과와 bump 크기가 25%인 경우에는 28도에서 bump 크기가 40% 경우에는 30도에서 0에 가까운 값을 갖는 것을 볼 수 있다.

Fig. 3은 받음각이 10도, 22도, 30도 일 때  $x/L=0.97$ 에서의 엔트로피 분포를 나타낸 것이다. 받음각 10도에서는 작은 크기의 비대칭 와류가 나타나는 반면, 받음각이 22도에서는 큰

비대칭 와류가 나타난다. 받음각 30도에서는 비대칭 와류의 크기가 앞의 것들과 반대로 바뀌는 것을 관찰 할 수 있다. 10도와 20도에서는 오른쪽 와류가 더 강하게 나타나 있는 반면, 30도에서는 왼쪽 와류가 더 강하게 나타나 있는 것을 볼 수 있는데 이는 반대 방향의 측력을 야기 시켜 측력을 완화시키는 역할을 한다.

Fig. 4는 받음각 30도에서 길이 방향에 대해 몇 개의 단면에서의 엔트로피 분포를 나타낸 것이다.  $x/L=0.5$ 에서는 오른쪽 와류가 왼쪽 와류에 비해 강하게 나타나 있다.  $x/L=0.67$ 에

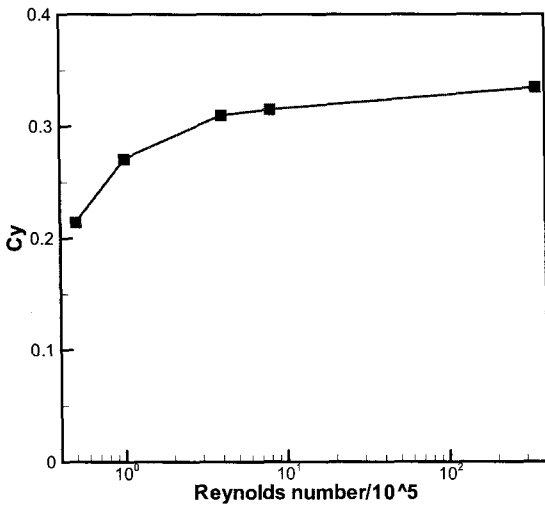


Fig. 5 Effect of Reynolds number on side forces at  $M_\infty=1.8$  and  $\alpha=22^\circ$

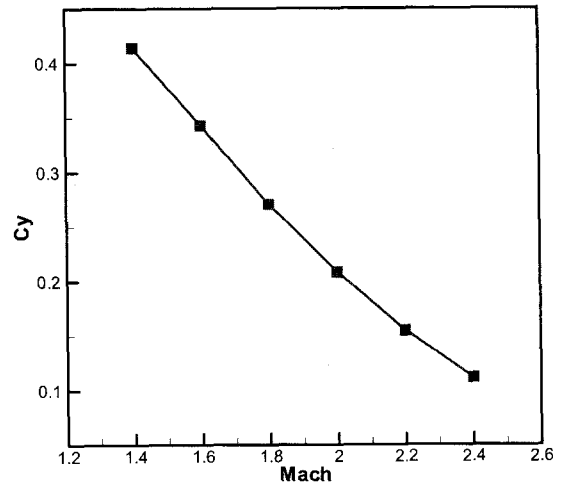


Fig. 6 Effect of Mach number on side forces at  $Re=1 \times 10^5$  and  $\alpha=22^\circ$

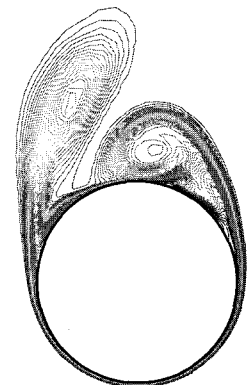
서는 왼쪽에서 첫 번째 와류가 박리되고 동체 부근에서 두 번째 와류가 생성되고 있으며, 오른쪽에서는 와류가 동체로부터 박리되기 시작한다.  $x/L=0.97$ 에서는 왼쪽의 첫 번째 와류는 완전히 박리되었으며 두 번째 와류의 크기가 커지는 것을 볼 수 있다. 오른쪽의 와류는 동체로부터 박리되고 있으며 동체 표면에서 두 번째 와류가 생성되기 시작하는 것을 볼 수 있다. 받음각이 증가함에 따라 비대칭 와류는 소멸되는 것이 아니라 비정상 상태의 발산 형태가 되어 가는 것이다.

### 3.2 레이놀즈수 변화에 따른 측력 분포

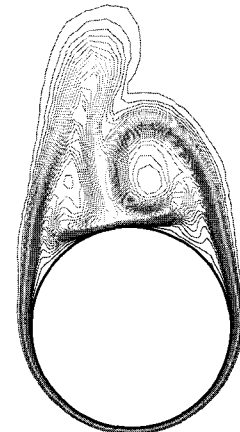
레이놀즈수 변화에 따른 측력의 변화를 알아보기 위해 자유류의 마하수 1.8, 받음각 22도에서 0.5, 1, 4, 8,  $350 \times 10^5$ 의 5 가지 레이놀즈수에 대하여 해석을 수행하였다. Fig. 5는 해석 결과를 그래프로 나타낸 것이다.  $Re=4 \times 10^5$ 까지는 레이놀즈수가 증가함에 따라 측력도 증가하는 것을 볼 수 있다. 그러나  $Re=4 \times 10^5$ 에서  $Re=350 \times 10^5$ 까지는 레이놀즈수의 증가에 비해 측력은 큰 차이를 보이지 않음을 볼 수 있다. 본 해석에서 쓰인 마하수( $M_\infty=1.8$ )에서 낮은 레이놀즈수( $Re=4 \times 10^5$  이하)에서는 점성 효과가 크게 나타나는 반면 높은 레이놀즈수( $Re=4 \times 10^5$  이후)에서는 점성 효과가 크게 나타나지 않음을 알 수 있다.

### 3.3 마하수 변화에 따른 측력 분포

마하수 변화에 따른 측력의 변화를 살펴보기 위해 레이놀즈수  $1 \times 10^5$ , 받음각 22도에서 자유류의 마하수를 1.4에서 2.4 까지 0.2씩 변화시키며 총 6개의 마하수에 대하여 해석을 수행하였다. Fig. 6은 해석 결과를 그래프로 나타낸 것이다. 마



(a)  $M_\infty=1.4$



(b)  $M_\infty=2.4$

Fig. 7 Comparison of entropy contour at  $M_\infty=1.4$  and  $M_\infty=2.4$

하수가 증가함에 따라 측력은 감소하였다. 해석 결과를 통해 측력의 변화는 받음각과 레이놀즈수 그리고 마하수에 따라 달라지며, 마하수에 변화에 의한 측력 분포의 변화는 받음각과, 레이놀즈수의 변화에 의한 측력 분포와 다르게 나타나는 것을 알 수 있다.

Fig. 7은 마하수 1.4와 2.4일 때의 엔트로피 분포를 나타낸 것이다.  $M_\infty=1.4$ 일 때, 와류의 비대칭성이 상대적으로 크게 나타나는 반면,  $M_\infty=2.4$ 일 때는 와류의 비대칭성이 상대적으로 작게 나타나는 것을 볼 수 있다. 초음속 고받음각 유동에서는 바람 불어가는 쪽에서 생성되는 경사 충격파로 인하여 비대칭 와류가 대칭 와류 형태로 변화된다[9]. 따라서 마하수가 증가 할수록 와류는 점차 대칭 형태로 나타나게 된다.

#### 4. 결 론

초음속 점성 유동장에서의 비대칭 와류 관찰을 위하여 half cone angle이 5도( $\Theta=5^\circ$ )인 원뿔 주변의 유동에 대하여 정상상태 수치해석을 수행하였다. 본 연구에서는 비대칭 와류를 관찰하기 위해서 기하학적 오차를 적용시킨 모델을 이용하였다. 기하학적 오차를 적용시키지 않은 모델을 이용한 해석에서는 대칭형태의 와류를 관찰 할 수 있었다. 받음각과 레이놀즈수 그리고 마하수를 변화시키면서 비대칭 와류의 특성을 관찰하여 보았다.

받음각과 레이놀즈수 그리고 마하수에 따른 측력 분포를 살펴보았다. 받음각이 22도에서 측력은 가장 큰 값을 가졌으며, 22도 이후에서는 비대칭 와류가 비정상 상태의 발산 형태가 되어 가는 것을 알 수 있었다. 받음각 22도에서 측력은 레이놀즈수가 증가함에 따라 증가하였으나, 마하수가 증가함에 따라서는 감소하는 것을 볼 수 있었다. 또한 특정 레이놀즈수를 지난 이후부터는 측력의 증가 폭이 크지 않음을 알 수 있었다.

#### 후 기

본 연구는 한국과학재단의 연구비지원(특정기초연구, 과제번호 R01-2006-000-10744-0)으로 수행되었으며 연구비를 지원 해주신 한국과학재단에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- [1] 1992, Rom, J., "High Angle of Attack Aerodynamics," Springer-Verlag, New York, Chap 2.
- [2] 1992, Tysinger, T.L. and Caughey, D.A., "Alternating Direction Implicit Methods for the Navier-Stokes Equations," *AIAA Journal*, Vol.30, No.8, pp.2158-2161.
- [3] 1988, Caughey, D.A., "Diagonal Implicit Multigrid Algorithm for the Euler Equations," *AIAA Journal*, Vol.26, No.7, pp.841-851.
- [4] 1992, Tysinger, T.L. and Caughey, D.A., "Alternating Direction Implicit Methods for the Navier-Stokes Equations," *AIAA Journal*, Vol.30, No.8, pp.2158-2161.
- [5] 1988, Caughey, D.A., "Diagonal Implicit Multigrid Algorithm for the Euler Equations," *AIAA Journal*, Vol.26, No.7, pp.841-851.
- [6] 1994, Menter, F.R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journal*, Vol.32, No.8, pp.1598-1605.
- [7] 1996, Liu, F. and Zheng, X., "A Strongly Coupled Time-Marching Method for Solving the Navier-Stokes and  $k-\omega$  Turbulence Model Equations with Multi-grid," *Journal of Computational Physics*, Vol.128, No.2, pp.289-300.
- [8] 1979, Peake, D.J., and Own, F.K., "Control of Forebody Three-Dimensional Flow Separation," *AGARD-CP-262*, pp.15-1-15-46.
- [9] 1994, Champigny, P., "High Angle of Attack Aerodynamics," *AGARD-R-804*, pp.5-1-5-19,