

# LQ제어 기법을 활용한 자기부상열차 부상제어기 설계에 관한 연구

## Study of Design for Maglev Levitation Controller based on LQ theory

이남진\*                  한형석\*\*                  양방섭\*\*\*                  김철근\*\*\*  
Lee, Nam-Jin          Han, Hyungsuk          Yang, Bang-Sup          Kim, Chul-Geun

---

### ABSTRACT

The levitation system of Maglev is composed with electro-magnet, power supplier, controller and sensor. The complex interactions between above subcomponents define the characteristics of electromagnetic suspension of the vehicle. In this study, to understand the influence of controller on the running performance of Maglev, the new controller based on LQ theory will be designed and be simulated with simplified vehicle model. Then the influence of controller on the characteristics of electromagnetic suspension will be reviewed through comparison with existing control algorithm of our prototype vehicle.

---

### 1. 서 론

자기부상차량과 기존 차륜형 철도차량의 가장 큰 차이는 차륜과 1차현수 장치 대신 자기 현수장치 (electromagnetic suspension)가 적용된다는 점이다. 자기 현가장치는 전자석과 전원공급장치, 그리고 제어기로 구성되며, 각 구성품 간의 상호작용과 차량 궤도와의 관계를 통해 차량의 안전성과 주행성능이 구체화된다. 현재까지 요구 성능을 만족하는 자기부상 차량을 설계하기 위해 다양한 연구가 다각적 측면에서 진행되고 있으며<sup>(1-7)</sup>, 이러한 연구의 결실로 국내에 도시형 자기부상 교통시스템의 실용화가 목전에 있다. 자기부상 차량의 자기 현수장치는 상전도 흡인식 부상시스템으로서 센서와 제어기로 구성된 능동형 현가 시스템이며, 현수 시스템의 성능은 차량의 구성 및 중량, 궤도의 관리 상태 및 환경적 요소 등의 영향을 많이 받는다. 이러한 이유로 차량의 사양변경 및 운행 선로의 변경이 있을 때 부상 제어기의 제어변수가 재설계되어야 하는데, 시험을 통한 제어변수의 최적 값을 도출하는데 적잖은 어려움이 있다.

본 연구에서는 차량의 부분 단순화 모델과 부상시스템의 선형화 모델을 기반의 LQ제어기법을 활용한 제어기를 설계하고자 한다. LQ제어 규칙과 차량모델의 상태변수를 추정하기 위한 관측기를 활용한 LQG 제어기를 제안하고, 제안한 제어기의 성능을 파악하기 위해 기존 차량 제어기와 성능 비교를 수행한다.

---

\* ㈜ 로템, 기술연구소, 비회원

E-mail : njlee@rotem.co.kr, Tel: (031)-460-1222 FAX: (031)-460-1788

\*\* 한국기계연구원, e-엔지니어링 연구센터, \*\*\* ㈜로템

## 2. 차량 및 부상시스템 모델

차량 및 부상시스템 모델은 부상제어에 집중하기 위해 전자석 한 개에 해당하는 차량 1/24 모델의 수직 방향 성분만을 고려한다. 차체와 대차를 각각 한 개의 질점으로 가정하고, 차체와 대차사이에 스프링 댐퍼로 구성된 2차원가장치를 구성하였다. 대차에는 부상용 전자석이 일체로 조립되었다고 가정하고, 궤도는 주행방향에 대해 수직방향의 변위 및 불규칙도가 있는 것으로 가정하였다. 이 궤도는 수식의 단순화를 위해 단성이 없고, 차량의 거동과 독립적인 것으로 가정한다.

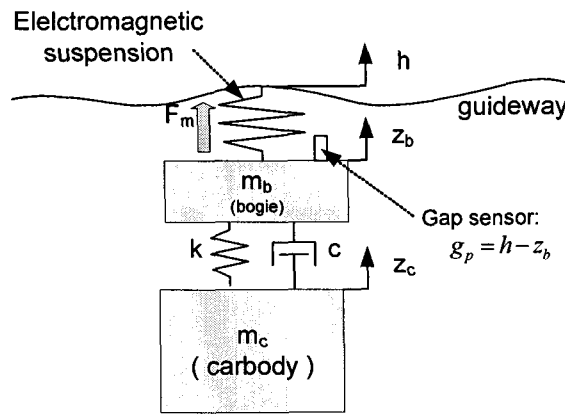


Fig. 1 Schematic diagram of 1/24 Maglev vehicle

Fig. 1의 1/24 차량모델에 대한 운동방정식은 식(1),(2)와 같다.

$$m_c \ddot{z}_c = k(z_b - z_c) + c(\dot{z}_c - \dot{z}_b) \quad \text{식 (1)}$$

$$m_b \ddot{z}_b = k(z_c - z_b) + c(\dot{z}_c - \dot{z}_b) + \Delta F_m \quad \text{식 (2)}$$

대차와 궤도사이의 자기부상력은 식(3)로 정의한다. 식(3)과 같이 부상력은 전류와 부상갭의 비선형 함수이나, 평형위치에서의 선형화를 통해 부상력을 식(4)같이 단순화하고, 식(4)와 연계된 전자석에 인가되는 전류의 운동방정식을 식(5)로 선형화한다.

$$F_m(i, z) = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left( \frac{i(t)}{g_p(t)} \right)^2 \quad \text{식 (3)}$$

$$\Delta F_m = -k_i \Delta i - k_z \Delta g_p \quad \text{식 (4)}$$

$$\Delta \dot{i} = \frac{k_z}{k_i} \cdot \Delta \dot{g}_p - \frac{R}{L_0} \Delta i + \frac{1}{L_0} \Delta v \quad \text{식 (5)}$$

여기서, 하첨자 0는 평형위치에서의 값을 의미하고,  $\Delta$ 는 변수의 평형 부상상태에서의 변화량이다. 각각의 변수는

$$L_0 = \frac{\mu_0 N^2 A}{2g_p}, k_i = \frac{\mu_0 N^2 A i_0^2}{2g_p^2}, k_z = \frac{\mu_0 N^2 A i_0^2}{2g_p^3},$$

$A$ 는 전자석 단면,  $N$ 은 전자석 코일 턴수,  $\mu_0$ 는 투자률,  $i$ 는 전자석에 인가된 전류,  $v$ 는 전자석에 인가된 전압,  $R$ 은 전체 부상회로에 인가된 저항이다.

위의 전체 선형화된 운동방정식을 상태방정식으로 표현하면 식 (6)~(8)로 표현된다.

$$\dot{x} = [z_c \quad h - z_b \quad \Delta i]^T, u = [v], w = [h \quad \Delta i]^T \quad \text{식 (6)}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k}{m_c} & -\frac{c}{m_c} & \frac{k}{m_c} & \frac{c}{m_c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ \frac{k}{m_b} & \frac{k}{m_b} & \frac{k - k_z}{m_b} & -\frac{c}{m_b} & \frac{k_i}{m_b} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{k_z}{m_b} & -\frac{R}{L_0} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k}{m_c} & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{k}{m_b} & 0 \\ 0 & \frac{k_z}{m_b} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{k}{m_b} & \frac{c}{m_b} & \frac{k - k_z}{m_b} & -\frac{c}{m_b} & \frac{k_i}{m_b} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{식 (7)}$$

$$\dot{x} = Ax + Bu + Gw$$

$$y = Cx$$

식 (8)

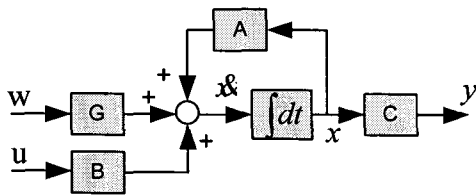


Fig. 2 Block diagram of dynamic equation

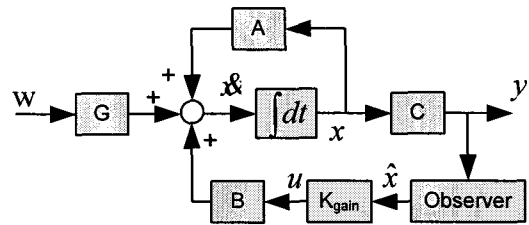


Fig. 3 Block diagram of control logic of existing Maglev

### 3. 제어기 설계

#### 3.1 기존차량의 부상제어기 설계

현 차량의 부상제어기는 대차의 수직가속도와 전자석과 캡센서의 입력으로 차량의 5가지 상태변수를 관측기(observer)를 통해 추정하고, 추정된 상태변수에 제어게인을 곱하여, 전자석 입력전압의 요구변화량을 계산한다. 제어관계식은 식 (9)와 같으며, 제어 로직에 대한 블록다이어그램은 fig 3과 같다.

$$\Delta u = k_1 z_{pp} + k_2 z_p + k_3 z + k_4 g_{fp} + k_5 g_f \quad \text{식 (9)}$$

여기서, 추정된 각 상태변수의 의미는 다음과 같다.

$z_{pp}$  : estimated absolute acceleration

$z_p$  : estimated absolute velocity

$z$  : estimated absolute displacement

$g_{fp}$  : estimated gap velocity

$g_f$  : estimated gap

$k_{1-5}$  : control gain

### 3.2 Linear-quadratic state-feedback 제어기 설계

모델기반의 제어기 설계 및 개발 프로세스는 기존 고전적인 방식의 제어기 개발 프로세스에 비해 전체 개발에 소요되는 시간과 경비를 단축시키고, 작동 환경의 변경 및 시스템 변경에 대해 민첩하게 대응할 수 있으며, 현차 시험등의 결과를 모델에 수정 반영함으로써 기술적 축적을 피할 수 있는 다양한 장점이 있다. 이러한 이유로, 자기부상 부상제어시스템에 대한 모델 기반의 LQ제어기 설계를 진행하였다.

LQ제어기는 제어연산식은 2절에서 제안된 차량 모델 방정식 (7)을 활용하여, 정의된 5개의 상태변수에 대한 계인을 곱한 식(10)과 같이 표현된다. 기존차량의 제어제어식과 형태는 거의 동일하나, 식(9)에 적용된 상태변수는 경험적으로 선정된 반면, (10)의 상태변수는 정의된 운동방정식을 따르고 있다.

$$u = -K_{LQ}x \quad \text{식 (10)}$$

$$\begin{aligned} J(u) &= \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru + 2y^T Nu) dt \\ &= \int_0^{\infty} (\alpha \cdot \Delta z^2 + \beta \cdot \Delta g_p^2 + \delta \cdot \Delta u^2 + \varepsilon \cdot \Delta i^2) dt \end{aligned} \quad \text{식 (11)}$$

LQ제어기인  $K_{LQ}$ 은 식(11)의 형태로 설계된 cost function의 값을 최적화할 수 있는 계인이며, LQ제어기 설계의 Cost function 정의는 자기부상차량의 안정성과 승차감에 직접적인 연관관계가 있는 꺾변동과 차량 진동가속도, 그리고 전자석 입력전압 값에 가중치  $\alpha, \beta, \delta, \varepsilon$ 를 주어 설계하였다.

식(11)의 cost function를 바탕으로 Riccati equation를 생성하고, 이를 이용한 아래 식(12)와같이  $K_{LQ}$ 를 제안한다.

$$K_{LQ} = [-100 \quad -10.8 \quad -702 \quad 23.8 \quad 0.43] \times 1000 \quad \text{식(12)}$$

### 3.3 Observer 설계

3.2 절의 LQ 제어기의 상태변수를 추정하기 위해 Kalman 필터를 이용한 observer를 적용하였다. Kalman 필터의 외란 covariance자료는 차량의 속도, 궤도의 건설기준, 센서의 정밀도에 직접적으로 영향을 받으나, 현재 진행중인 차량에 이러한 정보가 없어, 기존 차량의 시험 결과를 이용한 추정값을 사용하였다.

$$E(w w^T) = Q_n, \quad E(v v^T) = R_n, \quad E(w v^T) = N_n \quad \text{식(13)}$$

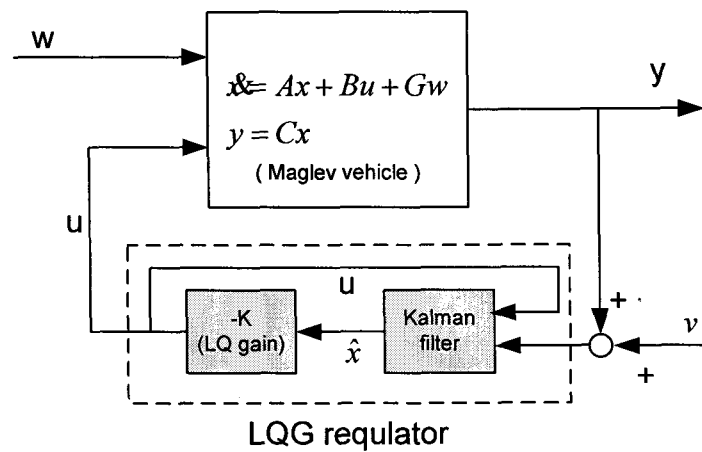
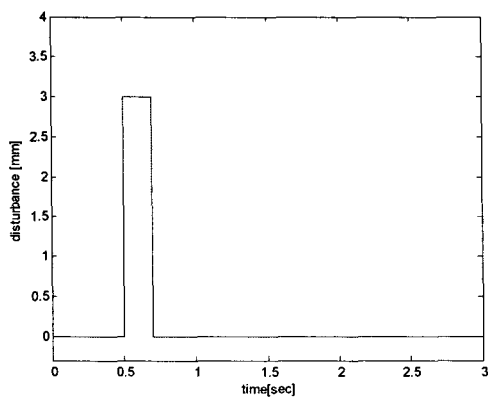


Fig. 4 Block diagram of Levitation system with LQG logic

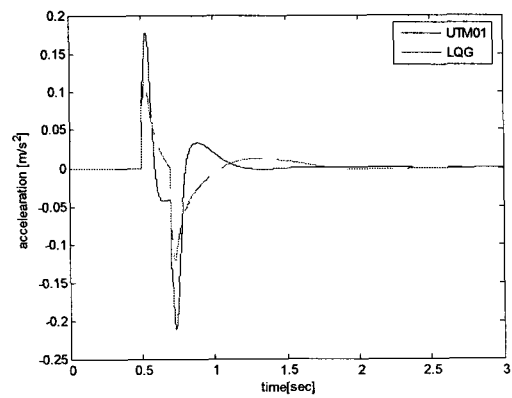
## 4. 시뮬레이션

프로토 차량에 적용된 부상제어기와 본 연구에서 제안된 LQG 제어기의 성능을 비교하기 위한 시뮬레이션을 수행한다. 비교 입력조건은 궤도 단차에 의한 step input, 시스템 특성을 보기 위한 sin sweep 의 2종에 대한 시뮬레이션을 수행하고, 그 결과를 비교한다.

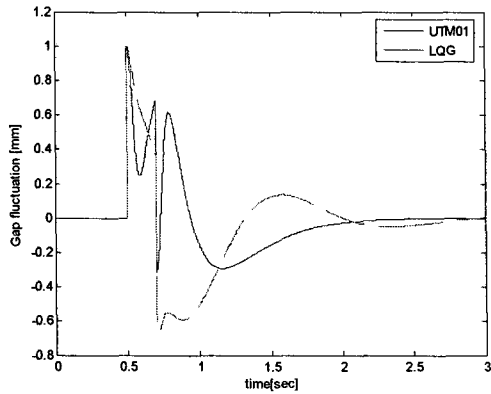
### 4.1 step input



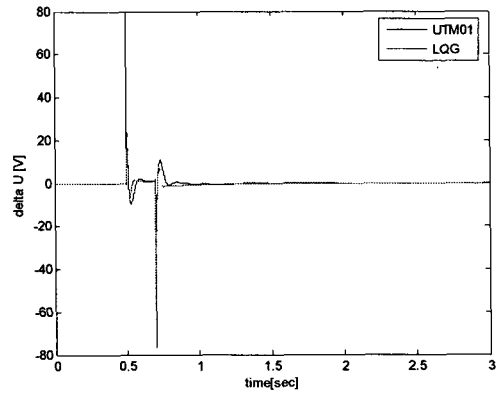
a) Disturbance of guideway



b) acceleration of car-body



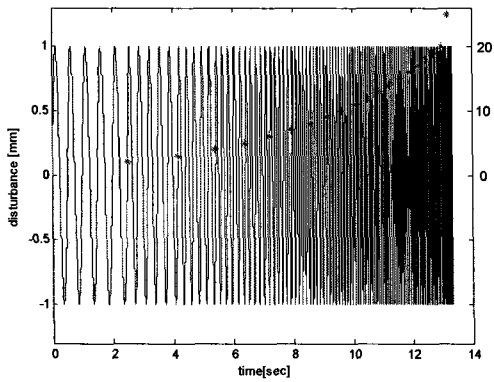
c) Gap fluctuation



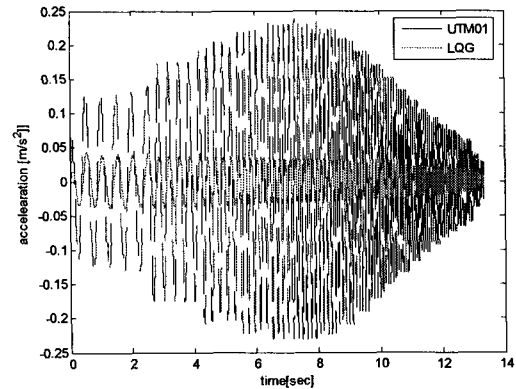
d) electromagnet input voltage

Fig 5. comparison between existing control logic and LQG logic with disturbance of step

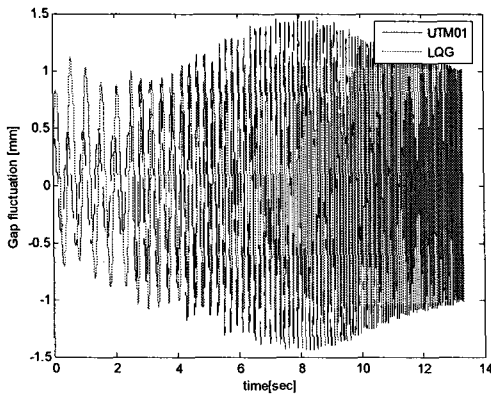
자기부상 레도에 3mm의 돌출부가 있는 것으로 가정했을 때, 두 제어기의 성능 결과는 다음과 같다. Fig.5의 a)는 두 시스템의 외란을 표현한 것이고, b)는 차체의 가속도, c)는 갭변도, d)는 전자석 입력값을 도시하였다. 차체의 가속도와 전자석 공급 전압은 LQG제어의 결과가 우수한 것으로 나타났다으며, 갭변동은 상승시 LQG제어기의 결과가 좀더 완만하게 변화되는 것을 확인 할 수 있었다.



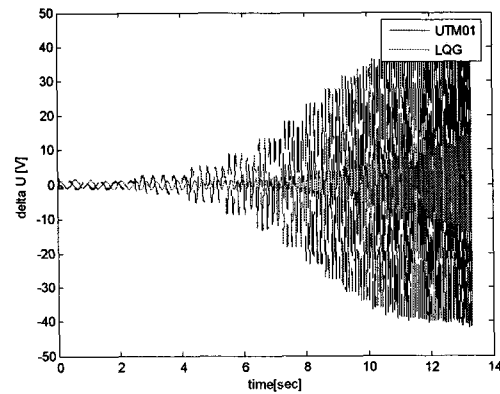
a) Disturbance of guideway



b) acceleration of car-body



c) Gap fluctuation



d) electromagnet input voltage

Fig 6. comparison between existing control logic and LQG logic with disturbance of sin sweep

자기부상 궤도의 외란을 sin sweep 형태로 가정하고, 진폭 1mm로 1Hz~25Hz까지 5회 가진을 반복하는 형태로 가정하여 시뮬레이션을 수행하였다. LQG제어기를 적용한 결과가 차체 가속도, 전자석 입력 전압이 우수하게 나타났다. c)의 궤변동에 있어서는 LQG제어기의 결과가 저주파수에서는 크게 고주파수에서 UMT차량이 가는 공진주파수없이 균등하게 나타났는데, 이것은 제어되는 부상력이 궤도 외란의 효과를 흡수하였다고 판단된다. 하지만, 차량의 물리적 한계나 비선형성을 표현하지 않는 모델을 이용한 결과임으로 이상적인 궤변동의 정의와 향후 제어기 설계의 추진방향에 대해서는 추가적인 검토가 필요하다.

## 5 결과 및 향후 연구방향

차량 모델 기반의 LQG 제어기는 기존 제어기에 비해 다양한 측면에서 우수한 성능을 보였으며, 모델기반의 제어기 설계 방식으로 차량의 설계 변경 및 궤도조건의 변화에 적절하게 대응할 수 있는 장점이 있다. 하지만, 적용한 선형화 부분 차량모델의 한계성과 궤도 유연성 등 제어기 설계에 반영되지 여러 인자들의 영향으로 본 논문을 통해 제시된 LQG제어기 설계는 아직 미완의 결과이다. 향후 시스템의 모델을 보완하고, 시험을 통해 검증함으로써 최적화된 자기부상제어기 설계를 위하여, 본 연구 결과를 계속 보완해 나갈 것이다.

### 감사의 글

본 연구는 건설교통부 도시형 자기부상열차 실용화 사업에 의해 수행되었습니다.

### 참고문헌

- 1.Liu, Y., Sun, G., and Wei, R.(2006). "The developmental status and future prospects of Maglev technology," Maglev2006, Proceeding, Vol. I, September, pp.59-64.
- 2.Takahashi, M., Kwok, G., and Kubota, K.(2006). "Marketing strategy of the HSST system," Maglev2006, Proceeding, Vol. I, September, pp.53-57.
- 3.Han, H.S., Kim, Y.J., Shin, B.C., and Kim, B.H.(2006). "Simulation of dynamic interaction between Maglev and guideway using FEM," Maglev2006, Proceeding, Vol. II, September, pp.599-604.
- 4.Huajie, H., Yungang, L.(2004). "The design of a magnetic levitation controller based on the study of coupling vibration," Maglev2004, Proceeding, pp.1012-1018.
- 5.Shi, X.H., Liu, H.K., She, L.H., and Chang, W.S.(2004). "Vibration analysis of elastic-rigid coupling EMS Maglev system," Maglev2004, Proceeding, pp.533-538.
- 6.Sinha, P.K.,(1987). Electromagnetic suspension dynamics&control, Peter Peregrinus Ltd., London, United Kingdom.