웨이블릿변환에 기반한 정보압축

*김응규, 이수종
*한밭대학교 정보통신공학부, 한국전자통신연구원 음성/언어정보연구부
e-mail : *kimeung@hanbat.ac.kr*, s*jleetri@etri.re.kr*

Information Compression Based on Wavelet Transform

*Eung-Kyeu Kim, Soo-Jong Lee
*Div. of Information Communication & Computer Engineering,
College of Engineering, Hanbat National University
Speech/Language Information Research Department

Abstract

In this study, information compression based on the wavelet technique is described. The principle of signal or image compression is performed by optimization of quantization, that is the bit allocation taking advantage of their energy concentration in low frequency components. The wavelet transform is one of frequency decomposition, such as the discrete cosine transform or sub-band filtering, and it is also implemented as a filter bank. Wavelet transform with use of spatially localized basis function can reduce several drawbacks in conventional methods. The benifit of wavelet based compression method is described as comparing the transform method to another ones.

I. 서론

최근에는 신호의 새로운 해석방법으로서 웨이블릿 이론(wavelet theory)이 주목을 받고있다. 웨이블릿이란 공간적 측면이나 주파수적인 측면에 국한되는 1차 모멘트가 영(zero)인 함수를 의미하며, 푸리에 해석과 함께 서로 보완적인 관계를 유지해 왔다.

푸리에 해석은 공간 정보를 희생해서 주파수 정보의 정밀도를 최대로 높일 수 있는 해석법이라고 말할 수 있다. 이것에 대해서 웨이블릿 해석은 기저 함수가 공간적으로 한정되어 있어 공간 정보를 어느 정도의 정밀도로 얻을 수가 있지만, 반면에 주파수 정밀도가 저하된다는 점이 불확정성 원리로부터 나오게 된다. 따라서, 웨이블릿 해석도 만능적인 방법이라고 볼 수 없는 것으로 그 특성을 유효하게 이용하면 푸리에 해석에서 해결할 수 없었던 여러 가지 문제를 해결할 수 있는 강력한 방법이 되고 있다.

본 논문에서는 웨이블릿 이론의 특징을 정보 압축의 관점에서 검토한다. 정보 압축의 대상으로 신호 혹은 화상을 고려했을 때 이들을 주파수로 분해하여 전력의 편향을 이용해서 비트 수를 유효하게 할당하는 방법이 사용되고 있어, 이산코사인 변환과 대역통과필터가 현재까지 사용되어 왔다. 웨이블릿도 다중해상도 해석의 개념을 이용해서 주파수 분해를 행한다. 먼저, 신호 압축에 대한 기존의 방법에 대해 간단히 언급한 후, 웨이블릿 이론과 그 적용에 관해서 기술하였다.

2. 주파수분해를 이용한 신호압축방법

일반적으로 신호와 화상은 1차 마르코프(Markov) 과정에 따라 강한 자기상관을 갖게된다. 따라서 주파수 영역에서는 저주파 성분에 대다수의 전력이 집중되고 있어 긴 비트길이를, 고주파에는 짧은 비트의 길이를 부여해서 정보를 압축할 수가 있다. 이러한 사고 방법에 기초한 기본적인 방법인 이산코사인 변환은 신호의 길이를 임의 길이의 블록(block)으로 분할해서 그것을 이산코사인 변환해서 얻어진 계수에 최적양자화를 수행한다.

하부밴드 부호화법은 대역통과형 필터를 사용한 필터

밴드에서 신호를 몇개의 주파수 대역으로 분해해서 대역마다 최적인 비트수를 할당함으로써 최적양자화를 행한다. 대역 분할에는 고주파 성분과 저주파 성분으로 나누는 두 대역 분할이 자주 사용된다. 이 경우, 대역 분해된 신호는 2 대 1로 다운 샘플링(down sampling)되어 복원될 때 1 대 2의 업 샘플링(up sampling)이 행해진다. 그림 1에 두 대역 분할 하부 밴드 부호화의 필터뱅크를 나타낸다.

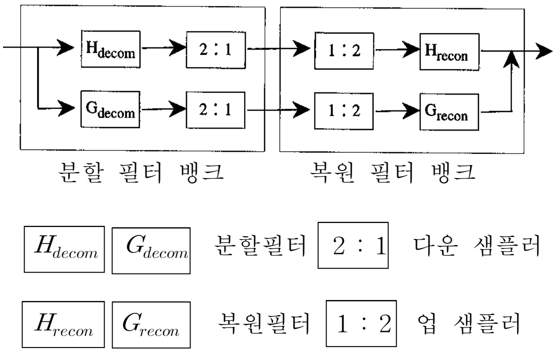

그림1 하부 밴드 부호화의 필터 뱅크

웨블릿 변환을 이용한 신호 압축은 하부 밴드 부호화의 특징을 적극적으로 이용한 것으로 다중해상도 해석을 기초로 하는 필터 뱅크로써 구성한다. 이러한 다중해상도 해석에 관해 기술하면,

공간 및 주파적으로 한정된 함수 $\phi(x)$를 스케일 파라메타 j와 쉬프트 파라메타 k에 의해 2승의 적분가능한 $L^2(R)$에서 $\sqrt{2^j}$ · $\phi(2^j x-k)$가 힐버트 공간(Hilbert space) V_j와 정규직교 기저를 이룰 때 임의 함수 $f(x)$의 V_j로의 직교 사영 $A_j f(x)$는 다음 식으로나타낸다.

$$A_j f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} F_{j,k}^{A} \sqrt{2^j}\phi(2^j x-k) \qquad (1)$$

$$F_{j,k}^{A} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\sqrt{2^j}\phi(2^j x-k)dx \qquad (2)$$

여기서, O_j는 V_j의 직교보조 공간임. $\phi(x)$는 별개의 함수 $\psi(x)$를 스케일 파라메타 j, 쉬프트 파라메타 k, 정규화 승수 $\sqrt{2^j}$로 $L^2(R)$에서 그 정규직교 기저를 구성할 때, $f(x)$의 O_j로의 직교 사영 $D_j f(x)$는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$D_j f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} F_{j,k}^{D} \sqrt{2^j}\psi(2^j x-k) \qquad (3)$$

$$F_{j,k}^{D} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\sqrt{2^j}\psi(2^j x-k)dx \qquad (4)$$

식 (4)를 이산 웨블릿 변환이라고 하며, $f(x)$를 2^j에서 대응하게된 주파수 대역과 그 대역에 대응하게된 공간위치로 분해한다.

웨이블릿 변환을 사용할 때, $f(x)$를 아래와 같이 전개할 수 있으며, 이 때 웨이블릿 함수가 그 공간의 기저 함수가 되어야 한다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{j=-\infty}^{+\infty} D_j f(x) \\ &= \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} F_{j,k}^{D} \sqrt{2^j}\psi(2^j x-k) \end{aligned} \qquad (5)$$

다음으로 웨이블릿에 의한 다중해상도 해석을 이용한 신호 압축의 예를 나타내면 그림 2와 같다. 여기서 j는 스케일 파라메타를 나타낸다.

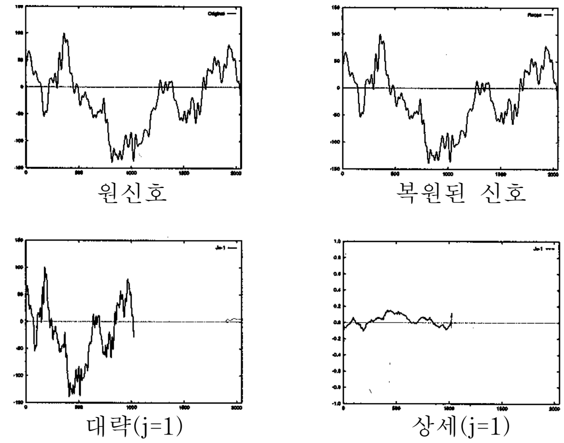

그림 2 원신호의 다중해상도 해석과 1차원 신호의 웨이블릿 표현

웨이블릿의 기저 함수는 기저 함수의 길이가 신축성을 갖게되고, 고역일수록 짧게된다. 한편, 하부 밴드 부호화의 기저 함수는 중심으로부터 멀어짐에 따라 감쇄한다. 그리고 등분할의 경우는 고역과 저역에서 길이가 같고, 옥타브 분할의 경우는 고역일 수록 짧게된다. 이산코사인 변환법은 어떤 주파수에 있어서도 길이가 일정하게 된다.

이산코사인 변환에서는 고주파에서 발생한 양자화 잡음이 눈에 뛰게된다. 하부 밴드 부호화에 있어서도 등분할에서는 기저 함수의 길이가 고역과 저역에서 동일하고, 동일한 열화가 발생한다. 그러나 웨이블릿 변환및 옥타브 분할을 이용한 하부 밴드 부호화에서는 양자화 오차의 영향을 매우 한정시킬 수 있다.

3. 결 론

웨이블릿 변환은 넓은 의미의 하부 밴드 부호화법에 포함되어 기저 함수의 직교성, 공간적인 한정성, 그 길이의 자유도 등의 이점을 갖는 필터 뱅크로써 구성할 수 있어 이산코사인 변환법에 비해 우수한 압축 특성을 갖고 있으며 또한 2차원으로 확장이 용이하다. 현시점에서 옥타브 분할 하부 밴드 부호화법에 대한 명확한 유용성을 증명할 수는 없지만, 향후에는 적절한 웨이블릿을 채용해서 그 특성을 유효하게 이용할 수 있는 유용성에 관한 검토가 필요하다고 사료된다.