

초등 도형 영역 문제해결과정의 오류분석을 통한 LOGO 프로그램의 활용

김용승⁰, 김갑수

서울교육대학교 컴퓨터교육과

snue01@hanmail.net, kapsukim@gmail.com

A method using Logo Programming by analyzing an Error of problem solving process in Elementary Geometry

Yong-Seung Kim⁰, Kap-Su Kim

Dept. of Computer Education, Seoul National University of Education

요 약

수학 학습은 구체적인 사물의 조작을 통해 추상적인 개념을 습득하는 과정이다. 이 과정에서 여러 가지 학습 도구들이 사용되어지는데, 그 중에서 컴퓨터를 활용한 Logo 프로그램을 도입하여, 도형 문제해결과정에서의 부정확한 도형 개념과 정의로 인한 오류를 줄여 정확한 개념과 정의를 형성하는 지도 방안을 마련하고, 실제 수업을 통하여 일반적 수학 도형 수업보다 Logo를 활용한 수학 도형 수업이 도형 문제해결과정에서 학습자가 오류를 줄이는데 효과가 있는지 알아보고자 한다.

1. 서 론

컴퓨터의 눈부신 발전으로 정보의 양이 예전에 비해 상상을 초월하게 많아지고 있다. 우리나라의 초고속인터넷가입자 수가 2005년 기준으로 약1,200만 명이고, 인터넷 이용자 수도 3,300만 명이다.[8] 이 수치는 시간이 지날수록 더 늘어날 것이며, 이것을 바탕으로 해서 생각해 보면, 이제는 정보의 부재보다는 정보의 진위가 더 중요하게 생각되고 있다. 이러한 정보화 시대에 부합하여 학교의 환경도 많은 변화가 있었다. 초등학교 교과 지도에서도 컴퓨터의 활용이 빈번히 이루어지고 있다. 말로만 설명하는 것이 아닌 교과 지도와 연관된 사진, 동영상, 프로그램 등 좀 더 정확한 자료가 제시되어 학생들의 사고를 확장시키고 있다.

그러나 학생들은 이와 같은 정보의 홍수 속에서 능동적으로 정보를 수용하는 것이 아닌 오히려 제공되는 정보를 수동적으로 받아들이는 상황이 일어나고 있다. 이런 수동적인 태도는 학생들의 사고 발달을 저해하는 요인으로 작용할 수 있다.

수학 학습에서는 '왜 그렇게 생각하는지'에 대한 학습자 스스로의 반성적 사고가 많이 요구되어진다. 이것은 수학의 개념 형성에 있어 학습자 스스로 묻고 답하는 가운데 명확한 수학적 개념이 형성되기 때문이다.

수학의 도형 영역 역시 여러 가지 개념 형성이 잘 이루어지면 기본 도형을 응용한 문제를 보다 쉽게 해결할 수 있다. 언어로 제시된 도형에 대한 정의를 암기하는 방법의 학습보다는 스스로 반성적인 사고의 과정을 통해 도형의 개념과 정의를 학습하도록 지도를 해야 한다.

왜냐하면 도형과 관련된 문제해결과정에서 학습자가 범하는 오류는 여러 가지가 있는데 그 중에서 가장 많이 범하는 오류는 부정확한

<본 연구는 한국과학재단 목적기초연구 (R01-2003-000-10449-0)지원으로 수행되었음.>

수학적 개념과 정의에 의한 것이기 때문이다.[6] 이것은 Polya가 주장한 문제해결의 네 단계, 즉 문제이해, 계획수립, 실행, 반성 중에서 처음 부분인 문제이해에서 주로 범하는 오류라고 볼 수 있다.[3]

따라서 수학 학습에서 요구되어지는 추상적 사고를 통해 개념과 정의를 학습해야 한다. 즉, 구체적인 사물의 속성을 파악하여 추상적인 언어로 도형의 개념과 용어를 정의하기 때문에 학습자는 구체적인 것에서 추상적인 것으로 사고를 확장하며 개념과 정의를 학습한다.

본 연구는 구체적인 학습에 도움이 되는 여러 가지 수학 학습 도구들 중에서 컴퓨터를 활용한 Logo프로그램이 가지는 시각적, 신체적인 활동을 통하여 좀 더 확실하게 학습자가 추상적인 도형 영역의 개념을 형성하고, 이로 인해 도형영역 문제해결과정에서 오류를 줄일 수 있도록 지도 방안을 마련하고자 한다.

2. 이론적 배경

2.1 도형과 관련된 문제해결과정의 오류

조사·연구된 초등학교 학생의 도형영역 오류의 유형은 다음과 같다.[6]

- 1) 부정확한 개념과 정의에 의한 오류
- 2) 시각적 자료를 부적절하게 사용하는 오류
- 3) 논리적으로 부적절한 추론으로 인한 오류
- 4) 문제 자료를 불충분하다고 여기는 오류
- 5) 문제 자료를 곡해하는 오류
- 6) 기술적인 오류
- 7) 문제 해결을 기피하는 오류

7개의 범주 중에서 학생들이 가장 많이 범하는 오류는 첫 번째 부정확한 개념과 정의에 의한 오류이다. 이것은 도형의 개념과 정의에 대한 잘못된 인식으로 결국 도형 문제해결과정에서 어려움을 겪고 잦은 오류를 범하게 된다.

2.2 도형의 일반적인 지도 방법

수학 학습은 단계를 가지고 있다. 즉 계단을 올라가듯 순서가 있어서 도형 영역의 지도

방법도 학습자의 상황에 맞도록 순서 있게 주어져야 한다.

1) 현실에서 알아보는 단계

학습자가 생활에서 보고, 듣고, 만지는 여러 가지 상황을 교실 수업에 소개하여 실제 생활이 수학과 관련이 있음을 알려준다. 따라서 학습자는 보다 의미 있게 수업에 집중하여 흥미를 가지고 내용을 파악한다.

2) 활동의 단계

관찰과 조작활동을 통해 자신을 둘러싼 환경에 대한 공간적 시각적 생각들을 보다 발전시킬 수 있다. 이는 문제해결에 실마리를 제공할 수도 있는 계기가 되기도 한다. 따라서 이런 관찰이나 조작활동이 이루어지는 동안에는 분명한 관점을 제시하고 또 시각만 활용하여 다양한 결과가 산출될 수 있도록 허용적인 분위기를 조성한다.

3) 모델을 그리는 단계

조작이나 관찰 활동 후 관점에 따라 나온 결과를 활용하여 모델을 그려본다.

4) 개념(도형의 정의)

그려진 모델들의 유사 또는 차이점으로 모델을 분류한다. 이렇게 분류한 것 중에서 공통적인 속성을 가지고 도형의 정의를 한다. 구체적으로 살펴보면 첫째, 속성을 열거한다. 둘째, 속성 사이의 의존관계를 파악한다. 셋째, 많은 속성들로부터 중복된 것을 제거해 가면서 부족하지 않는 범위 내에서 정의한다.

5) 성질을 발견하는 단계

도형을 정의한 후 도형의 성질을 발견하는 이유는 작도나 제작, 증명과 같이 활용하기 때문이다.

6) 도형의 작도와 제작

개념을 명확하게 하는 데 도움을 주고, 도형이 가지는 속성과 의존관계 또한 명확하게 한다.

7) 도형의 활용 단계

도형을 목적에 맞도록 활용한다.[1]

모든 도형 수업이 이러한 단계를 밟아 지도되는 것은 아니지만 이러한 계층적인 지도를 통한 도형 지도는 학습자의 보다 명확한 도형

개념형성에 도움이 된다.

2.3 Logo의 특징

Logo는 인공지능 프로그래밍 언어인 LISP에서 유도된 언어로, 1960년대 후반 미국 보스턴시의 BBN(Bolt Birnet Newman)연구소의 Feurzing중심의 연구진과 MIT대학의 Papert중심의 연구진이 인공지능 프로그래밍 기법을 도입하여 개발하였다.[9]

Logo의 여러 기능 중 교육적 특성을 극대화하는 것은 거북 그래픽(turtle graphic)이다.[4] Logo는 직관적인 그래픽 기능 때문에 초·중등학생들의 기하 학습에 많이 활용되고 있다. Logo를 활용하는 기하를 거북기하, 거북 그래픽이라 하기도 한다. Logo는 학생의 반성적 사고를 유발시키는 도구라고 볼 수 있다. 왜냐하면, Logo는 신체 동조적이며, 절차적이고, 재귀적이기 때문에 학생들로 하여금 자신의 행동을 의식화시키며, 분석하게 하고, 앞에서 수행된 행동을 종합하게 하며 그 결과를 새로운 상황으로 일반화하게 하고 사고의 흐름을 통제하게 한다. 즉 자신의 사고를 반성하게 해준다.

2.4 Logo와 수학교육

수학 학습은 단계적이다. 또한 반성적 사고를 유발하고 있다. Logo를 통한 학습은 수학 학습을 극대화 할 수 있도록 방법적인 면에서 큰 장점을 가지고 있다. 우선 단계적으로 접근하며 자신이 내린 명령어가 어떤 행동을 유발하는지 반성적인 사고를 할 수 있도록 한다.

특히 도형 학습에서 도형의 개념에 대한 오류를 반성적 사고를 통해 감소시키는 역할을 한다. 실생활에서의 상황을 수업에 소개시킨 다음 조작이나 관찰을 통해 결과를 산출하고 개념을 형성한 후 이를 더욱 확고히 조작활동을 통해 이해시킬 수 있다. 추상적인 도형 개념을 거북이 움직이는 모습을 통해 보다 직관적으로 학습할 수가 있다. 도형의 일반적인 지도 방법 중 네 번째, 개념(도형의 정의)에서 학습자 스스로 도형을 그려봄으로써 도형의

속성과 의존관계를 체험을 통해 습득할 수 있다. 이것은 반성적 사고를 가능하게 하며, 이로 인하여 개념의 습득을 보다 쉽게 한다.

초등 수학에 있어서 기본적인 도형의 소개를 Logo를 통해 직접 조작해 볼 수 있다. 이러한 활동을 통해 개념적 수학 용어인 도형을 시각적 그리고 조작적으로 확인할 수 있다.

2.5 Logo 프로그램(거북 명령어)

초등학교 수학 교과서에 정의된 도형관련 용어에는 여러 가지가 있는데 그 중에 기본적인 각과 정사각형을 도입하면서 Logo프로그램 기본 명령어를 설명하고자 한다.

첫째, 한 점에서 그은 두 직선으로 이루어진 도형을 각이라고 한다. 이 각에 대해 Logo에서는 거북의 움직임을 주의해야 한다. 거북이가 이동하는 각도는 거북이의 진행방향을 기준으로 시계반대 방향이다. 거북이의 발자취를 도형으로 생각하면 거북이가 움직이는 각도는 외각의 개념이 된다. 그러므로 거북이를 따라서 도형을 그리다가 원래의 위치로 되돌아오면 거북이가 회전한 각은 360도의 배수가 된다는 사실은 활동을 통해 쉽게 알 수 있다. 학생들은 직접 거북의 행동을 사고행동으로 따라하면서, 거북이가 한 바퀴를 돌아 제 자리에 오게 되므로 다각형의 외각의 합은 360이 된다는 것을 이해할 수 있게 된다. Papert는 '외각의 합이 360°가 된다.'는 사실을 거북의 전체 이동 정리(Total Turtle Trip Theorem)라고 불렀다.[9] 즉, 도형을 그릴 때, 거북이가 어떻게 이동하더라도 처음 출발했던 위치와 방향으로 돌아옴으로써, 결국은 360°의 배수만큼을 회전하는 것이다.

둘째, 가자와 돌자의 버튼을 이용하여 여러 가지 도형을 그린다. 또한 버튼 외에 명령어를 직접 입력하여 거북을 움직일 수 있다. 예를 들어 '반복 4 {가자 50; 돌자 90}'의 명령어를 보면 반복적인 행동을 통해 정사각형이 그려짐을 알 수 있다. 이러한 활동을 통해 학생들은 네 개의 직각과 변, 그리고 네 번의 반복이 필요하다는 사실을 알게 된다. 즉, 학생

들은 정사각형의 개념과 특성들을 관련지을 수 있게 된다.

3. 도형 지도 방안

3.1 초등학교 교육과정에서 도형의 정의

<표 1> 초등학교 도형영역의 용어

용어	학년 학기	정의
선분	2-가	두 점을 곧게 이은 선
사각형	2-가	4개의 선분으로 둘러싸인 도형
삼각형	2-가	3개의 선분으로 둘러싸인 도형
각	3-가	한 점에서 그은 두 직선으로 이루어진 도형
직각	3-가	직각삼각자의 직각과 같은 각
직각삼각형	3-가	한 각이 직각인 삼각형
직사각형	3-가	네 각이 모두 직각인 사각형
정사각형	3-가	네 각이 모두 직각이고, 네 변의 길이가 같은 사각형
정삼각형	3-가	세 변의 길이가 같은 삼각형
각도	4-가	각의 크기
수직	4-나	두 직선이 만나서 이루는 각이 직각일 때 두 직선은 서로 수직
수선	4-나	두 직선이 수직일 때, 한 직선을 다른 직선에 대한 수선
평행	4-나	서로 만나지 않는 두 직선
다각형	4-나	선분으로만 둘러싸인 도형
정다각형	4-나	변의 길이가 모두 같고 각의 크기가 모두 같은 다각형

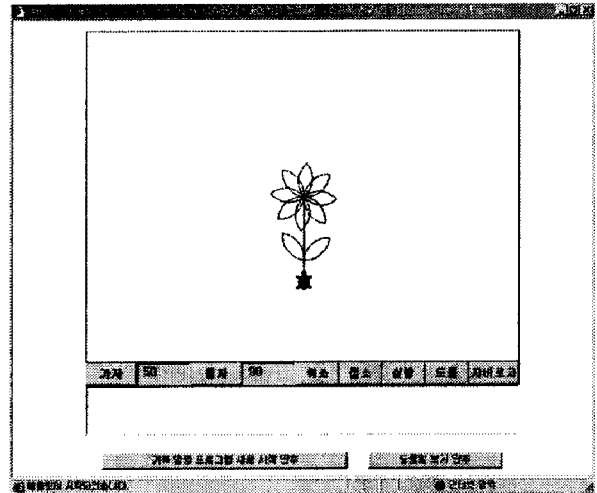
이 외에도 많은 정의가 있지만 기본적인 도형의 학습에 있어서 Logo를 활용한 학습에 주로 활용되는 개념만 소개를 하였다. 이런 기본적인 개념의 학습을 Logo를 통해 보다 효과적으로 할 수 있다.[5]

3.2 Logo 프로그램을 활용한 지도 방안

1) 접속환경

인터넷 <http://web.edunet4u.net/~javamath/>로 접속하여 왼쪽 위에 있는 거북로그를 클릭하거나, '거북명령 LOGO' 아이콘을 클릭한다. 그러면 거북이가 꽃그림을 그리는 Logo프로그램이 실행된다.[10]

<그림 1> Logo프로그램 초기 화면



2) Logo 프로그램 기본 명령어 배우기

[가자], [돌자]의 명령어를 통해 사각형을 그려본다. 예를 들어, [가자 30; 돌자 90; 가자 30; 돌자 90; 가자 30; 돌자 90; 가자 30]을 각각 아이콘이나 명령이 입력창을 이용하여 실행하면 정사각형이 그려진다.

3) Logo 프로그램 명령어 중 [돌자]에 대해 자세히 배우기

삼각형을 그리기 위해 어떤 명령을 해야 할지 생각해 본 후 [돌자 60]으로 삼각형을 그릴 수 없음을 알 수 있게 한다. 로고에서 중요한 개념 중에 하나가 [돌자]이다. [돌자]는 회전각을 나타내는 것으로 정삼각형의 한 각의 크기는 60°, 정사각형의 한 각의 크기는 90°이므로 [돌자]의 각 계산은 180-60=120, 180-90=90이다. 학생들이 정삼각형의 한 각의 크기가 60°이므로 [돌자]가 60이 아닌 120임을 조작을 통해서 발견할 수 있도록 지도한다.

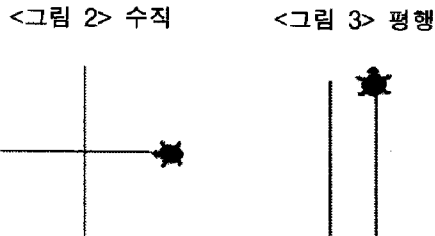
4) 기본 도형 그리기

정사각형, 직사각형, 삼각형을 그려본다. 직

접적인 명령어 제시보다는 학습자가 스스로 알아 낼 수 있도록 유도한다.

5) 수직과 평행의 학습

아래 그림과 같이 선분 2개를 그려 보게 한다.



수직의 선분을 그릴 때에는 '가자 50; 가자 -25; 돌자 90; 가자 25; 가자 -50;'과 같은 명령어를 사용하거나 아이콘을 조작하면 된다.

평행의 선분을 그릴 때에는 '가자 50; 거북 (10, 0); 가자 50;'과 같은 명령어를 사용하면 된다. 여기서 거북이 선을 그리지 않고 위치만 옮기는 명령어인 '거북 (좌표)'가 도입된다.[7] 좌표의 개념을 아직 배우지 않은 상태에서 '순간이동'이라는 용어로 학생들에게 쉽게 이해할 수 있도록 원래의 위치(원점)에서 오른쪽과 위쪽 이동은 '+' 즉 양의 값을, 왼쪽과 아래쪽은 '-' 즉 음의 값을 괄호 안에 표시함으로써 거북이의 순간이동을 이해할 수 있게 한다.

6) 반복 명령어 배우기

같은 명령을 되풀이 할 때는 반복 명령어를 이용하면 효과적이다. 반복 명령어는 '반복 (반복회수) {가자 (길이); 돌자 (각도)}'와 같이 명령어를 입력하면 된다.

4. 연구의 가설과 방법

4.1 연구의 가설

본 연구에서 검증하고자 하는 연구의 가설은 다음과 같다.

[가설] Logo를 활용한 수학 수업은 일반적 수학 수업보다 학생들의 도형학습에 대한 성과를 더 높일 것이다.

4.2 연구의 방법

1) 실험대상

초등학교 4학년 2개 반을 대상으로 하였다.

2) 실험설계

(G1)	Pe	X1	Po	->	S(x1)
(G2)	Pe	X2	Po	->	S(x2)

G1은 비교집단, G2는 실험집단이고, Pe는 사전평가(Pretest), Po는 사후평가(Posttest)를 나타낸다. 또 X1은 일반적 형태의 수학 도형 수업, X2는 Logo를 활용한 도형 수업을 나타낸다. 사후평가와 사전평가의 차이를 문항수로 나누고 100을 곱한 성적향상도 즉, 비교집단의 S(x1)과 실험집단의 S(x2)를 구해 두 집단의 통계를 분석한다.

3) 실험도구 및 절차

평가지는 사전과 사후 두 가지로 나누어서 평가한다. 문항 수는 10문항으로 난이도를 비슷하게 했다. 두 집단 모두 1차시의 학습을 하고 난 후 사후 평가를 풀고 그 결과, 성적향상도의 점수를 가지고 성취결과를 비교한다.

4) 수업방식

Logo를 활용한 수업은 안내된 발견식 수업으로 예제를 먼저 제시하고 나중에 원리나 법칙을 설명하는 방식을 택한다. 이와 대조되는 지시적 수업 즉, 먼저 원리나 법칙을 설명하고 나중에 예제를 중심으로 교사가 시범보이는 교사 중심수업은 되도록 배제를 한다. 이것은 안내된 발견식 수업이 효과가 있다는 연구된 결과[3]에 의한 것이다.

4.3 연구 결과

가설은 '수학 도형 수업에 있어서 성적 향상 정도가 일반적 수학 수업보다 Logo활용수학수업이 더 크다'에 대한 검정을 하는 것이다. 즉,

H_0 : Logo활용수학수업 = 일반적 수학수업,

H₁ : Logo활용수학수업 > 일반적 수학수업
란 가설을 검증하고자 한다.

일반적 수학 수업과 Logo를 활용한 수학
수업 두 가지 형태의 수업에 대해서, 성적 향
상도를 살펴보면 다음과 같다.

$$G1: S(x1) = \frac{Po\text{정답수} - Pe\text{정답수}}{\text{문항수}} \times 100$$

$$G2: S(x2) = \frac{Po\text{정답수} - Pe\text{정답수}}{\text{문항수}} \times 100$$

S: 성적향상도

<표 2> 일반적 수학 수업과 Logo활용 수학 수업의
성적 향상 통계

	GROUP	N	평균	표준편차	평균의 표 준오차
SCORE	G1	29	5.52	16.60	3.08
	G2	29	12.76	16.23	3.01

위 표에서 일반적 수학 수업의 성적 향상도
평균은 5.52이고, Logo 활용 수학 수업의 성
적 향상도는 12.76이다. 따라서 Logo를 활용
한 수학 수업은 일반적 수학 수업보다 7.24점
더 높은 성적 향상도를 나타냈다.

<표 3> 일반적 수학 수업과 Logo활용 수학 수업의
성적 향상도에 대한 독립표본 T 검정 결과

독립표본 검정

	Levene의 등분산성 검정		평균의 등분산성에 대한 T 검정						
	F	유의확률	t	자유도	유의확률 (양측)	평균차	차이의 표 준오차	95% 신뢰구간 하한	상한
SCORE	.144	.706	-1.679	58	.099	-7.24	3.01	-13.25	-1.23
			-1.679	58	.099	-7.24	3.01	-13.25	-1.23

위 표를 보면, 두 모집단에 대한 분산비의
통계량 값 F=0.144, 유의확률=0.706>0.05로
'두 모집단의 분산이 같다'는 영가설을 채택하
기 때문에, 등분산성이 가정된다. 따라서 등분
산성인 경우의 t값은 -1.679, 유의확률은
0.099이다.[2] 단측검정의 유의확률은
0.0495<0.05이므로 영가설을 기각한다.[11] 즉,
대립가설을 채택하여 '유의수준 5%에서 Logo
를 활용한 수학 수업이 일반적 수학 수업보다
효과가 있다'라고 할 수 있다.

5. 결 론

컴퓨터의 활용은 교육에 있어서 많은 부분
응용되고 있다. 특히 수학학습에 있어서 구체

적인 조작 활동에 Logo 프로그램의 활용은
학생들에게 반성적인 사고를 유도하여 개념과
정의를 올바르게 인지시키며 이는 문제해결과
정에서의 오류를 줄일 수 있다.

하지만, Logo의 명령어를 이용하여 학생들
이 직접 도형을 그려보는 것은 명령어가 익숙
하기 전까지는 어려움이 있다. 따라서 쉽게
명령어와 익숙해질 수 있도록 게임의 형식으
로 접근하는 것도 좋은 방법이 될 수 있다.
예를 들어, 미로나 장애물을 피해 목표점에
도달하거나 또는 주어진 모양을 그려보는 활
동[12]을 통해 사고의 흐름을 명령어로 표현
하는 과정이 필요하다.

6. 참고문헌

- [1] 배중수, 초등수학교육 내용지도법, 경문사, 2002.
- [2] 백순근, 교육연구 및 통계분석, 교육과학
사, 2004.
- [3] 백영균, 우인상, "LOGO 프로그래밍의 수
업방법이 문제해결력에 미치는 효과에 관
한 연구", 교육공학 연구 제9권 제1호,
pp73-90, 1994.
- [4] 신동선, 유희찬, 수학교육과 컴퓨터, 경문
사, 1998.
- [5] 이경화, 김갑수, "초등학생을 위한 로고 프로그
래밍 지도 방안", 한국정보교육학회 2002년 하
계 학술발표논문집, 제7권, 제2호, pp.303-310.
- [6] 이종영, 장영은, "도형과 관련된 문제해결과
정에서 초등학생의 오류 유형과 원인 분석
연구", 전주교육대학교 과학교육연구소 과학
교육연구 논문집, 제 25권, pp47-80, 2003.
- [7] Brian Harvey, Computer Science Logo
Style volume 1: Symbolic Computing 2/e,
University of California, Berkeley, 1997.
- [8] <http://www.mic.go.kr/index.jsp> 주요 IT통
계 현황(06.3월 기준)
- [9] <http://javamath.snu.ac.kr/teacher/>
- [10] <http://web.edunet4u.net/~javamath/>
- [11] <http://www.easystat.co.kr/spss/spss.htm>
- [12] [http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_
g_1_t_3.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_1_t_3.html)