韓國數學教育學會
<全國數學教育研究大會 프로시딩>
제 37회. 2006. 10. 241-242

Korea Soc. Math. Ed.
Proceedings of National Meeting of Math. Ed.
The 37th. Oct. 2006. 241-242

폴야와 학교 수학 그리고 good mathematics

최 영 기 (서울대학교)

다각형의 내각의 합: 일반적으로 n각형의 내각의 합은 $(n-2)\pi$이다. 따라서 n각형은 n이 커질수록 내각의 합도 점점 더 커진다.

다각형의 외각의 합: 하지만 n의 크기에 관계없이 n각형의 외각의 합은 2π로 일정하다.

오일러의 (특성)수 : n각형에서 오일러의 특성수도 n에 관계없이 항상 $V-E+F=1$이다.

외각합과 오일러의 특성수의 관계: 임의 n각형에서 다각형의 외각합과 오일러의 특성수가 일정하다면 이 둘 사이에 특별한 관계가 있는 것은 아닐까?

3차원에 있는 다면체로의 확장: 3차원에 있는 다면체에서도 이와 같은 현상이 있을 까?

Rene Descartes(1596-1650): Descartes는 한 꼭지점의 결손각(angular defect)을 $2\pi-$(한 꼭지점에 모인 내각의 합)로 정의 하고, 모든 꼭지점의 결손각을 합한 것을 총결손각(total angular defect)이라 하고, 구멍이 없는 임의 n면체의 총결손각이 4π로 일정함을 증명했다.

Leonhard Euler(1707-1783): 구멍이 없는 임의 n면체의 오일러의 특성수도 n에 관계없이 항상 $V-E+F=2$이다.

Polya(1887-1895): 발견술에 관심을 가졌던 Polya는 오일러가 처음부터 $V-E+F$를 관찰하지는 않았을 것이라고 추측하고. 다각형에서 변의 수 E가 다각형을 구분하는 기준이 되는 것에 착안해 다면체를 분류하기 위해서 면의 수 F를 관찰했다가 모든 다면체가 같은 성질($V-E+F=2$)을 공유한다는 뜻밖의 결과를 얻게 되었다고 추측하였다.

총결손각과 오일러의 특성수의 관계: 임의 n면체에서도 n에 관계없이 총결손각과 $V-E+F$가 일정하다면 이 둘 사이에 특별한 관계가 있는 것은 아닐까?

What is good mathematics ?: 이에 대한 Polya의 설명을 통하여 good mathematics이라는 것이 무엇인지를 숙고하여 보고 이를 학교수학에 적용하는 것을 생각해보고자 한다.

이에 대한 참고 논문은

The Euler Characteristic and Polya's dream by P. Hilton and J. Pedersen, The American Mathematical Monthly, Vol. 103, No. 2, pp 121-131

이다.