

입자법을 이용한 유체-유체 충격 시뮬레이션 Fluid-Fluid Impact Simulation using a Particle Method

이병혁¹, 박종천², 정성준³

Byung Hyuk Lee¹, Jong Chun Park² and Sung-Jun Jung³

1. 서 론

지금까지의 수치 시뮬레이션은 대부분 격자를 이용하여 복잡한 형상의 물리 현상 해석에 사용되어왔다. 하지만, 계면(interface)의 상변화를 포함하는 다상류(multi-phase flow) 문제, 변형이 큰 유체-고체간의 상호연성 작용 문제, 쇄파를 동반하는 비선형성이 강한 자유표면 유동 문제 등의 수치적 해석에는 여전히 물리 현상의 해석에 어려움이 있다. 특히, 밀도가 다른 두 유체의 충격 시뮬레이션의 경우 두 유체가 충격할 때 두 유체 사이의 경계면이 크게 변형되기 때문에 격자를 사용한 시뮬레이션에는 어려움이 따른다.

한편, 입자를 이용하는 수치 시뮬레이션법인 입자법은 격자를 이용하는 해석방법보다 복잡한 현상의 물리현상을 해석할 수 있는 가능성을 가지고 있다. 또한 입자법은 이류항(convection)의 계산을 완전한 Lagrangian 접근에 의해 입자의 이동으로 계산함으로써 Eulerian 방법에서 심각하게 유발되는 수치확산을 줄일 수 있을 뿐만 아니라, 복잡한 형상에 대해 격자 생성에 많은 어려움과 방대한 시간이 소요되는 격자법과는 달리 격자를 생성할 필요가 없다. 복잡한 형상에 대하여 비록 입자법은 입자의 초기 배치가 필요하지만 격자를 생성하는 것 보다는 쉬운데, 그 이유는 격자가 뒤틀리는 등의 위상 관계(topological relations)의 구성을 고려할 필요가 없기 때문이다.

본 논문에서는 Koshizuka et al.(1995)가 제안한 MPS법을 기본으로 밀도가 서로 다른 유체-유체 충격 시뮬레이션에 적용하여 그 타당성을 확인하였다.

2. 지배방정식

비압축성 점성 유동에 대한 지배방정식은 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식으로 다음과 같다.

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{F} \quad (2)$$

여기서, u 는 속도벡터, t 는 시간, ∇ 은 구배연산자, P 는 압력, ν 는 동점성계수, \vec{F} 는 외력을 각각 나타낸다.

Navier-Stokes 방정식 (2)의 좌변은 이류항을 포함한 Lagrangian의 미분 형태이고, 입자의 직접적인 이동에 의해 계산된다. 한편, 우변은 압력 구배와 점성항, 외력항으로 구성되어 있다. 그러므로 비압축성 점성 유동을 시뮬레이션 하기 위해서는 압력구배항, 확산항 및 비압축성을 나타내는 입자간의 상호작용 모델이 필요하며, 이러한 수치 모델을 위하여 본 연구에서는 Koshizuka et al.(1995)에 의해 제안된 MPS법을 도입하였다.

3. 입자상호작용모델(MPS)

MPS법에서는 연속체의 이산적인 계산을 입자간 상호작용 모델을 통해서 행한다. 즉 편미분 연산자에 대응하는 입자간 상호작용 모델을 각각 만들고, 지배방정식의 각각의 항과 동가인 입자간 상호작용모델로 치환한다.

1 발표자: 부산대학교 조선·해양공학과 석사과정

2 부산대학교 조선·해양공학과 교수

3 부산대학교 조선·해양공학과 석사과정

3.1 Kernel Function

지배방정식은 입자간의 상호작용모델로 바꾸어 표시할 수 있다. 입자간 상호작용모델은 Kernel Function에 기초하여 구성되는데, 본 연구에서 사용한 Kernel Function의 구체적인 식은 다음과 같다.

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & r \leq r_e \\ 0 & r_e < r \end{cases} \quad (3)$$

여기에서 r 은 두 입자간 거리이고, r_e 는 입자간 상호작용의 범위를 나타낸다. 입자간 상호작용의 범위를 제한함으로써 계산시간을 줄일 수 있다.

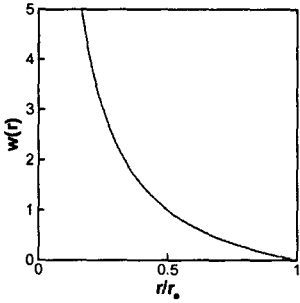


Fig. 1 The kernel employed in the present study.

3.2 압력구배 모델

MPS법에서 입자 i 위치에서의 압력구배모델은 입자 i 와 그 근방 입자 j 사이에서 구배 벡터를 $(P_j - P_i)(\vec{r}_j - \vec{r}_i) / |\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2$ 으로 계산하고 이것을 Weight Function (Kernel Function)으로 평균화 한 것이다(Fig. 2). 압력 구배 모델에서는 동일한 입자에 대한 압력 구배 벡터는 고려하지 않는다.

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{P_j - P_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right] \quad (4)$$

식(4)에서 d 는 계산 공간의 차원이고, n^0 는 초기 입자 배치 상태에서의 입자수 밀도이다. 입자수 밀도는 식(5)와 같이 정의한다.

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad (5)$$

3.3 확산모델

Laplacian은 물리적으로 확산을 의미하고 있기 때문에 Fig. 3에서 표시하는 바와 같이 입자 i 가 갖는 물

리량의 일부를 주위의 입자 j 쪽으로 Kernel Function에 따라 분배하는 것으로 생각할 수 있다.

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle = \frac{2d}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} [(\phi_j - \phi_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)] \quad (6)$$

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) |\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2}{\sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)} \cong \frac{\int_V w(r) r^2 dv}{\int_V w(r) dv} \quad (7)$$

식(6)에서 d 는 계산 공간의 차원이고, λ 는 해석해와 동일한 분산을 유지하기 위해 사용하는 계수이다.

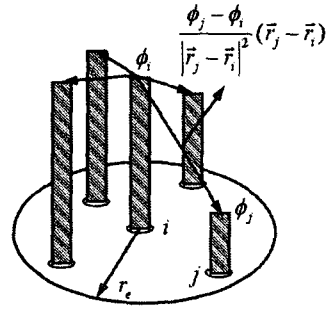


Fig. 2 The gradient model of MPS method.

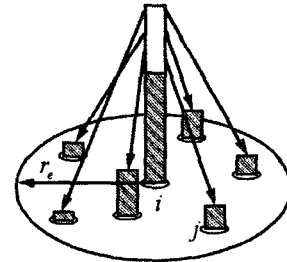


Fig. 3 The Laplacian model of MPS method.

3.4 비압축성 모델

만약 입자의 질량이 모두 동일하다면, 유체의 밀도는 입자수 밀도에 비례하므로 식(8)은 입자수 밀도가 일정하다는 조건과 동일하다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

MPS법에서는 비압축성 흐름 계산의 알고리즘으로서 SMAC법과 거의 유사한 방법을 사용한다. (Fig. 4) 각각의 매 시간스텝은 양과 음의 2단계로 이루어져 있다. 먼저, 시각 n 에 있어서 입자의 위치, 속도, 압력을 각각 \vec{r}_i , \vec{u}_i , P_i 로 한다. 제 1단계에서는 점성

항과 외력항의 계산을 통하여 입자의 중간속도인 \vec{u}_i^* 를 구한다. 다음에, 입자의 중간속도 \vec{u}_i^* 를 이용하여 입자의 중간위치 \vec{r}_i^* 를 구한다. 즉,

$$\vec{r}_i^* = \vec{r}_i^n + \Delta t \vec{u}_i^* \quad (9)$$

식(9)에 의한 입자의 이동은 격자를 사용하는 방법에 있어서 이류항의 계산에 해당된다. 계산된 입자의 중간 위치를 이용하여 중간의 입자수밀도 n^* 를 계산할 수 있다.

제2단계에서는 먼저 압력의 Poisson 방정식을 계산한다.

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_i^* - n^0}{n^0} \quad (10)$$

식(10)의 우변은 제1단계의 입자수 밀도 n_i^* 와 초기 입자수 밀도 n^0 와의 차를 나타낸다. 좌변은 확산 모델인 식(6)에 의해 연립1차방정식으로 이산화 할 수 있으며, 적절한 반복해법에 의해 구할 수 있다. 구해진 압력장을 이용하여 다음 식(11)로부터 속도의 수정치 \vec{u}_i' 가 얻어진다. 이때 MPS법의 압력 구배 모델을 적용한다.

$$\vec{u}_i' = -\frac{\Delta t}{\rho} \langle \nabla P^{n+1} \rangle \quad (11)$$

최종적으로, 시간 $n+1$ 에서의 속도와 입자의 위치는 다음 두 식에 의해 각각 새롭게 얻어진다.

$$\vec{u}_i^{n+1} = \vec{u}_i^* + \vec{u}_i' \quad (12)$$

$$\vec{r}_i^{n+1} = \vec{r}_i^* + \Delta t \vec{u}_i' \quad (13)$$

차분법에 있어서 SMAC법과의 차이는 MPS법의 차이는 이류항이 입자의 이동에 의해 직접 계산된다는 것과 압력의 포아송(Poisson) 방정식에 있어서 소스항이 유속의 속도 발산이 아닌 입자수 밀도로 표시 되는 것이다.

3.5 자유표면 계산 모델

자유표면에 있는 입자의 압력은 대기압과 함께 0의 값으로 고정시킨다. 입자가 자유표면에 있는지 없는지는 다음에 의해 정해진다.

$$n_i^* < \beta n^0 \quad (14)$$

여기에서 β 는 상수로서 1.0 미만으로 한다. 자유표면에 있는 입자는 근방의 입자수가 작기 때문에 입자수 밀도가 작아지게 되고, 식(14)를 만족하게 된다.

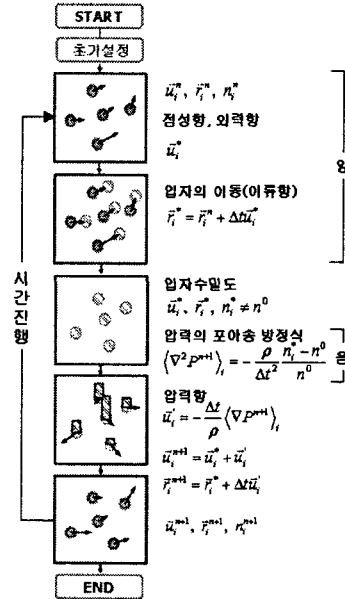


Fig. 4 Algorithm of the present particle method.

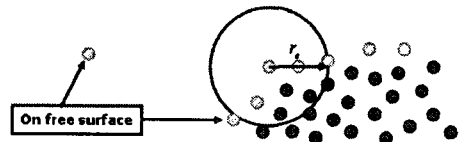


Fig. 5 Free-Surface model of MPS method.

4. 유체-유체 충격 시뮬레이션

앞서 설명한 입자 상호작용 모델을 2차원의 유체-유체 충격 문제에 적용하였다. 초기 입자의 배치는 Fig. 6과 같다. 입자는 유체1(water1) 입자, 유체2(water2) 입자, 벽(wall) 입자로 구성되어 있다. 중력 가속도 g 는 $9.81m/s^2$, 입계거리 r_e 는 2.1로 고정하였으며, 점성의 영향은 무시하였다.

Fig. 7은 유체1의 밀도에 따른 시뮬레이션 결과이다. 밀도가 유체2 보다 0.5배인 유체1이 낙하하는 경우에는 T=0.14일 때 유체1 유체가 자유표면과 부딪친 후 자유표면의 변형을 일으킨다. 그리고 밀도차이에

의해 유체2에 입자사이에 침투되지 않고, 유체2 입자 위에 부유되어 있다.(Fig.7 (a)) 밀도가 유체2 보다 2배인 유체1가 낙하하는 경우에는 유체1이 변형하면서 유체2 입자 사이로 잠기지만, $T=0.3$ 이후에는 분열하며 바닥에 가라앉는다 (Fig. 7 (b)).

5. 결 론

본 논문에서는 지배방정식(Navier-Stokes)에 대한 MPS의 입자간 상호작용 모델인 압력구배 모델, 확산 모델, 비압축성 모델, 자유표면 계산 모델을 이용, 밀도가 다른 유체-유체 충격 문제에 적용하여 유용한 결론을 얻었다. 하지만 물리적 실험결과와의 정량적 비교와 검토가 요구된다. 본 방법은 향후 입자간 상호작용모델을 바탕으로 LNG선의 슬로싱문제, 유체충격에 기인한 유체-고체간 상호연성 문제, 기름 유출 사고 등에 의한 해양 환경 오염 문제에 효과적으로 활용될 수 있을 것이다.

감사의 글

본 연구는 대우조선해양(주)의 “유체충격에 기인한 유체-고체간의 상호연성 시뮬레이션 기술 개발” 과제의 지원으로 수행된 연구결과 중 일부임을 밝히며, 지원에 깊이 감사드립니다.

참고문헌

- Monaghan, J.J. and Gingold, R.A., (1983) Shock simulation by the particle method SPH; J.Comput.Phys.vol.52 p.374.
- Umegaki, K., Takahasji, S. and Miki, K., (1992) Numerical simulation of incompressible viscous flow using particle method; Suchi kaiseki, vo1.43-3 p.17 (in Japanese).
- Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y., (1995) A Particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation; Computational Fluid Dynamics J., 4, pp.29-46.
- Koshizuka, S., Oka, Y., (1996) Moving-partilce semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid; Numerical Science and Engineering, 123, pp.421-434.

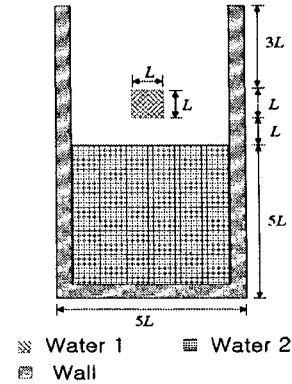
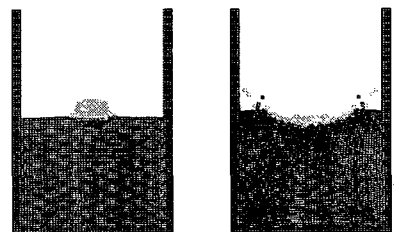
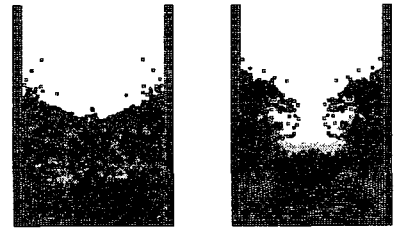


Fig. 6 Initial geometry of fluid-fluid impact.



T=0.0

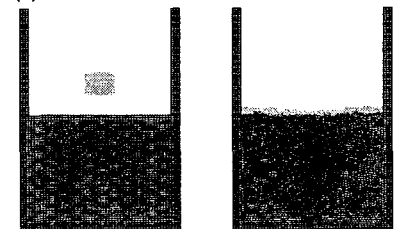
T=0.14



T=0.25

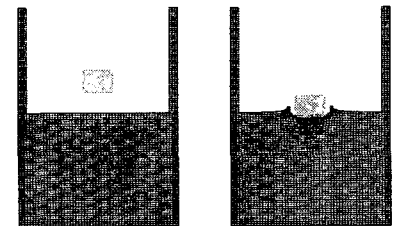
T=0.9

(a) water1 : $\rho = 500$, water2 : $\rho = 1000$



T=0.0

T=0.14



T=0.3

T=0.5

(b) water1 : $\rho = 5000$, water2 : $\rho = 1000$

Fig. 7 Calculated results of fluid-fluid impact.