후판 날판설계를 위한 이차원 빈패킹 최적화 기법
Two-dimensional bin packing optimization model for mother plate design

박상혁*, 장수영**

* 포항공과대학교 산업경영공학과 (*munlover@postech.ac.kr*)
** 포항공과대학교 산업경영공학과 (*syc@postech.ac.kr*)

Abstract

제철소 후판공장에서는 두꺼운 슬라브(Slab)를 압연하여 사각형태의 철판인 날판(Mother Plate)을 생산하고, 이를 주문(Plate) 사이즈에 맞게 다시 절단을 하게 된다. 이때 동일 슬라브라 하더라도 압연방법에 따라 다양한 사이즈의 날판을 생산할 수 있다. 여기에서 다루고 있는 후판 날판설계 문제는 주어진 주문을 대상으로 최소 개수의 슬라브를 사용하여 생산하는 문제를 말한다. 이를 위해 최적의 날판 사이즈를 결정하고, 각 날판에 주문들을 배치하게 된다. 본 논문에서는 후판 날판설계문제를 two-stage guillotine cutting problem의 변이로 모델을 세우고, 이를 위한 효율적인 휴리스틱을 제시하였다. 그리고 실 데이터를 대상으로 컴퓨터 실험을 통해 휴리스틱을 효율성을 검정하였다.

1. 문제 정의

후판(plate)이란 일반적으로 두께가 6mm이상의 두꺼운 강판을 말하며 거대한 선박의 건조, 교량의 건설, 대형 송유관, 철구조물, 용접구조물등 다양한 산업분야에서 폭 넓게 사용되고 있다. 생산공정은 [그림 1]에서와 같이 연주공정(continuous casting)에서 생산된 슬라브(slab)가 후판 압연기를 거쳐 수요가 요구 두께로 압연된 후 주문 폭과 길이로 절단되어 최종 후판 제품이 된다.

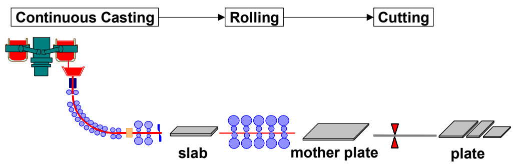


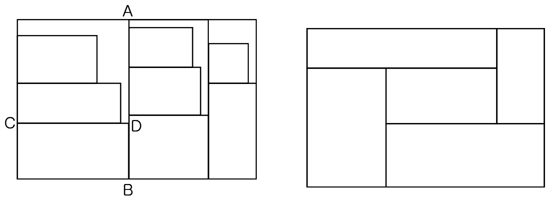
그림 1. 후판제품 생산공정 흐름도

슬라브를 압연기에서 압연한 상태를 날판(mother plate)라 부르며, 날판을 설계한다는 것은 절단 후에 불필요하게 제거되는 트림로스(trim loss)를 최소화할 수 있도록 날판의 치수(폭,길이,두께)를 결정하고 주문을 날판에 배치하는 작업을 의미한다.

한 날판에서는 동일한 두께를 가진 제품만 생산되므로 먼저 주문들을 두께별로 분류한 다음 날판설계를 수행한다. 결국 날판 치수를 결정하는 문제는 날판 폭과 길이를 결정하는 문제로 단순화 될 수 있다. 하지만 압연기에서 폭방향과 길이방향 압연이 가능하기 때문에 동일 슬라브에서 압연될 수 있는 날판 폭과 길이의 조합은 무한개가 존재할 수 있다.

주문을 날판에 배치할 때 고려해야 될 제약조건으로 나이프 절단이 가능하도록 [그림 2]와 같이 주문들이 길로틴(guillotine) 형태로 배치되어야 한다는 점이다. 길로틴 절단이란

한번의 절단으로 사각형 형태로 분리될 수 있는 절단방법으로 사각형의 한쪽 면에서 평행에 있는 반대쪽 면까지 수직으로 절단하는 것을 말한다. 그림 (a)를 보면 A-B 방향으로 나이프 절단하여 두개의 사각형으로 분리한 후에 왼쪽 사각형을 다시 C-D로 절단함으로 쉽게 최종제품을 얻을 수 있다. 반면에 그림 (b)는 길로틴 절단이 불가능한 예를 보여주는 것으로 현장에서는 가스절단이 가능하지만 절단시간이 많이 소요되므로 일반적인 날판설계는 길로틴 절단이 가능하도록 설계한다.



(a) guillotine (b) non-guillotine

그림 2. 길로틴 절단

다른 설비 제약조건으로는 후판 압연기 및 날판의 이송설비 사양에 따라 최대 압연가능한 날판 폭과 길이가 정해져 있다. 그리고 작업 현장에서는 슬라브의 사양이 몇 가지 형태를 가질 수 있지만 본 연구에서는 슬라브가 동일한 사양을 가진 것으로 가정한다.

날판을 설계하는 문제는 기본적으로 길로틴 절단이 가능하도록 하는 이차원 빈패킹(2-dimensional bin packing; 2BP) 문제 유형을 가지고 있지만 빈(bin) 크기가 고정되어 있지 않다는 점에서 기존 문제와 다르다고 할 수 있다. 그리고 이에 대한 연구가 진행된 사례가 없어 본 논문에서 효율적인 해결방안을 제시하고자 한다.

논문의 구성은 2장에서 문제에 대한 정의 및 관련 연구내용을 다루고. 3장에서 문제해결을 위한 휴리스틱 알고리듬에 대해 살펴보고, 마지막 4장에서 실 데이터를 가지고 실험한 결과를 바탕으로 휴리스틱을 효율성을 검정하였다.

2. 문제정의 및 문헌조사

날판 두께와 중량이 주어져 있기 때문에 날판의 면적은 일정한 상수값을 가지게 된다. 따라서 최대 날판 폭 $\overline{W}$ 와 최대 날판 길이 $\overline{L}$ 범위 내에서 동일 면적으로 결정될 수 있는 날판 폭과 길이의 조합은 [그림 3]에서와 같은 곡선의 형태로 나타난다.

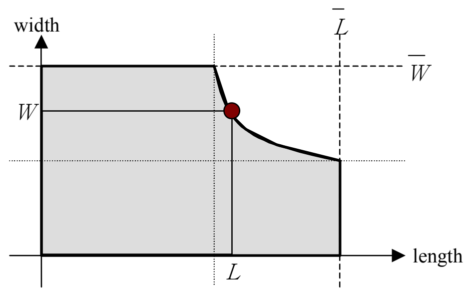


그림 3. 설계 가능한 날판 폭, 길이 범위

어러한 성격을 가지고 있는 날판설계 문제는 다음과 같이 정의될 수 있다.

<INPUT>
- 주문집합 : 주문별 폭, 길이, 개수
- 날판면적

<OBJECTIVES>
- 모든 주문을 최소 개수의 날판에 패킹

<CONSTRAINTS>
- 날판 폭과 길이의 최대, 최소 범위
- 길로틴 절단이 가능하도록 주문 배치
- 회전되어 패킹될 수 없음

<OUTPUT>
- 날판집합 : 날판별 폭, 길이, 주문 배치

그림 4. 날판설계 문제정의

빈 폭과 길이가 고정되어 있는 기본적인 2BP 문제는 절단작업에 따르는 트림로스 최소화에 초점을 맞추고 있다. 이에 비해 날판설계의 목적은 빈의 폭과 길이가 일정범위로 주어졌을 경우 모든 주문을 최소 개수의 빈에 패킹할 수 있도록 각 빈의 폭과 길이를 결정하는 문제가 된다.

본 논문에서 다루고 있는 후판의 날판설계에 대해 과거에 Vasko[8]가 Wang[9]의 방법을 개선한 알고리듬을 제안하였다. 하지만 여기에서는 날판의 폭과 길이가 미리 정해져 있고, 생산성에 관련된 몇 가지 제약조건만 추가되어 있다.

2BP에 대한 이론적인 분야는 원래 문제보다는 쉽게 다룰 수 있고, 현실에서도 적용 가능한 변형문제에 대해 많이 연구되어 왔다. 가장 대표적인 문제 유형인 이차원 레벨 빈패킹 (2-dimensional level bin packing)은 [그림 2]의 (a)와 같이 첫번째 단계에서 빈을 수직으로 절단하여 레벨(level)을 생성하고, 다음 두번째 단계에서 수평으로 절단하여 하나의 아이템을 가지고 있는 조각(slice)을 얻은 후, 불필요한 부분을 제거하여 원하는 아이템을 분리시킨다. 여기에서 레벨이란 세로칸(column) 형태로 패킹된 아이템의 집합을 말하는 것으로 길로틴 절단만을 이용하여 가장 적은 절단 횟수로 자르기 위해서는 (a)와 같이 배치한다. 결과적으로 한 레벨의 왼쪽 면은 빈의 왼쪽 면이거나 이전에 빈에 배치된 레벨의 가장 길이가 긴 아이템을 기준으로 수직으로 형성된 선에 해당한다. Lodi et al[6]는 일련의 0/1 knapsack 문제에 대한 해를 구하여 레벨을 하나씩 패킹할 수 있는 새로운 알고리듬을 제안하였다.

본 논문에서도 이차원 레벨 빈 패킹 방법을 기본적으로 사용하였다. 레벨을 만드는 방법은 matching 문제로, 레벨을 빈에 패킹하는 문제는 0/1 knapsack 문제로 전환하여 해를 구하였다.

3. 휴리스틱 알고리듬 및 분석

3.1 레벨 생성 알고리듬

P 제철소에 접수된 실 주문 10,000건을 대상으로 주문 두께 별로 분류한 후 주문 폭과 길이의 분포를 알아 보았다. [그림 5]는 두께가 2.0mm인 실 주문들에 대한 폭과 길이의 관계를 나타내고 있다.

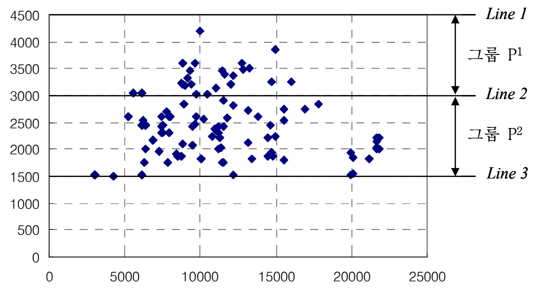


그림 5. 주문 폭/두께 분포 (두께 2.0mm)

그림에서 Line 1은 날판의 최대 가능 폭 ($\overline{W}$ =4,500)을 나타내고, Line 3는 주문 폭의 하한치(>1,500)를 나타내고 있다. 이처럼 모든 주문의 폭이 최대 가능 폭에 비해 1/3을 초과하고 있기 때문에 결국 폭 방향으로는 주문이 2개 이상 들어갈 수 없음을 알 수 있다. 따라서 그룹 P^1 에 속하는 폭 3,000 이상의 주문은 한 레벨 안에 하나의 주문만 패킹이 가능하고, 그룹 P^2 인 폭 3,000 미만의 주문은 한 레벨 안에 두 개의 주문까지 패킹될 수 있다.

P^2 에 해당하는 두 주문 i, j를 한 레벨에 패킹하였을 경우 발생되는 트림로스는 다음과 같다.

$$trim\,loss_{ij} = \begin{cases} (l_i - l_j) \cdot w_j, & if\ l_i \ge l_j \\ (l_j - l_i) \cdot w_i, & if\ l_i < l_j \end{cases}$$

P^2 에 해당하는 모든 주문에 대해 전체 트림로스가 최소가 될 수 있도록 두 주문을 매칭(matching)할 수 있으면 첫번째 단계인 레벨 생성은 최적으로 풀릴 수 있다.

이처럼 한 레벨에 많아야 두 개의 주문만 패킹이 가능한 경우 레벨을 생성하는 첫번째 단계는 non-bipartite weighted matching problem로 전환이 가능하다. 여기에서 각 꼭지는 P^2 에 속하는 주문을 나타내며, 모서리는 두 주문의 폭의 합이 최대 허용 폭을 초과하지 않는 주문 쌍에 대해 연결을 한다. 그리고 모서리에 대한 비용은 위의 식에서 계산되는 트림로스에 해당한다. 최적 해를 구하는 방법으로 Edmonds[4]가 제안한 방법을 사용하였다.

3.2 빈 생성 알고리듬

앞 단계가 완료가 되면 모든 주문들은 레벨형태로 패킹되어 있다. 다음 단계에서는 앞서 구한 레벨을 다시 빈(날판)에 패킹하게 된다. 생성된 레벨의 폭이 서로 다르기 때문에 이번 단계에서도 레벨 폭과 길이를 모두 고려하여 빈에 패킹하여야 하므로 여전히 2BP의 속성을 가지고 있다. 하지만 레벨을 빈에 패킹할 경우 일반적인 2BP과는 다르게 길이 방향으로만 패킹이 가능하기 때문에 보다 간단한 문제로 표현이 된다.

본 논문에서는 빈 생성 문제를 0/1 knapsack 문제로 모델링한 후, 해를 구하는 방법으로 Pisinger[7]가 제안한 branch-and-bound 알고리듬을 사용하였다. 0/1 knapsack 문제란 각 아이템 j의 이익과 비용이, p_j, c_j 인 n개의 아이템에 대해 전체비용이 q를 넘지 않는 범위내에서 이익을 최대화할 수 있는 아이템들의 부분집합(subset)을 구하는 문제를 말한다.

첫번째 단계에서 도출한 각 레벨 k의 폭과 길이가 $\widetilde{w}_k$, $\widetilde{l}_k$ 라고 하자. 레벨들중에서 가장 폭이 큰 레벨 k^* 의 경우는 다른 레벨과는 다르게 길이 방향으로 패킹할 경우 자기 자신의 폭이 빈의 폭이 된다. 그리고 남아 있는 모든 레벨에 대한 이익과 비용을 $p_k = \widetilde{w}_k \cdot \widetilde{l}_k$, $c_k = \widetilde{l}_k$ 라 하면, 전체용량 $q = A / \widetilde{w}_{k*} - \widetilde{l}_{k*}$ 인 0/1 knapsack 문제가 되어 이에 대해 해를 구함으로 빈 패킹을 완료하게 된다. 여기에서 A는 날판의 면적에 해당하는 상수값을 의미한다. 구해진 해를 가지고 주어진 빈에 대한 패킹을 완료한 후에 남아 있는 레벨을 대상으로 다시 위의 과정을 반복하여 모든 레벨을 빈에 패킹하게 된다.

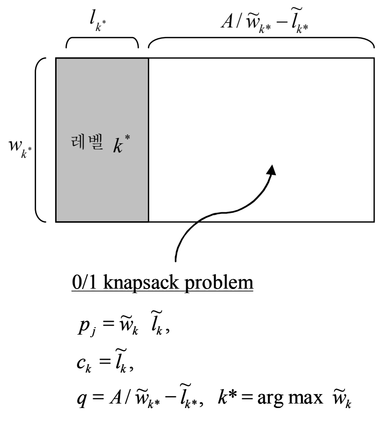


그림 6. 날판설계를 위한 knapsack 알고리듬

4. 실험결과 및 결론

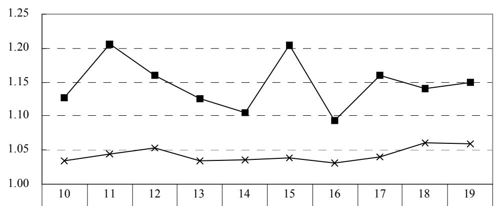
본 논문에서 제시된 휴리스틱 알고리듬은 모두 펜티엄 4 PC에서 Microsoft Visual C++을

사용하여 구현하였다. 실험은 P 제철소의 실 데이터를 대상으로 10개의 주문두께 그룹별로 나누어 각 그룹별로 1,000개의 주문을 가지고 실시되었다.

[그림 8]은 날판설계를 수행한 결과를 보여주고 있다. 휴리스틱 해의 성능을 평가하기 위해 본 논문에서는 최적해의 lower bound 와 비교하였다. 가장 명확한 lower bound는 모든 주문의 면적을 날판의 면적으로 나눈 값으로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$LB = \left\lceil \frac{\sum_{j=1}^{n} w_j \cdot l_j}{A} \right\rceil$$

그리고 2BP에서 많이 알려진 HFF(Hybrid First-Fit) 알고리듬(Chung[2])을 사용한 경우와 비교분석을 실시하였다.



	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
HFF/LB	1.13	1.21	1.16	1.13	1.11	1.20	1.09	1.16	1.14	1.15
MP/LB	1.03	1.04	1.05	1.03	1.04	1.04	1.03	1.04	1.06	1.06

그림 8. 실험결과 요약

그림에서 보는 바와 같이 HFF는 lower bound 대비 평균적으로 1.15을 나타내고 있으며, 본 논문에서 제안한 matching 방법은 1.04의 매우 좋은 결과를 보여주고 있다.

전형적인 2BP와 날판설계문제는 기본적으로 최소 개수의 빈에 모든 아이템을 패킹한다는 점에서는 같은 특징을 가지고 있지만, 전형적인 2BP는 빈 사이즈가 고정되어 있지만 날판설계의 경우는 아이템을 패킹하면서 빈 사이즈가 결정된다는 점에서 다르다고 할 수 있다. 결국 날판설계는 주어진 아이템을 최적으로 패킹하는 빈을 설계하는 문제가 된다. 하지만 이 문제유형에 대한 기존의 연구가 없어 본 논문에서 날판설계가 가지고 있는 특성에 대해 살펴보고, 이에 대한 효율적인 휴리스틱 알고리듬을 제안하였다. 그리고 현장의 실 데이터를 가지고 실험을 통하여 알고리듬의 효율성을 검정하였다.

참고문헌

[1] A. Caprara. Packing 2-dimensional bins in harmony. In Proc. Of the 23rd Annual Symposium on Foundations of Computer Science, pages 490–499. IEEE Computer Society, 2002.

[2] F.K.R. Chung, M.R.Garey, D.S.Johnson, On-packing two-dimensional bins, SIAM Journal of Algebraic and Discrete Methods 3 (1982) 66-76.

[3] E.G.Coffman, M.R.Garey, D.S.Johnson and R.E.Tarjan, Performace bounds for level-oriented two-dimensional packing algorithms, SIAM J. Comput. 9 (1980) 808-826.

[4] Edmonds

[5] P.C.Gilmore, R.E.Gomory, Multistage cutting problems of two and more dimensions, Operations Research 13 (1965) 94-119.

[6] A.Lodi, S.Martello and D.Vigo. Heuristic and meta-heuristic approaches for a class of two-dimensional bin packing problems. INFORMS Journal on Computing, 11 (1999) 345-357.

[7] D.Pisinger, An expanding-core algorithm for exact 0-1 knapsack problem, European Journal of Operational Research, 87 (1995) 175-187.

[8] F.J.Vasco, F.E.Wolf and K.L.Scott, A practical solution to a fuzzy two-dimensional cutting stock problem, Fuzzy sets and system 29 (1989) 259-275.

[9] P.Y.Wang, Two algorithms for constrained two-dimensional cutting stock problems, Operations

Research, 31 (1983) 573-586.