

선별형 스크리닝 절차의 설계

Design of Rectifying Screening Procedures

홍성훈* 최익준**

* 전북대학교 산업정보시스템공학과, 공업기술연구센터 (shhong@chonbuk.ac.kr)

** 전북대학교 산업정보시스템공학과, 공업기술연구센터 (juny95@chonbuk.ac.kr)

Abstract

When the nature of measuring a performance variable is destructive or very expensive, it is attractive to use a surrogate variable which is highly correlated with the performance variable and less expensive to measure. In this paper, we propose rectifying screening procedures using the performance and surrogate variables. Two screening procedures are considered; a statistically-based screening procedure to reduce the current proportion of nonconforming items to a specified lower value after screening, and an economically-based screening procedure where the screening limit is determined so that the expected cost is minimized. It is assumed that the surrogate variable given the performance variable is normally distributed with known mean and standard deviation. For two screening procedures, methods of finding the optimal solutions are presented and numerical examples are also given.

1. 서론

오랜 역사와 높은 기술 수준을 자랑하던 굴지의 기업들도 한 순간에 몰락하거나 구조조정 또는 인수 합병 등을 통해 생존의 길을 모색하는 예를 우리는 종종 경험하고 있다. 이렇게 생존게임으로 표현되는 기업 간의 경쟁은 더욱 치열해지고 있으며, 이러한 현실에서는 지속적인 품질개선을 통한 강한 경쟁력 확보가 무엇보다 중요하다. 이에 따라 품질 검사 분야에서도 과거에 널리 활용되던 샘플링 검사를 탈피해 출하되는 모든 제품의 품질을 검사하는 스크리닝 절차가 산업현장에서 널리 활용되는 추세에 있다. 즉, 무결점 체제를 갖추어 제품의 품질 경쟁력 및 나아가 기업의 경쟁력을 확보하는 전략을 구사하고 있는 것이다.

스크리닝 절차는 다음의 두 가지 방법이 활용된다; 첫째는, 관심의 대상이 되는 주 품질특성(performance variable)을 직접 측정하는 것이고, 둘째는, 주 품질특성과 높은 상관관계를 갖는 대용특성(surrogate variable)을 측정하는 것이다. 주 품질특성에 기초한 스크리닝 절차의 경우 품질 상태를

정확히 파악하여 제품의 출하 여부를 판정하므로, 항상 만족스런 제품을 고객에 공급할 수 있다는 장점이 있다. 특히 이러한 검사는 공정에 이상요인 발생 시 빠르게 대처할 수 있는 품질 모니터링 시스템과 연계되므로 가장 바람직한 검사 방법이라 할 수 있다. 이 분야의 연구는 Tang (1988a), Hui (1991), Duffuaa and Al-Najjar (1995), Hong and Elsayed (1998), Plante (2002), Kim and Cho (2003) 그리고 Govindaluri et al. (2004) 등에 의해 많은 연구가 진행되어 왔다.

한편 제품에 따라서는 주 품질특성을 측정하기 어려운 경우가 있다. 파괴검사를 요하는 제품이 그 대표적인 예이다. 또한 품질특성을 측정하는 데 많은 비용이 드는 경우 주 품질특성을 활용한 품질검사는 도리어 비경제적일 수 있다. 이러한 경우 주 품질특성과 높은 상관관계를 갖고 검사비용이 상대적으로 저렴한 대용특성을 찾을 수만 있다면 대용특성을 활용한 스크리닝 검사를 실시할 수 있다. 오랜 시간을 필요로 하는 트랜지스터의 수명 검사 대신 노이즈를 측정하거나, 파괴검사를 요하는 용접강도 측정 대신 초음파 검사를 하는 것 등이 대표적인 대용특성의 예이다. 특히 최근 들어 레이저, 초음파검사, 컴퓨터 비전, 패턴인식기법 등 다양한 비파괴검사 기술이 개발되어 대용특성을 활용한 검사기법의 산업계 보급에 큰 도움이 되고 있다.

주 품질특성 대신 대용특성을 측정하는 경우 검사비용은 줄일 수 있으나, 대용특성의 검사에 따른 오류가 발생할 수 있다. 즉 대용특성을 검사함으로써 양품을 불량처리(제 1종 오류)하거나, 불량품을 출하하는(제 2종 오류) 오류가 생길 수 있다. 따라서 대용특성을 측정하는 경우 제품의 합격·불합격의 판정기준이 되는 대용특성의 기각치를 구하는 것이 중요한 문제가 된다.

대용특성의 기각치를 구하기 위한 연구는 1970년대 중반 이후 최근까지 많은 연구가 진행되어 왔다. 초기 연구는 모두 통계적인 관점을 고려하여 선별 후 양품의 비율을 일정 수준 이상으로 높이는 것이 주 연구 대상이었다. 이 부류의 대표적인 논문으로는 Owen et al. (1975), Li and Owen (1979), Wong et al.(1985), Boys and Dunsmore (1987), 그리고 Hong et al. (2001), 그리고 Hong (2005) 등이 있다. 한편 Tang (1987), Turkman and Turkman (1989), Bai et al.(1995), Drezner and Wesolowsky (1995),

Hong et al. (1998), Lee et al. (2001), 그리고 Lee and Elsayed (2002) 등은 대용특성의 검사비용, 불량 제품의 합격으로 인한 손실비용, 그리고 불합격되는 제품으로 인한 비용 등을 고려하여 경제적인 관점에서 대용특성의 기각치를 구하였다.

대용특성을 활용한 스크리닝 절차에 대한 기존의 연구 논문은 1970년 이후, 약 100여편에 이르고 있다. 그런데, 연구의 대부분은 선별 후 양품의 비율을 일정 수준 이상으로 높이거나, 또는 비용 최소화를 이루는 경제적인 관점의 설계에 국한하고 있다. 대표적 품질검사 기법인 샘플링 검사의 경우 규준형, 선별형, 연속생산형, 조정형, 그리고 경제적 설계 등으로 구분된다는 것과 비교할 때 다양성 면에서 크게 부족하다는 것을 알 수 있다. 하지만 최근 들어 대용특성을 활용한 스크리닝 절차는 그 응용 범위를 빠르게 넓혀가고 있다. 예를 들어 관리도에 대한 Lee and Kwon (1999), 연속생산형 스크리닝 절차에 대한 Hong et al. (2001)과 Hong (2005), 그리고 프로세스 모니터링 절차에 대한 Kwon et al. (2001), 그리고 Cho and Govindaluri (2002) 의 다 단계 공정에서의 스크리닝 절차 등이 대표적인 예라 할 수 있다.

이 논문에서는 이러한 점을 감안해 대용특성을 활용한 선별형 스크리닝 절차를 제안하고자 한다. 선별형 샘플링 검사란 검사에서 합격한 로트는 그대로 출하하지만, 불합격 로트에 대해서는 불량품을 전수 선별하는 방법이다. 이를 통해 불만족스런 품질의 제품을 제공하는 공급자에게 품질 검사에 대한 부담을 가중시켜, 스스로 품질 향상을 꾀하도록 자극을 주기 위한 검사 방식이다.

이 논문에서는 이 개념을 대용특성을 활용한 스크리닝 절차에 그대로 반영해 다음과 같은 검사 절차를 제안한다. 먼저 출하되는 모든 제품에 대해 대용특성을 측정한다. 검사에서 합격한 제품은 그대로 출하하지만, 불합격한 제품에 대해서는 주 품질특성을 추가로 측정해 불량 제품을 전수 선별하는 것이다. 즉, 좋은 품질의 제품을 제공하는 공급자에게는 품질 검사 비용을 크게 절감해 주지만, 그렇지 못한 공급자에게는 품질 개선을 유도함과 아울러 출하되는 제품의 품질을 보증하기 위한 검사 절차이다.

이 논문에서는 선별형 스크리닝 절차 설계 시 다음의 두 가지 기준을 고려하고자 한다. 첫째, 선별 후 불량제품의 비율을 일정 수준 이하로 낮추기 위한 통계적 관점에서의 설계, 둘째, 검사에 수반되는 제반 비용 요소, 즉 주 품질특성 및 대용특성의 품질검사비용 그리고 불량제품의 출하로 인한 손실 비용으로 구성된 비용함수를 최소화하는 경제적 관점의 설계를 모두 고려할 것이다.

주 품질특성은 양품/불량품으로 구분 가능한 이치형 변수, 대용특성은 연속형 변수인 상황을 고려할 것이며, 주 품질특성 값이 주어진 경우 대용특성의 조건부 확률분포가 정규분포를 따른다는 가정 하에 모형을 구성할 것이다.

2. 통계적 관점의 설계 : 선별 후 양품의 비율 보증

검사대상이 되는 제품의 주 품질특성을 T 라 정의하자. 양품일 때 $T=0$, 불량품일 때 $T=1$

을 취하는 계수형 확률변수이다. 이 논문의 기본 가정은 주 품질특성의 측정은 큰 비용을 필요로 하지만, 파괴검사를 요하지 않고 측정 가능하다는 것이다. 이러한 유형의 가정을 한 논문으로 Tang (1988a), Hui (1990, 1991), Duffuaa and Al-Najjar (1995), Hong and Elsayed (1998), 그리고 Hong et al. (2001)의 연구가 있다. 또한 주 품질특성과 높은 상관관계를 갖고 상대적으로 낮은 검사비용을 갖는 대용특성이 존재하며, 이를 X 라 정의하자. 대용특성을 활용한 검사에서는 주 품질특성과 대용특성의 관계를 올바르게 설정하는 것이 중요한데, 이 논문에서는 $T=i, i=0,1$ 일 때, X 의 조건부 확률 분포는 평균 μ_i ($\mu_0 > \mu_1$), 분산 σ_i^2 인 정규분포를 따른다고 가정한다. 물론 $\mu_0 < \mu_1$ 인 경우도 동일한 방법에 의해 최적 검사방식을 구할 수 있다. Boys and Dunsmore (1987), Bai et al. (1995), 그리고 Hong et al. (2001)등 주 품질특성이 이치형 변수인 경우를 고려한 이 분야의 다른 연구 논문들도 동일한 가정을 한 바 있다.

이 논문에서 제안하는 검사절차는 다음과 같다.

- i) 출하하는 모든 제품의 대용특성 X 를 측정한다.
- ii) 대용특성 X 의 측정 값 $x \geq \omega$ 이면 제품을 합격, 그렇지 않은 제품에 대해서는 주 품질특성 T 를 추가로 측정한다.
- iii) 주 품질특성 T 의 측정 결과 양품이면 합격, 그렇지 않으면 불합격 처리한다.

위의 검사절차는 공정이 안정 상태일 경우 대용특성을 측정하여 검사비용을 줄이며, 공정에 이상요인이 있다는 판단이 서면 주 품질특성을 측정하여 불량품의 출하를 방지하고 공정의 이상요인을 빠르게 탐지할 수 있다는 장점을 갖는다. Figure 1은 이 검사 절차를 나타낸 것으로, 이는 Dodge와 Romig에 의해 제안된 선별형 샘플링 검사의 개념을 대용특성을 활용한 스크리닝 절차에 도입한 것이다.

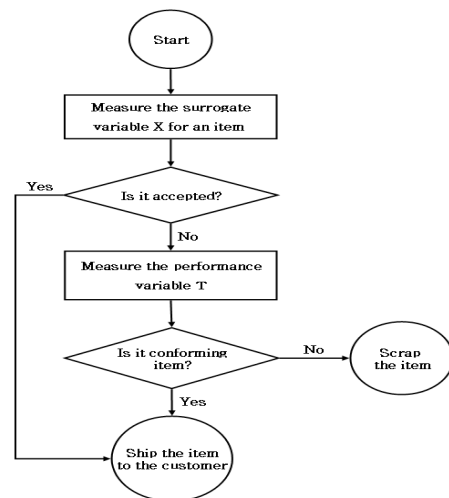


Figure 1. The operating procedure of a proposed screening inspection

선별형 샘플링 검사에서는 불합격된 로트에 대해 모든 제품을 전수 선별하는 데 반해, 이 논문에서 제안한 검사에서는 불합격 제품에 대해서는 주 품질특성을 측정해 양품/불량품으로 전수 선별한다는 차이점을 갖는다. 물론 선별형 샘플링 검사에서의 결정 변수는 샘플의 크기 n 과 합격판정개수 c , 두 가지이지만, 선별형 스크리닝 절차에서는 대응특성의 기각치 ω 가 결정변수이다.

이 논문에서는 대응특성의 기각치 ω 를 결정하기 위한 기준으로 통계적 관점과 경제적 관점을 고려할 것이며, 이들은 각각 3장과 4장에서 설명할 것이다.

3. 통계적 관점의 설계 : 선별 후 양품의 비율 보증

선별형 스크리닝 절차를 적용할 때, 전체 제품 중 검사에 합격되어 출하되는 제품의 비율은

$$P(X \geq \omega) + P(X < \omega, T=0), \quad (1)$$

이 된다. 선별 전 불량품의 비율 $p = P(T=1)$ 라 정의하면, 식 (1)에서 $P(X \geq \omega)$ 는

$$\begin{aligned} P(X \geq \omega) &= P(X \geq \omega, T=0) + P(X \geq \omega, T=1) \\ &= P(X \geq \omega \mid T=0)P(T=0) \\ &\quad + P(X \geq \omega \mid T=1)P(T=1) \\ &= (1-p)(1-\gamma_0) + p(1-\gamma_1), \end{aligned} \quad (2)$$

이 된다. 단 식 (2)에서 $\gamma_i = \Phi\left(\frac{\omega - \mu_i}{\sigma_i}\right)$, $i=0,1$, 그리고 $\Phi(\cdot)$ 는 표준정규분포의 누적분포함수이다. 동일한 방법으로 $P(X < \omega, T=0)$ 는

$$\begin{aligned} P(X < \omega, T=0) &= P(X < \omega \mid T=0)P(T=0) \\ &= (1-p)\gamma_0, \end{aligned} \quad (3)$$

이 된다. 반면 전체 제품 중 검사에 합격되어 출하되는 불량품의 비율은

$$\begin{aligned} P(X \geq \omega, T=1) &= P(X \geq \omega \mid T=1)P(T=1) \\ &= p(1-\gamma_1), \end{aligned} \quad (4)$$

이다. 이로부터 선별 후 불량품의 비율 p_a 는

$$\begin{aligned} p_a &= \frac{P(X \geq \omega, T=1)}{P(X \geq \omega) + P(X < \omega, T=0)} \\ &= \frac{p(1-\gamma_1)}{(1-p)(1-\gamma_0) + p(1-\gamma_1) + (1-p)\gamma_0} \\ &= \frac{p(1-\gamma_1)}{1-p\gamma_1}, \end{aligned} \quad (5)$$

이 된다. 식 (4)로부터 선별 전 불량품의 비율 p 를 선별 후 $p_a (< p)$ 수준으로 낮추기 위한 최적 기각치 ω^* 는 다음과 같다.

$$\omega^* = \sigma_1 \Phi^{-1}\left(\frac{p-p_a}{p-p \cdot p_a}\right) + \mu_1, \quad (6)$$

단, 식 (6)에서 $\Phi^{-1}(\cdot)$ 는 누적표준정규분포의 역함수이다. Table 1은 선별 전후의 불량률 p 및 p_a 값에 따른 $\Phi^{-1}\left(\frac{p-p_a}{p-p \cdot p_a}\right)$ 값을 구한 것이다. 이 표를 활용한다면, 별도의 복잡한 계산 과정 없이 최적 기각치 ω^* 를 쉽게 구할 수 있다. Table 1에서 보는 바와 같이 선별 후 불량품의 비율을 낮추기 위해서는 $\Phi^{-1}\left(\frac{p-p_a}{p-p \cdot p_a}\right)$ 값이 커야 한다는 것을 알 수 있다.

선별형 스크리닝 절차에서의 평균 검사량은 다음과 같다. 먼저, 모든 제품에 대해 대응특성을 우선적으로 검사하기 때문에 최적 기각치 ω^* 의 선택에 따른 대응특성의 검사량에는 차이가 없다. 차이는 주 품질특성의 측정 비율에 있게 되는데, 주 품질특성의 측정 비율은 대응특성의 기각치 ω 의 함수로 나타난다. 그 비율은

$$\begin{aligned} P(X < \omega) &= P(X < \omega \mid T=0)P(T=0) \\ &\quad + P(X < \omega \mid T=1)P(T=1) \\ &= (1-p)\Phi\left(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}\right) + p\Phi\left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}\right), \end{aligned} \quad (7)$$

이 된다.

예제 1) 자동차의 연료주입장치에 쓰이는 부품인 노즐의 주 품질특성 중 하나는 노즐이 연료를 올바르게 분사시켜주는가 여부이다. 이 기능의 검사를 위해서는 노즐을 통해 실험용 기름을 분사한 후, 분사되는 연료의 형태를 관찰함에 의해 노즐의 작동 상태를 알 수 있다. 그러나 이 검사는 상당한 시간과 비용을 필요로 한다. 따라서 연료주입장치 작동시 노즐의 바늘 부분이 몸체 부분 위로 나오는 순간, 새어나오는 공기의 유동량을 대응특성으로 활용하여 노즐의 품질을 검사할 수 있다. 과거의 검사 기록들을 토대로 분석한 결과 노즐이 정상적으로 작동할 때 공기의 유동량은 분당 평균 15.0 리터이고, 표준편차는 3.0리터인 정규분포를 따르는 것으로 알려져 있다. 또한 노즐이 불량일 때의 유동량은 평균 10.0리터, 표준편차 3.0리터인 정규분포를 따른다. 특히 최근 한 달 동안의 품질검사 결과를 보면 프로세스는 안정 상태를 유지하고 있으며, 공정불량률은 1.2%인 것으로 파악하고 있다. 품질관리 부서에서는 선별 후 불량제품의 비율을 0.5% 이내로 유지하기 위한 선별형 스크리닝 절차를 적용하고자 한다. 이를 위해 Table 1로부터

$p=1.2\%$ 와 $p_a=0.5\%$ 에 해당하는 $\Phi^{-1}\left(\frac{p-p_a}{p-p \cdot p_a}\right)$ 를 구하면 0.218이 되고, 이로부터 대응특성의 최적 기각치 $\omega^*=3.0 \cdot 0.218+10.0=10.654$ 를 얻을 수 있다. 이러한 선별형 스크리닝 절차를 적용할 경우, 전체 제품 중 주품질특성을 측정하는 제품의 비율은 7.99%가 된다. Figure 2는 선별 전 불량품의 비율에 따른 최적기각치 ω^* 와 주품질특성의 측정 비율을 나타낸 것으로, 선별 전 불량품의 비율이 높아질수록 최적기각치 및 주품질특성의 측정 비율 모두 증가함을 알 수 있다.

Table 1. The value of $\Phi^{-1}\left(\frac{p-p_a}{p-p \cdot p_a}\right)$ for different combinations of (p, p_a)

		p_a (%)														
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
p (%)	0.2	0.001	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0.3	0.433	-0.429	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0.4	0.677	0.003	-0.672	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0.5	0.844	0.256	-0.250	-0.839	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0.6	0.971	0.434	0.004	-0.427	-0.964	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0.7	1.071	0.570	0.184	-0.176	-0.562	-1.064	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0.8	1.155	0.679	0.324	0.005	-0.314	-0.670	-1.146	-	-	-	-	-	-	-	-
	0.9	1.255	0.770	0.436	0.145	-0.134	-0.425	-0.759	-1.216	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	1.287	0.847	0.530	0.260	0.006	-0.247	-0.518	-0.836	-1.276	-	-	-	-	-	-
	1.1	1.341	0.915	0.611	0.356	0.121	-0.107	-0.342	-0.598	-0.902	-1.330	-	-	-	-	-
	1.2	1.389	0.974	0.682	1.438	0.218	0.008	-0.203	-0.423	-0.667	-0.961	-1.377	-	-	-	-
	1.3	1.433	1.027	0.744	0.510	0.301	0.105	-0.088	-0.285	-0.494	-0.729	-1.013	-1.420	-	-	-
	1.4	1.472	1.075	0.800	0.574	0.375	0.189	0.009	-0.171	-0.357	-0.557	-0.783	-0.160	-0.458	-	-
	1.5	1.508	1.119	0.850	0.632	0.440	0.263	0.093	-0.074	-0.244	-0.421	-0.614	-0.833	-1.103	-1.494	-
	1.6	1.542	1.159	0.896	0.684	1.499	0.329	0.167	0.010	-0.147	-0.309	-0.479	-0.665	-0.878	-1.142	-1.526
	1.7	1.573	1.196	0.939	0.732	0.552	0.388	0.234	0.085	-0.063	-0.212	-0.367	-0.531	-0.711	-0.919	-1.178
	1.8	1.602	1.230	0.978	0.755	0.600	0.442	0.293	0.151	0.011	-0.128	-0.271	-0.420	-0.579	-0.754	-0.957
	1.9	1.629	1.262	1.014	0.816	0.645	0.491	0.348	0.211	0.078	-0.054	-0.187	-0.324	-0.468	-0.622	-0.794
	2.0	1.654	1.292	1.047	0.853	0.686	0.537	0.398	0.266	0.138	0.013	-0.113	-0.241	-0.373	-0.512	-0.663
	2.1	1.678	1.320	1.079	0.888	0.725	0.579	0.444	0.316	0.193	0.073	-0.046	-0.167	-0.290	-0.418	-0.553
2.2	1.701	1.346	1.109	0.921	0.761	0.618	0.486	0.362	0.244	0.128	0.014	-0.100	-0.216	-0.335	-0.459	
2.3	1.722	1.371	1.137	0.952	0.794	0.654	0.526	0.405	0.290	0.179	0.069	-0.040	-0.150	-0.261	-0.377	
2.4	1.743	1.395	1.163	0.981	0.826	0.689	0.563	0.446	0.334	0.226	0.120	0.015	-0.089	-0.195	-0.304	
2.5	1.762	1.418	1.188	1.008	0.856	0.721	0.598	0.483	0.374	0.274	0.167	0.066	-0.034	-0.135	-0.238	
2.6	1.780	1.439	1.212	1.035	0.884	0.752	0.631	0.518	0.412	0.310	0.210	0.113	0.017	-0.080	-0.178	
2.7	1.798	1.459	1.235	1.059	0.911	0.781	0.662	0.552	0.447	0.348	0.251	0.157	0.064	-0.029	-0.123	
2.8	1.815	1.479	1.257	1.083	0.937	0.808	0.691	0.583	0.481	0.384	0.289	0.198	0.107	0.018	-0.072	
2.9	1.831	1.498	1.277	1.106	0.961	0.834	0.719	0.613	0.513	0.417	0.325	0.236	0.148	0.062	-0.025	
3.0	1.847	1.516	1.297	1.127	0.984	0.859	0.746	0.641	0.543	0.449	0.359	0.272	0.187	0.103	0.019	

		p_a (%)														
		1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	
p (%)	1.7	-1.577	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	1.8	-1.211	-1.585	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	1.9	-0.993	-1.242	-1.611	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	2.0	-0.830	-1.025	-1.271	-1.636	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	2.1	-0.700	-0.864	-1.056	-1.298	-1.659	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	2.2	-0.591	-0.735	-0.896	-1.085	-1.324	-1.681	-	-	-	-	-	-	-	-	
	2.3	-0.498	-0.627	-0.768	-0.926	-1.112	-1.348	-1.701	-	-	-	-	-	-	-	
	2.4	-0.416	-0.534	-0.660	-0.798	-0.954	-1.137	-1.371	-1.721	-	-	-	-	-	-	
	2.5	-0.343	-0.452	-0.568	-0.691	-0.827	-0.980	-1.162	-1.393	-1.739	-	-	-	-	-	
	2.6	-0.277	-0.380	-0.486	-0.599	-0.721	-0.854	-1.006	-1.185	-1.413	-1.757	-	-	-	-	
	2.7	-0.217	-0.314	-0.414	-0.519	-0.629	-0.749	-0.880	-1.029	-1.206	-1.433	-1.774	-	-	-	
	2.8	-1.162	-0.254	-0.349	-0.446	-0.549	-0.658	-0.775	-0.905	-1.052	-1.227	-1.451	-1.790	-	-	
	2.9	-0.112	-0.199	-0.289	-0.381	-0.477	-0.578	-0.685	-0.800	-0.928	-1.074	-1.247	-1.469	-1.806	-	
3.0	-0.065	-0.149	-0.234	-0.322	-0.412	-0.506	-0.605	-0.710	-0.824	-0.950	-1.094	-1.266	-1.486	-1.821		

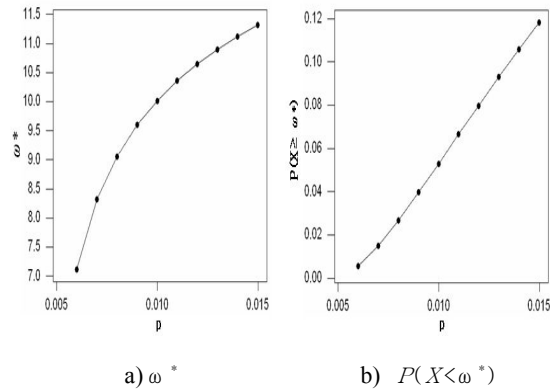


Figure 1. The values of ω^* and $P(X < \omega^*)$ as a function of p

4. 경제적 관점의 설계 : 기대비용 최소화

주 품질특성을 활용한 검사에서는 불량제품이 합격될 수 없으나, 대용특성을 활용한 검사에서는 합격된 제품 속에 불량품이 포함될 수 있다. 물론 불량제품이 고객에게 판매되면 불량제품의 회수 및 교체비용 뿐 아니라 그 기업에 대한 신뢰도가 떨어지는 등 커다란 손실비용이 발생하게 된다. 또한 불합격된 제품도 그로 인해 비용이 발생하게 되는데, 품질검사에서 고려할 수 있는 비용항목은 다음과 같다.

- 가) 주 품질특성 및 대용특성의 검사비용
- 나) 양품이 검사에서 불합격됨으로 인한 손실비용 (제 1종 오류 손실비용)
- 다) 합격된 제품 속에 포함된 불량품으로 인한 손실비용 (제 2종 오류 손실비용)

스크리닝 절차의 경제적 설계와 관련된 기존의 연구들은 대체로 위의 세 가지 비용 항목들을 고려해 모형을 구성하고 있다. 하지만 이 논문에서 제안한 선별형 스크리닝 절차에서는 불합격된 제품들은 주 품질특성으로 전수 선별하기 때문에 제 1종 오류로 인한 손실비용은 발생하지 않게 된다. 따라서 이 모형에서는 두 번째 비용항목은 고려할 필요가 없다. 모형 구성을 위해 먼저 불량품의 합격으로 인한 손실비용을 a 라 정의하자. 그러면 단위 제품 당 기대손실비용은

$$a \cdot P(X \geq \omega, T=1) = a \cdot P(X \geq \omega | T=1) \cdot P(T=1) = ap \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}\right) \right\}, \quad (8)$$

이 된다. 한편, 주 품질특성 및 대용특성의 검사 비용을 각각 c_p , c_s 라 정의하면 단위 제품 당 기대 검사비용은

$$c_s + c_p \cdot P(X < \omega) = c_s + c_p(1-p)\Phi\left(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}\right) + c_p p \Phi\left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}\right), \quad (9)$$

이다. 이로부터 단위 제품 당 총 기대비용함수 ETC 는

$$ETC = ap + c_s + c_p(1-p)\Phi\left(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}\right) - p(a - c_p)\Phi\left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}\right), \quad (10)$$

이 된다.

식 (10)을 최소화하는 ω^* 값을 구하기 위해 ETC 를 ω 에 대해 1차 편미분하면 다음 식을 얻을 수 있다; 식의 유도는 부록 1 참조.

$$\frac{\partial ETC}{\partial \omega} = \frac{c_p(1-p)}{\sigma_0} \cdot \phi\left(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}\right) * \left[1 - \exp\left\{ \frac{1}{2\sigma_0^2\sigma_1^2} (A\omega^2 + 2B\omega + C) \right\} \right], \quad (11)$$

단, 식 (11)에서 $A = \sigma_1^2 - \sigma_0^2$, $B = \sigma_0^2\mu_1 - \sigma_1^2\mu_0$, 그리고 $C = \sigma_1^2\mu_0^2 - \sigma_0^2\mu_1^2 + 2\sigma_0^2\sigma_1^2 \ln\left\{ \frac{p(a - c_p)}{c_p(1-p)} \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \right\}$ 이다. 만일 $\sigma_0^2 = \sigma_1^2 = \sigma^2$ 이라면 기대이익함수 ETC 는 단봉함수이며, $\frac{\partial ETC}{\partial \omega} = 0$ 를 만족하는 ω^* 는

$$\omega^* = \frac{\mu_0 + \mu_1}{2} + \sigma^2 \ln\left\{ \frac{p(a - c_p)}{c_p(1-p)} \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \right\} / (\mu_0 - \mu_1), \quad (12)$$

임을 쉽게 보일 수 있다. 만일 $\sigma_0^2 \neq \sigma_1^2$ 이라면 식 (12)로부터 $\frac{\partial ETC}{\partial \omega} = 0$ 를 만족하는 ω 는 $A\omega^2 + 2B\omega + C = 0$ 의 관계식을 만족해야 한다는 것을 알 수 있다. 따라서 판별식 $B^2 - AC > 0$ 의 조건을 만족한다면, 식 $\frac{\partial ETC}{\partial \omega} = 0$ 는 서로 다른 두 개의 해 $\omega = (-B \pm \sqrt{B^2 - AC})/A$ 를 갖게 되며, $\omega = (-B - \sqrt{B^2 - AC})/A$ 일 때, $\frac{\partial^2 ETC}{\partial \omega^2} > 0$, 그리고 $\omega = (-B + \sqrt{B^2 - AC})/A$ 일 때, $\frac{\partial^2 ETC}{\partial \omega^2} < 0$ 이 된다; 증명은 부록 2 참조.

따라서 기대이익함수를 최소화하는 $\omega^* = (-B - \sqrt{B^2 - AC})/A$ 이 됨을 알 수 있다.

한편 판별식 $B^2 - AC \leq 0$ 인 경우, 만일 $\sigma_0^2 < \sigma_1^2$ 이면 $\frac{\partial ETC}{\partial \omega} \leq 0$, 만일 $\sigma_0^2 > \sigma_1^2$ 이면 $\frac{\partial ETC}{\partial \omega} \geq 0$ 이다. 이 경우 최적 기각치 ω^* 는 각각 ∞ 와 $-\infty$ 의 값을 갖게 되는데, 이는 대용특성을 검사할 필요 없이 모든 제품을 불량품 또는 모든 제품 합격의 판정을 내리는 것이다. 이 때의 기대비용은 각각 c_p 와 ap 가 된다. 이상의 결과를 요약하면 최적 해는 다음과 같이 된다.

$$\omega^* = \begin{cases} \frac{\mu_0 + \mu_1}{2} + \sigma^2 \ln \left\{ \frac{p(a - c_p)}{c_p(1-p)} \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \right\} / (\mu_0 - \mu_1) & \sigma_0^2 = \sigma_1^2 \text{ 일 때,} \\ \frac{-B - \sqrt{B^2 - AC}}{A} & \sigma_0^2 \neq \sigma_1^2 \text{ 이고 } B^2 - AC > 0 \text{ 일 때,} \\ \infty & \sigma_0^2 < \sigma_1^2 \text{ 이고 } B^2 - AC < 0 \text{ 일 때,} \\ -\infty & \sigma_0^2 > \sigma_1^2 \text{ 이고 } B^2 - AC < 0 \text{ 일 때,} \end{cases} \quad (13)$$

예제 2) 경제적 관점의 스크리닝 절차를 설명하기 위해 예제 1에서 사용한 자동차 연료주입장치의 노즐 문제를 여기서도 활용한다. 즉, $\mu_0=15.0$, $\mu_1=10.0$, $\sigma_0=\sigma_1=3.0$, 그리고 선별 전 불량품의 비율은 $p=0.012$ 이다. 또한 대응특성의 품질검사비용 $c_s=7$ (단위: 백원), 주 품질특성의 검사비용 $c_p=25$, 그리고 품질손실비용 $a=1200$ 으로 알려져 있다. 이러한 수치를 활용해 최적 기각치를 구한 결과 $\omega^*=11.491$, 그리고 이 때의 기대비용은 14.656을 얻을 수 있었다.

대응특성 및 주 품질특성의 검사비용은 정확히 추정할 수 있으나, 불량제품의 판매로 인한 손실비용은 오류의 가능성을 항상 갖고 있다. 따라서 이 모형이 이러한 비용항목의 추정 값에 어느 정도 민감하게 반응하는지를 알기 위하여, Table 2에 비용항목의 잘못된 추정에 따른 기대비용의 증가율을 정리하였다. Table 2에서 기대비용증가율(PL: percentage loss)은 다음 식으로 계산한 것이다.

$$PL = \frac{ETC' - ETC^*}{ETC^*} \times 100(\%) \quad (14)$$

단, 식 (14)에서 ETC^* 는 올바른 비용 항목 추정 값을 사용했을 때의 기대비용이고, ETC' 는 잘못된 비용항목 추정 값을 사용하였을 때의 기대비용이다. Table 2에서 보는 바와 같이 비용항목에 $\pm 10\%$ 또는 $\pm 20\%$ 잘못 추정하더라도, 기대비용 증가율은 1%를 초과하지 않음을 알 수 있었으며, 따라서 본 모형이 비용항목에 대해 민감하지 않음을 알 수 있었다.

Table 2. Optimum Screening Limit and Percentage Losses obtained by Using Improper Cost Parameters p

a	w^*	PL (%)
960	11.080	0.51
1080	11.297	0.12
1320	11.666	0.10
1440	11.825	0.35

Figure 3은 선별 전 불량품의 비율 p 의 변화에 따른 최적 기각치 ω^* 의 변화를 나타낸 것으로 p 값이 증가함에 따라 ω^* 도 완만히 증가함을 알 수 있다.

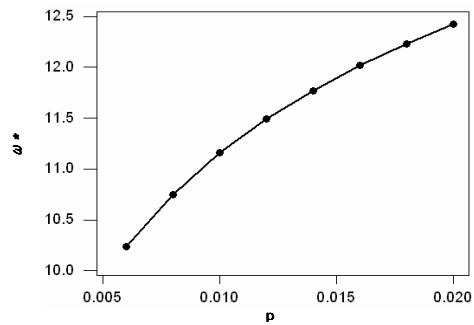


Figure 3. Optimum Screening Limits as a Function of p

이 논문에서 제안한 선별형 스크리닝 절차는 선별형 샘플링 검사와 같은 개념으로 만족스럽지 못한 품질의 제품을 제공하는 공급자에게 품질 검사를 철저하게 하기 위해 활용 가능한 품질검사 방식이다. 따라서 비용적인 측면만이 품질 검사 방식 선택의 고려 대상은 아니지만, 분석을 위해 주 품질특성의 활용 없이 대응특성만을 활용하는 고전적인 스크리닝 절차와 비용 비교를 해 보았다. 이를 위해 대응특성만을 활용할 경우의 기대이익함수를 구하면,

$$ETC = c_s + aP(X \geq \omega, T=1) + rP(X < \omega, T=0) \quad (15)$$

가 된다. 식 (15)에서 r 은 양품을 불합격시킴으로 인해 발생하는 손실비용이다. 비용의 비교를 위해 선별형 스크리닝 절차의 기대비용을 ETP_1 대응특성만을 활용한 스크리닝 절차의 기대비용을 ETP_2 라 정의하면,

$$ETP_1 - ETP_2 = c_p P(X < \omega) - rP(X < \omega, T=0) \quad (16)$$

이 된다. 수식에서도 알 수 있는 바와 같이, 양품의 불합격시킴에 의한 손실비용이 커질수록 본 모형의 기대비용이 상대적으로 작아짐을 알 수 있다. Figure 4는 본 논문의 예제와 동일한 수치를 사용한 후, r 값만 변화시킴에 따른 두 비용의 차이를 그림으로 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 이 예제의 경우 $r > 5$ 이라면, 이 논문에서 제안한 선별형 스크리닝 절차가 비용 면에서도 유리하다는 것을 알 수 있다.

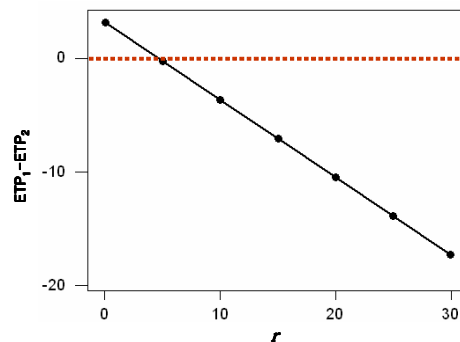


Figure 4. Cost Differences as a Function of r

5. 결론

이 논문에서는 주 품질특성 및 대응특성을 선택적으로 활용하는 선별형 스크리닝 절차를 제안하였다. 이는 선별형 샘플링 검사의 기본 개념을 스크리닝 절차에 도입한 것으로, 검사에서 불합격한 제품에 대해서는 주 품질특성을 추가로 검사하는 것이다. 즉, 나쁜 품질의 제품을 제공하는 공급자에게는 품질검사를 까다롭게 하여, 공급자로 하여금 스스로 품질 개선에 대한 필요성을 갖도록 유도하는 방식이라 할 수 있다. 대응특성의 측정 결과를 활용한 연구가 최근 들어 품질모니터링 절차, 관리도, 연속생산형 스크리닝 절차 등으로 확대되고 있고, 또한 기업 현장에서 스크리닝 절차를 널리 활용하고 있다는 점을 감안하면, 이 논문에서 제안한 선별형 스크리닝 절차 역시 현장 활용 가능성은 충분히 높다고 할 수 있을 것이다.

이 논문에서는 주 품질특성은 양품/불량품으로 구분 가능한 이치형 변수, 대응특성은 연속형 변수인 경우를 고려하였다. 특히 주 품질특성 값이 주어진 경우 대응특성의 조건부 확률분포가 정규분포를 따른다는 가정을 하였다. 선별 후 양품의 비율을 일정 수준 이상으로 유지하기 위한 통계적 관점의 스크리닝 절차와, 검사에 수반된 제반 비용 요소를 고려한 경제적 관점의 스크리닝 절차를 구하였다. 통계적 관점의 설계에서는 선별 전 불량률과 선별 후 불량률 값에 따라 최적 검사를 찾을 수 있도록 표를 작성하였으며, 이의 활용을 통해 기업 현장에서 쉽게 활용할 수 있도록 하였다. 경제적 관점의 설계에서는 비용 항목의 잘못된 추정에 따른 모형의 민감도 분석을 하였다. 분석 결과 비용 항목을 $\pm 15\%$ 정도 잘 못 추정하더라도 모형은 크게 민감하지 않다는 결론을 얻을 수 있었다. 최적 기각치를 구하는 과정에서는 MATLAB을 활용하였으며, 펜티엄 PC에서 최적 해를 구하는데, 모든 경우 수 초 이내의 짧은 시간이 소요되었다.

이 논문에서는 분포와 관련된 모수들인 (μ, σ, ρ) , $i=0,1$ 을 모두 알고 있다는 가정 하에 모형을 구성하였다. 추후 연구과제로는 위의 모수들을 모르는 상황에서 모형을 구성할 수 있을 것이다. 또한 주 품질특성과 대응특성이 모두 연속형 변수인 문제로 모형을 확장 가능하다고 생각되며, 이 경우 기존 연구자들이 일반적으로 가정한 이변량 정규모형을 활용할 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

Bai, D.S., Kwon, H.M., and Lee, M.K. (1995), An Economic Two-Stage Screening Procedure with a Prescribed Outgoing Quality in Logistic and Normal Models, *Naval Research Logistics* 42, 1081-1097.

Boys, R.J. and Dunsmore, I.R. (1987), Diagnostic and Sampling Models in Screening, *Biometrika* 74, 356-374.

Cho, B. and Govindaluri, M.S. (2002), Optimal Screening Limits in Multi-Stage Assemblies, *International Journal of Production Research* 40, 1993-2009.

Drezner, Z. and Wesolowsky, G.O. (1995),

Multivariate Screening Procedures for Quality Cost Minimization, *IIE Transactions* 27, 300-304.

Duffuaa, S.O. and Al-Najjar, H.J. (1995), An Optimal Complete Inspection Plan for Critical Multicharacteristic Components, *Journal of Operational Research Society* 46, 930-942.

Govindaluri, M.S., Shin, S., and Cho, B.R. (2004), Tolerance optimization Using the Lambert W Function: An Empirical Approach, *International Journal of Production Research* 42, 3235-3251.

Hong, S.H. (2005), Design of a Continuous Screening Procedure in the Bivariate Normal Model, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers* 31, 99-105.

Hong, S.H. and Elsayed, E.A. (1998), Economic Complete Inspections with Multi-Decision Alternatives, *International Journal of Production Research* 36, 3367-3378.

Hong, S.H., Kim, S.B., Kwon, H.M., and Lee, M.K. (1998), Economic Design of Screening Procedures When the Rejected Items Are Reprocessed, *European Journal of Operational Research* 108, 65-73.

Hong, S.H., Lee, M.K., Kwon, H.M., and Kim, S.B. (2001), A Continuous Screening Procedure Using the Performance and Surrogate Variables, *International Journal of Production Research* 39, 2333-2340.

Hui, Y.V. (1990), Economic Design of a Complete Inspection Plan for Bivariate Products, *International Journal of Production Research* 28, 259-265.

Hui, Y.V. (1991), Economic Design of a Complete Inspection Plan with Feedback Control, *International Journal of Production Research* 29, 2151-2158.

Kim, Y.J. and Cho, B.R. (2003), Determining the Optimum Process Mean for a Skewed Process, *International Journal of Industrial Engineering* 10, 555-561.

Kwon, H.M., Hong, S.H., Lee, M.K., and Kim, S.B. (2001), A Process Monitoring Procedure Based on a Surrogate Variable for Dichotomous Performance Variable, *IIE Transactions* 33, 1129-1133.

Lee, J.H. and Kwon, W.J. (1999), Economic Design of a Two-Stage Control Chart based on Both Performance and Surrogate Variables, *Naval Research Logistics* 46, 958-977.

Lee, M.K., Hong, S.H., and Elsayed, E.A. (2001), The Optimum Target Value under Single and Two-Stage Screenings, *Journal of Quality Technology* 33, 506-514.

Lee, M.K. and Elsayed, E.A. (2002), Process Mean and Screening Limits for Filling Processes under Two-Stage Screening

Procedure, *European Journal Of Operational Research* 138, 118-126.

Li, L. and Owen, D.B. (1979), Two-Sided Screening Procedures in the Bivariate Case, *Technometrics* 21, 79-85.

Owen, D.B., McIntire, D., and Seymour, E. (1975), Tables Using One or Two Screening Variables to Increase Acceptable Product Under One-Sided Specifications, *Journal of Quality Technology* 7, 127-138.

Plante, R. (2002), Multivariate Tolerance Design for a Quadratic Design Parameter Model," *IIE Transactions* 34, 565-571.

Tang, K. (1987), Economic Design of a One-Sided Screening Procedure Using a Correlated Variable, *Technometrics* 29, 477-485.

Tang, K. (1988a), Economic Design of Product Specifications for a Complete Inspection Plan, *International Journal of Production Research* 26, 203-217.

Tang, K. (1988b), Design of a Two-Stage Screening Procedure Using Correlated Variables: A Loss Function Approach, *Naval Research Logistics* 35, 513-533.

Turkman, K.F. and Turkman, M.A.A. (1989), Optimal Screening Methods, *Journal of the Royal Statistical Society Series B* 51, 287-295.

Wong, A., Meeker, J.B., and Selwyn, M.R. (1985), Screening on Correlated Variables: A Bayesian Approach, *Technometrics* 27, 423-431.

2: $\omega = (-B \pm \sqrt{B^2 - AC})/A$ 값에서 $\frac{\partial^2 ETC}{\partial \omega^2}$ 값 계산.

$\frac{\partial ETC}{\partial \omega} = 0$ 를 만족하는 ω 값에서 $\frac{\partial^2 ETC}{\partial \omega^2}$ 식을 유도하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 ETC}{\partial \omega^2} &= \frac{c_p(1-p)}{\sigma_0} \cdot \phi\left(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}\right) \left(-\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0^2}\right) \\ &\quad - \frac{p(a - c_p)}{\sigma_1} \cdot \phi\left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}\right) \left(-\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1^2}\right) \\ &= \frac{p(a - c_p)}{\sigma_1} \phi\left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}\right) \left(-\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0^2}\right) \\ &\quad + \frac{p(a - c_p)}{\sigma_1} \phi\left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}\right) \left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1^2}\right) \\ &= \frac{1}{\sigma_0^2 \sigma_1^3} p(a - c_p) \phi\left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}\right) (-A\omega - B), \end{aligned} \tag{A2}$$

일반적으로 $a > c_p$ 이므로, 식 (A2)의 부호는 마지막 항인 $-A\omega - B$ 에 의해 결정된다. $\omega = (-B - \sqrt{B^2 - AC})/A$ 이라면, 이 값은 $\sqrt{B^2 - AC}$ 가 되며, 반대로 $\omega = (-B + \sqrt{B^2 - AC})/A$ 이면 $-\sqrt{B^2 - AC}$ 가 된다.

부록

1. $\frac{\partial ETC}{\partial \omega}$ 식의 유도

$$\begin{aligned} \frac{\partial ETC}{\partial \omega} &= \frac{c_p(1-p)}{\sigma_0} \cdot \phi\left(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}\right) \\ &\quad - \frac{p(a - c_p)}{\sigma_1} \cdot \phi\left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}\right) \\ &= \frac{c_p(1-p)}{\sigma_0} \cdot \phi\left(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}\right) \\ &\quad \left[1 - \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \cdot \frac{p(a - c_p)}{c_p(1-p)} \cdot \phi\left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}\right) / \phi\left(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}\right) \right] \\ &= \frac{c_p(1-p)}{\sigma_0} \phi\left(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}\right) \left[1 - \exp\left\{ -\frac{(\omega - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2} + \frac{(\omega - \mu_0)^2}{2\sigma_0^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \ln\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1} \cdot \frac{p(a - c_p)}{c_p(1-p)} \right) \right] \\ &= \frac{c_p(1-p)}{\sigma_0} \cdot \phi\left(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}\right) \left[-\exp\left\{ \frac{1}{2\sigma_0^2 \sigma_1^2} (A\omega^2 + 2B\omega + C) \right\} \right], \end{aligned} \tag{A1}$$