사전에러를 이용한 적응형 스텝 사이즈 LMS와 사후에러를 이용한 적응형 스텝 사이즈 LMS를 이용한 혼합형 알고리즘

홍성범, 백종섭, 서종수
연세대학교 전기전자공학과
E-mail : hong3g@yonsei.ac.kr

Hybrid Adaptive Algorithm of a Priori Error-based Gradient Adaptive Step-size (GAS) and a Posteriori Error-based GAS LMS

Seong-Beom Hong, Jong-Seob Baek, and Jong-Soo Seo
Dept. of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University

요 약

본 논문에서는 사전에러(priori error)를 이용한 gradient adaptive step-size (GAS) least mean square (LMS) 와 사후에러(posteriori error)를 이용한 gradient adaptive step-size (GAS) least mean square (LMS)를 결합한 혼합(hybrid) 구조의 적응형 알고리즘을 제안한다. 수렴상수(step-size)의 변화에 따른 정상상태의 평균자승오차(Steady-State Mean Square Error: SSMSE)와 추적 능력의 트레이드오프(*tradeoff*)에 의하면, 사전에러(*priori error*)를 이용한 GAS-LMS는 초기 신호 구간에서 빠른 수렴성능을 제공하는데 적합하며, 사후에러(posteriori error)를 이용한 GAS-LMS 는 평균자승오차(MSE)가 일정한 수준으로 수렴한 이후의 나머지 신호 구간에서 정상상태의 평균자승오차(SSMSE)의 변화량이 최소가 되도록 유지하는데 적합함을 알 수 있다. 전산 모의 실험을 통해, 제안하는 혼합 구조의 GAS-LMS 알고리즘은 기존의 단일 구조의 적응형 LMS 알고리즘보다 더 빠른 수렴성능을 보이며 수렴상수의 변화에 의해 정상상태의 평균자승오차가 영향을 적게 받기 때문에 정체(Stationary) 환경과 비정체(Non-stationary) 환경에서 성능이 더 우수함을 확인하였다.

I. 서론

적응형 유한 임펄스 응답 필터에서, 확률 기울기 (stochastic gradient)에 기반을 둔 알고리즘들은 계산이 간단하여 구현이 용이하기 때문에 가장 널리 사용되고 있다. 그림 1 은 적응형 필터를 사용하는 시스템의 구성도를 나타낸다. 일반적으로 적응형 확률 기울기 알고리즘은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\omega(n+1) = \omega(n) + \mu f_e(n)x(n) \tag{1}$$

여기서, $\omega(n)$과 $x(n)$은 각각 적응 필터의 계수 벡터와 입력 벡터를 나타내며, $f_e(n)$은 일반적인 추정된 스칼라(scalar) 오차 함수이고, μ는 수렴상수(step-size), 즉, 스텝사이즈를 나타낸다. 그림 1 에서, $d(n)$은 원하는 신호이고, $v(n)$은 독립적으로 균일하게 분포하는 (independent and identically distributed) 잡음 신호를 나타낸다. 일반적으로 기존의 Least-Mean-Square (LMS) 알고리즘은 식(1)에서의 $f_e(n)$ 대신에 식(2)에서 정의하는 사전에러(priori error)를 이용하여 적응 필터의 계수를 갱신하게 된다.

$$e_a(n) = d(n) - w^T(n)x(n) \tag{2}$$

여기서, $(\cdot)^T$ 는 트랜스포즈(Transpose) 부호를 나타낸다. 수렴상수는 수렴특성, 안정도, 그리고 정상상태의 오차(Steady-State Mean Square Error : SSMSE)를 결정하는 요소로서, 이를 크게 하면 빠른 추적 능력을 갖게 되며, 작게 하면 정상상태의 오차를 작게 할 수 있고 잡음의 영향에 덜 민감하게 된다[2].

따라서, LMS 알고리즘의 수렴 성능을 향상시키기 위해서 기존의 알고리즘들은 사전에러 (priori error)의 자승인 $e_a^2(n)$이 최소가 되도록 수렴상수를 조정하는 방식들이 제안되었다[3]-[4]. 그러나 이러한 방식들은 사전에러 $e_a(n)$을 구하기 위해서 반복적으로 적응 필터의 계수 $\omega(n)$을 갱신해야 하므로, 정상상태의 평균자승오차를 작게 하고 알고리즘의 강인함(Robustness)을 유지하는 것이 어렵다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 사후에러(posteriori error)를 이용한 LMS 알고리즘들이 제안되었다[5]-[6]. 다음 식(3)은 사후에러를 나타낸다.

$$e_p(n) = d(n) - w^T(n+1)x(n) \tag{3}$$

식(1)에서 $f_e(n)$을 사전에러 $e_a(n)$라고 하고 식(1)의 양변을 $x^T(n)$으로 곱하고, $d(n)$을 뺀 후에 식(3)에 적용하면 식(4)와 같은 사전에러와 사후에러와의 관계식을 얻을 수 있다.

$$e_p(n) = e_a(n)(1-\mu\|X(n)\|^2) = e_a(n)\Gamma(n) \tag{4}$$

여기서, $\|\cdot\|^2$는 유클리디언 벡터 놈 (Euclidean vector norm)을 나타내고, $\Gamma(n) = (1-\mu\|X(n)\|^2)$ 은 사전에러 $e_a(n)$와 사후에러 $e_p(n)$의 변환 인자를 나타낸다. 식(4)에 의해서 사후에러 $e_p(n)$는 사전에러 $e_a(n)$을 이용하여 추정할 수 있다. 특히, 수렴상수 μ가 $\mu < 1/\|x(n)\|^2$ 을 만족하는 경우, 항상 사후에러 $e_p(n)$가 사전에러 $e_a(n)$ 보다 더 작게 되므로 정상상태의 평균자승오차가 더 작음을 알 수 있다. 그러나 사후에러를 이용한 LMS (PE-LMS) 알고리즘은 기존 LMS 알고리즘보다 수렴 속도가 늦어지는 단점을 가지며, 이는 본 논문에서 분석된다. 이에 따라서 본 논문에서는 기존의 LMS 알고리즘의 수렴 성능을 개선하