

열 및 중력 효과를 고려한 웹 이송 시스템의 새로운 수학적 모델링

김종식*(부산대 기계공학부), 김근영(부산대 대학원 지능기계공학과), 신종민(부산대 대학원 지능기계공학과), 이지민(부산대 대학원 지능기계공학과), 최정주(부산대 대학원 지능기계공학과)

A Novel Mathematical Modeling in Web Transport Systems considering Thermal and Gravity Effects

J. S. Kim(School of Mechanical Eng. PNU), G. Y. Kim(Intelligent and Mechanical Systems Eng. Dept., PNU), J. M. Shin(Intelligent and Mechanical Systems Eng. Dept., PNU), J. M. Lee(Intelligent and Mechanical Systems Eng. Dept., PNU), J. J. Choi(Intelligent and Mechanical Systems Eng. Dept., PNU)

ABSTRACT

A novel mathematical modeling in web transport systems for Continuous Annealing Processes (CAP) is proposed. Despite of thermal and weight effects in dynamics of web transport systems, the conventional mathematical model does not consider those effects. Disregard of these effects causes the low manufacturing quality of webs in CAP. In order to improve the manufacturing quality of webs in CAP, moreover, precise tension control is required based on the mathematical model. Therefore, an advanced mathematical model considering thermal and weight effects in CAP should be established. The effectiveness of a novel mathematical model is evaluated by comparing the performances of the PI tension control system based on the proposed mathematical model with that based on the conventional one through the computer simulation.

Key Words : A mathematical modeling in web transport systems (웹 이송 시스템의 수학적 모델링), Continuous annealing process (연속 소둔 공정), Tension control (장력 제어)

1. 서론

웹(web) 재료는 구부러지기 쉬운 연속적인 박판 형태의 재료로 열처리 과정을 통해 제품의 완성도를 높일 필요가 있다. 이 열처리 공정 중 연속소둔(CAP: Continuous Annealing Process) 방식은 광범위한 온도 변화를 가지고, 공간을 최소화를 위해 수직 이동형이 사용된다. 이는 웹 재료가 온도와 하중의 영향을 받는다는 것을 의미한다.

본 논문에서는 열 및 자중효과를 고려한 웹 이송 시스템의 새로운 모델링을 제안한다. 웹의 변형을 고려하기 위해 웹 재료의 탄성계수와 열 변형계수의 온도에 대한 변화를 각 스판 별로 선형으로 가정하여 등가 탄성계수(e_{eq}^e)와 등가 열 변형계수(e_{eq}^{th})를 정의한다. 제안된 모델의 타당성 검증을 위해, 12 개의 스판을 가진 웹 이송시스템에 대하여 탄성만 고려된 기존 모델과 제안된 모델을 기반으로 PI 제어기를 이용한 장력제어시스템을 설계한다. 그리고, 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안된 모델이 큰 온도변화 및 수직 이동 시 발생하는 하중의 영향을 받는 CAP에서, 고품질의 웹 제품을 생산 할 수 있는 가능성을 보인다.

2. 열 및 자중 효과를 고려한 연속소둔 장치 시스템의 수학적 모델링

2.1 동일온도의 웹에 대한 모델링

기본적인 웹 모델링을 위해 다음과 같은 가정을 한다.

- (1) 롤러 사이의 거동은 완전 탄성적이다.
- (2) 롤러와 웹은 접촉부에서 미끄러짐(slip)이 없다.
- (3) 롤러를 지난 소재의 장력은 일정하다.
- (4) 전 구간 소재에 대해 길이방향과 폭 방향으로의 형상변화 및 두께변화는 없다.

위와 같은 가정으로부터 다음 웹 모델링 식을 얻는다.

[1]

$$L \frac{d}{dt} [\varepsilon_{eq,2}(t)] = \varepsilon_1(t)v_1(t) - \varepsilon_{eq,2}(t)v_2(t) + v_2(t) - v_1(t) \quad (1)$$

2.2 열 및 자중효과를 고려한 웹 모델링

2.1 절에서 언급한 가정에 다음의 가정들을 추가하여 모델링을 수행한다.

- (1) 웹의 온도 분포는 정상상태이다.
- (2) 내부 온도는 롤러의 선 속도에 따라 변한다.
- (3) 등가 변형률, 등가 탄성계수 그리고 등가 열변형계수를 사용한다.

위의 가정과 스판의 입출구 온도 θ_1 , θ_2 에 대해 다음의 탄성 변형량을 얻는다.

$$\varepsilon_{eq}^e(t) = \frac{T(t)}{A(t)L} \int_0^t \frac{1}{E(x)} dx = \frac{T(t)}{A(t)E_{eq}(t)} \quad (2)$$

열변형 계수(α)와 온도(θ)가 그 스팬 구간에서 선형성을 가질 때 등가 열변형량 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{eq}^{th} &= \frac{1}{L} \int_0^t \varepsilon^{th}(x) dx \\ &= \frac{1}{3}(\alpha_2 - \alpha_1)(\theta_2 - \theta_1) + \frac{1}{2}\alpha_1(\theta_2 - \theta_1) \end{aligned} \quad (3)$$

자중에 의한 변형량은 하중에 의한 웹의 변형효과를 나타냄으로, 미소부분의 자중에 의한 탄성변형률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_N^w(x) = \frac{W_x}{E_{N,eq} A} = \frac{\rho g Ax}{E_{N,eq} A} = \frac{\rho g x}{E_{N,eq}} \quad (4)$$

이상과 같이, 열 및 자중에 의한 변형을 고려하면 연속 소둔장치 시스템에서 웹의 전체 변형률은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$L \cdot \frac{d}{dt} [\varepsilon_{eq,2}(t)] = \varepsilon_1(t)v_1(t) - (\varepsilon_{eq,2}^e + \varepsilon_{eq,2}^{th} + \varepsilon_{eq,2}^w)v_2(t) \quad (5)$$

$$+ [v_2(t) - v_1(t)]$$

그리고, 식 (5)에 $A\varepsilon_{eq,2}$ 를 곱하면, 탄성과 열 및 자중에 의한 변형을 고려한 장력 모델을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (T_2(t)) &= \frac{E_{eq,2}}{LE_1} T_1(t)v_1(t) - \frac{1}{L} T_2(t)v_2(t) + \frac{AE_{eq,2}}{L} (v_2(t) - v_1(t)) \quad (6) \\ &- \frac{AE_{eq,2}}{L} \varepsilon_{eq,2}^{th} v_2(t) - \frac{AE_{eq,2}}{L} \varepsilon_{eq,2}^w v_2(t) \end{aligned}$$

3. 장력제어 시뮬레이션

웹의 장력제어를 위해 온도 및 자중효과가 포함된 12 개 스팬에 대한 컴퓨터 시뮬레이션이 수행되었다. 온도의 변화 유무에 따라 등온모델과 변온모델로 나누었다. 등온모델은 공정 상의 온도가 760°C로 고정된 것과, 변온모델은 760~860°C로 각 스팬 별 온도가 변한다. 두 모델 모두 기준 장력으로 1848 kgf 의 동일 값과 2 m/sce 의 기준속도가 사용되었다. 여기서 두 모델에 동일 기준장력을 사용하면서 온도의 차등을 둔 이유는 변온모델의 장력제어 결과가 발산하지 않고 기준장력 값으로의 수렴 여부를 입증함으로써 제안된 모델이 타당성을 가진다는 것을 증명하기 위함이다.

그림 1은 등온모델과 변온모델의 장력결과이다. 등온모델의 경우 동일한 온도가 열 효과로 고려되기 때문에 서로 상쇄되어 각 스팬의 장력은 기준 장력으로 유지될 수 있다. 그러나 변온모델의 경우 온도의 변화와 웹의 하중으로 인한 추가적 변형으로 장력은 일정하지 못하다. 따라서 적정 장력을 유지하는 방법으로 롤의 속도를 온도 변화에 따라 조정하는 것이다. 만일 롤의 속도가 조정되지 않는다면 출력은 그림 2와 같이 발산하게 된다.

수렴 정도를 제안한 모델의 검증으로 이용했다. 그림 1은 이에 대한 결과이다. 변온모델의 응답은 기준장력을 기준으로 초기 ±1.35%의 오차범위를 가지고 수렴하고 있다. 이때 장력의 울림은 12 스팬 간의 동역학적 간섭으로 인함이나 오차의 범위가 작으므로 무시될 수 있다. 따라서 제안된 모델은 온도변화에 따른 적절한 속도를 보상함으로써 그 정당성을 가진다.

4. 결론

온도 변화 및 자중에 의한 웹의 변형을 정식화하였다. CAP 시스템에서 기존의 수학적 모델식에 대하여, 열 및 자중효과를 고려한 새로운 수학적 모델식의 적합성을 웹의 PI 장력제어 시뮬레이션 결과로부터 검증하였다.

참고문헌

- [1] Young, G. E., and Reid, K. N., 1993, "Lateral and Longitudinal Dynamic Behavior and Control of Moving Webs," ASME J. Dyn., Syst., Meas., Control, 115, pp. 309-317.

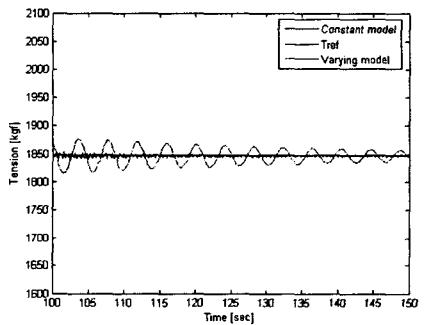


Fig. 1 Error conversion of varying temperature model

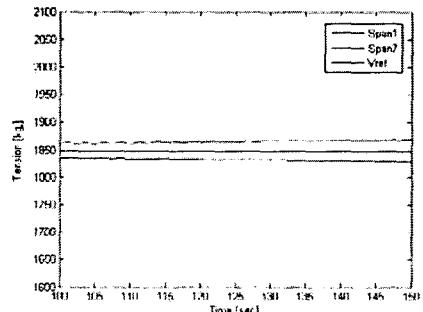


Fig. 2 Simulation result without velocity compensation