

## 불연속 전류모드에서의 다상 교호 승압컨버터의 특성 해석

신휘범\*, 장은승\*, 정세교\*, 이현우\*\*

\*경상대학교 전기전자공학부, \*\*경남대학교 전기공학과

### Generalized Analysis of Multi-Phase Interleaved Boost Converter in Discontinuous Inductor Current Mode

Hwi-Beom Shin\*, Eun-Sung Jang\*, Se-Kyo Chung\*, and Hyun-Woo Lee\*\*

\*Gyeongsang National University, \*\*Kyungnam University

#### ABSTRACT

This paper presents the generalized and explicit expressions for evaluating the performance of the multi-phase interleaved boost converter in discontinuous inductor current mode. Furthermore, the generalized transfer functions of interest are presented and the dynamic characteristics are analyzed. The generalized analysis of converter performance is verified through the experimental and simulation results.

#### 1. 서론

최근 전력전자 시스템의 신뢰성 및 효율 등을 향상시키기 위해 병렬형 컨버터에 대한 연구가 많이 이루어지고 있다. 이러한 병렬형 컨버터는 일정한 위상차를 가지면서 동일한 듀티비로 운행하는 형태로서 교호 컨버터(interleaved converter)라 불리며 다양한 강압형, 승압형의 컨버터 토폴로지가 제안되었다.<sup>[1]</sup> 불연속 모드에서 동작하는 승압 컨버터는 대다수 저전력의 역률보상(power factor correction:PFC) 회로에 사용되고 있다. 전류 제어가 필요하지 않는 간단한 제어성이 장점인데 반해 수반되는 펄스성 입력 전류는 입력 필터 설계를 어렵게 하고 소자에 무리를 주게 되어 산업체에서 주로 이용하는 고전력 시스템에서는 사용이 제한적이다.<sup>[2]</sup> 이에 앞서 언급한 다상 교호 기법의 적용은 저전력 용도로만 제한적으로 사용되는 문제를 해결할 수 있다. 현재까지 불연속 모드에서의 승압형 다상 교호 컨버터 특성에 대한 일반적이고 해석적인 수식은 제시되어 있지 않다. 그리고 안정된 전원 공급을 위해 제어기 설계가 필수적이므로 다상 교호 컨버터의 동특성을 파악할 수 있는 소신호 모델이 필요하다. 따라서 본 논문에서는 불연속 전류모드에서의 다상 교호 승압컨버터의 평균 상태방정식을 유도하고, 이를 통해 정상상태에서의 인덕터 전류 및 출력 전압에 대한 일반화된 이론적인 표현식을 나타내어 전압변환비 및 효율에 대한 식을 유도하고 특성에 대해서 조사한다. 그리고 소신호 해석을 통한 전달 함수를 산출하여 컨버터의 동특성을 해석한다.

#### 2. 다상 교호 승압컨버터의 평균상태공간 모델

##### 2.1 평균상태공간 모델

그림 1은 다상 교호 승압 컨버터를 나타낸다. N개의 컨버터가 병렬로 연결되어 있고, 각 컨버터는 능동 스위치, 인덕터, 다이오드로 구성되어 있다. 스위치는 PWM 주기동안  $S_1, S_2, \dots, S_N$ 의 순서로 동작되고 각 스위치의 제어신호는  $\tau (= T_s/N)$ 의 위상차를 가진다. 여기서 회로의 기생요소로 인덕터의 권선저항을 고려한다.

각 구간에서의 인덕터 전류 및 커패시터 출력 전압 방정식은 다음과 같다.

$$(i) (k-1)T_s/N \leq t < (k-1)T_s/N + d_k T_s$$

$$\frac{di_k}{dt} = \frac{-r_k i_k + V_g}{L_k}, \quad \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{RC} \quad (1)$$

$$(ii) (k-1)T_s/N + d_k T_s \leq t < (k-1)T_s/N + (d_k + q_k) T_s$$

$$\frac{di_k}{dt} = \frac{-r_k i_k + V_g - v_o}{L_k}, \quad \frac{dv_o}{dt} = \frac{1}{C} \sum_{ON\ switch} i_j - \frac{v_o}{RC} \quad (2)$$

$$(iii) (k-1)T_s/N + (d_k + q_k) T_s \leq t < T_s$$

$$\frac{di_k}{dt} = i_k = 0, \quad \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{RC} \quad (3)$$

참고 문헌 [2]에 따른 불연속 모드에서의 평균 상태 공간 모델링 기법에 따라 식 (1)~(3)을 정리하면 평균 인덕터 상전류와 평균 출력 전압은 다음과 같이 나타난다.

$$\overline{\frac{di_k}{dt}} = \frac{1}{L_k} \{-r_k \overline{i_k} - q_k \overline{v_o} + (d_k + q_k) V_g\} \quad (4)$$

$$\overline{\frac{dv_o}{dt}} = \frac{1}{C} \sum_{j=1}^N \frac{q_j}{d_j + q_j} \overline{i_j} - \frac{\overline{v_o}}{R} \quad (5)$$

여기서  $k = 1, 2, \dots, N$ 이다.

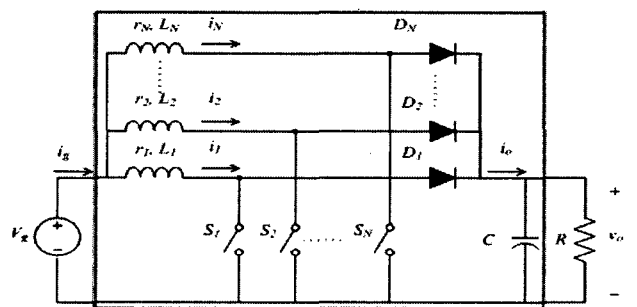


그림 1 다상 교호 승압 컨버터

Fig. 1 A multi-phase interleaved boost converter

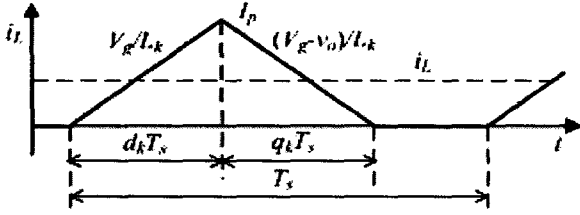


그림 2 불연속 모드에서의 인덕터 상전류  
Fig. 2 Discontinuous inductor current in k-th phase

그림 2는 불연속 모드에서의 인덕터 상전류를 나타내고 있다.  $d_k T_s$  동안 인덕터 전류는 증가하며 이 구간 동안의 기울기는  $V_g/L_k$ 이고,  $q_k T_s$  동안의 인덕터 전류 기울기는  $(V_g - v_o)/L_k$ 이다. 따라서 식 (6)을 유도할 수 있다.

$$\bar{i}_k = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} i_k(\tau) d\tau = \frac{T_s V_g}{2L_k} d_k (d_k + q_k) \quad (6)$$

식 (6)을  $q_k$ 에 관해 정리하면 다음과 같다.

$$q_k = \frac{2L_k}{d_k T_s V_g} \bar{i}_k - d_k \quad (7)$$

식 (7)을 식 (4), (5)에 대입하면  $q_k$ 가 생략된 평균 상태 공간 모델을 구할 수 있다.

$$\frac{d\bar{i}_k}{dt} = - \left\{ \frac{r_k}{L_k} + \frac{2}{d_k T_s} \left( \frac{v_o}{V_g} - 1 \right) \right\} \bar{i}_k + \frac{d_k}{L_k} \bar{v}_o \quad (8)$$

$$\frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{1}{C} \sum_{j=1}^N \left( \bar{i}_j - \frac{T_s V_g d_j^2}{2L_j} \right) - \frac{\bar{v}_o}{RC} \quad (9)$$

## 2.2 정상 상태 해석

평균 상태 공간 모델 식 (4), (5) 또는 식 (8), (9)로부터 정상상태에서의 평균 상전류  $I_k$ 와 평균 출력 전압  $V_o$ 를 구하면 다음과 같다.

$$I_k = \frac{1}{r_k} (D_k + Q_k) V_g - Q_k V_o \quad (10)$$

$$V_o = \frac{V_g}{\Delta_N} \sum_{j=1}^N \frac{Q_j}{r_j} \quad (11)$$

여기서  $\Delta_N = \frac{1}{R} + \sum_{j=1}^N \frac{Q_j^2}{r_j (D_j + Q_j)}$ ,  $k=1, 2, \dots, N$  이고

$D_k$ 와  $Q_k$ 는 각각 정상 상태에서의  $d_k$ ,  $q_k$ 이다. 식 (7)의  $q_k$ 를 정상 상태에서의  $Q_k$ 에 관해 다시 정리하면 식 (12)로 정리되고 여기서  $K_k = 2L_k/RT_s$ 이다.

$$Q_k = \frac{RK_k}{V_g D_k} I_k - D_k \quad (12)$$

만약 다상 교호 승압 컨버터가 대칭적인 구조를 가지면  $D = D_j$ ,  $Q = Q_j$ ,  $r = r_j$  ( $j=1, \dots, N$ )을 만족하고 식 (10)~(12)를 다시 표현 하면  $\Delta = K/rD$ 로 정리되고, 전압 변환비  $M$ , 평균 상전류  $I_k$ , 중속 구간  $Q_k$ 는 다음과 같다.

$$M = \frac{NQ}{r\Delta} = \frac{NDQ}{K} \quad (13)$$

$$I_k = \frac{V_g}{r\Delta} \cdot \frac{(D+Q)}{R} = \frac{V_g}{RN} \left( \frac{ND^2}{K} + M \right) \quad (14)$$

$$Q = \frac{RK}{V_g D} I_k - D \quad (15)$$

식 (15)를  $Q$ 에 관한 2차 방정식으로 유도하면 식 (16)과 같은 방정식의 해를 연산하면 불연속 모드 운행에서의  $Q$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$NQ^2 - \left( \frac{K}{D} - \frac{r}{R} \right) (D+Q) = 0 \quad (16)$$

$$Q = \frac{K}{2ND} \left\{ \delta + \sqrt{\delta^2 + \frac{4ND^2}{K}} \right\} \quad (17)$$

여기서  $\delta = 1 - rD/RK$ 이다. 정상 상태에서의 입력전류는 각 상전류의 합이므로 다음과 같다.

$$I_g = \sum_{k=1}^N I_k = N \cdot I_k \quad (18)$$

따라서 다상 교호 승압 컨버터의 불연속 모드 운행에서의 효율은 다음과 같다.

$$\eta = \frac{V_o^2/R}{V_g I_g} = \frac{NDQ^2}{K(D+Q)} = 1 - \frac{rD}{RK} = \delta \quad (19)$$

## 3. 소신호 교류 해석

소신호 모델을 구하기 위해서 각상의 모든 파라미터는 동일하다고 가정한다. 식 (4), (5)의 평균 인덕터 상전류식과 평균 출력 전압식으로부터 각 항의 동작점에서 테일러 급수전개를 통해 고차항을 제거한 후 방정식을 선형화하면 전달함수를 구하기 위한 식 (20)의 상태방정식을 나타낼 수 있다.

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}}_d\tilde{\mathbf{d}} + \tilde{\mathbf{B}}_v\tilde{\mathbf{v}}_g + \tilde{\mathbf{B}}_o\tilde{\mathbf{v}}_o \quad (20)$$

여기서  $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{i}_1 \dots \tilde{i}_N \tilde{v}_o]$ 이다.

각 계수 행렬  $\tilde{\mathbf{A}}$ ,  $\tilde{\mathbf{B}}_d$ ,  $\tilde{\mathbf{B}}_v$ ,  $\tilde{\mathbf{B}}_o$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} -\frac{r+RK(M-1)/D}{L} & 0 & \dots & 0 & -\frac{KM}{NLD} \\ 0 & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{r+RK(M-1)/D}{L} & -\frac{KM}{NLD} \\ \frac{1}{C} & \dots & & \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_d = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \left\{ \left( 2 - \frac{r}{NRD} \right) M - \frac{rD}{RK} \right\} \\ \vdots \\ \frac{V_g}{L} \left\{ \left( 2 - \frac{r}{NRD} \right) M - \frac{rD}{RK} \right\} \\ -\frac{2NDV_g}{KRC} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{B}}_v = \begin{bmatrix} \left( \frac{K\delta}{NLD} + \frac{D}{L} \right) M + \frac{D\delta}{L} \\ \vdots \\ \left( \frac{K\delta}{NLD} + \frac{D}{L} \right) M + \frac{D\delta}{L} \\ -\frac{ND^2}{KRC} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -\frac{1}{C} \end{bmatrix}$$

출력은 식 (21)과 같다.

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{x}} \quad (21)$$

여기서  $\bar{E} = [0 \ \dots \ 0 \ 1]$  이고  $\bar{y}$ 는 출력 전압을 나타낸다. 따라서 제어-출력(Control-to-output) 전달함수는 다음과 같이 구해진다.

$$G_{vd}(s) = \left. \frac{\bar{v}_o(s)}{\bar{d}(s)} \right|_{\substack{\bar{v}_g=0 \\ i_{load}=0}} = \bar{E}(sI - \bar{A})\bar{B}_d \quad (22)$$

응용 소프트웨어인 Mathematica<sup>®</sup>을 이용하여 식 (22)에 각 계수행렬을 대입하면 다음과 같은 결과식을 얻을 수 있다.

$$G_{vd}(s) = \frac{2ND}{RC} \cdot \frac{s + \frac{R}{LD}(M-1) + \frac{3M}{LND} \left( \frac{r}{2ND} - R \right) + \frac{r}{LK} \left( \frac{3}{2N} + 1 \right)}{\left( s + \frac{rCR + L}{LCR} \right) \left( s + \frac{KR(M-1)}{LD} \right) + \frac{1}{LCR} - \frac{NLRrC(M-1)}{L^2DNC}}$$

입력-출력(Line-to-output) 전달함수  $G_{vg}(s)$ 와 출력 임피던스(Output impedance)  $Z_{out}(s)$ 는 다음과 같다.

$$G_{vg}(s) = \frac{-ND^2}{KCR} \cdot \frac{s + \frac{r - KR/D}{L} - \frac{KR(3KM\delta + 3M - NM + 3\delta)}{DNL}}{\left( s + \frac{LRC + 1}{LRC} \right) \left( s - \frac{KR(1-M)}{LD} \right) + \frac{r + 3KM/ND}{LC} + \frac{KRr(1-M)}{L^2D}}$$

$$Z_{out}(s) = \frac{-1}{C} \cdot \frac{s + r/L + KR(M-1)/LD}{\left( s + \frac{rD + KMR - KR}{LD} \right) \left( s + \frac{1}{RC} \right) - \frac{D + KR(M-1)}{LDRC}}$$

#### 4. 시뮬레이션 및 실험 결과

시뮬레이션 및 실험에 쓰인 파라미터는 다음과 같다.

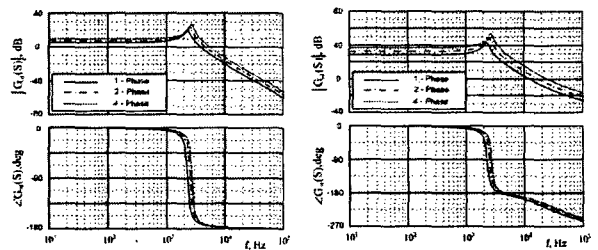
$$r \approx 0.28\Omega, C = 22\mu F, R = 40\Omega, V_g = 7V, T_s = 40\mu sec$$

그림 3(a)는 Pspice 프로그램을 이용한 제어-출력 전달함수의 보데 선도이다. 상수가 증가함에 따라 대역폭이 커짐을 알 수 있다. (1-phase : 1.12kHz, 2-phase : 1.14kHz, 4-phase : 1.16kHz) 그림 3(b)는 입력-출력 전달함수의 보데선도를 나타내는데 꺾임 주파수는 제어-출력 전달함수와 같은 특성을 보이고 있다. 따라서 상수 증가에 따른 라인 레플레이션이 좋지 않다. 그림 4(a)는 제어-출력 전달함수 실험 결과이다. 순간적인 듀티비 변화에 따른 출력 전압, 상전류 및 입력 전류 파형 변화를 보인다. 출력 전압은 단상의 경우 전압 안정 도달 시간이 가장 길고 상대적으로 4상의 경우가 가장 짧고 전압이 피크치에서 떨어지는 순간에 오버슈트가 나타난다. 그림 3(a)의 시뮬레이션 결과와 동일하다. 그림 4(b)는 입력-출력 전달함수에 대한 실험 결과이다. 4ms 구간 동안 입력 전압이 4~7V 변화되어 인가될 때 출력 전압, 상전류, 입력 전류의 변화를 보이고 있다. 시뮬레이션 결과와 동일하게 상이 증가할수록 라인 레플레이션이 좋지 않음을 알 수 있다.

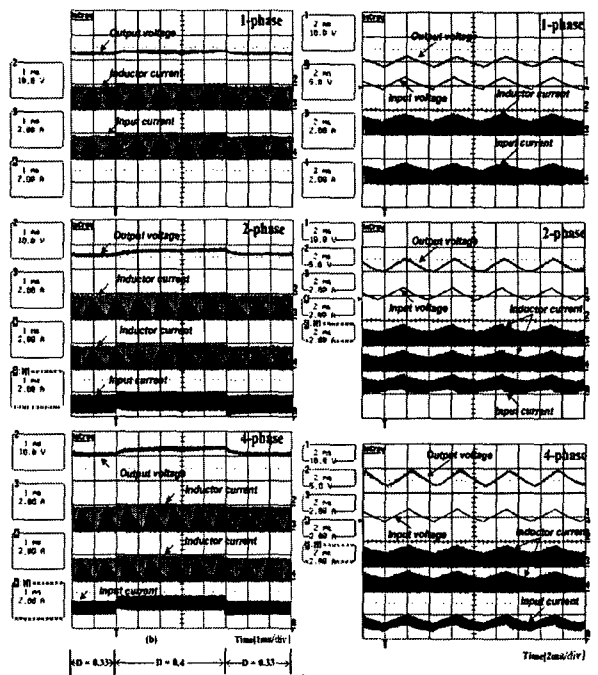
#### 5. 결론

본 논문의 이론에서 제시한 정상상태 응답 및 각각의 전달함수에 따른 특성을 시뮬레이션 및 실험을 통해 증명하였다. 상의 증가는 시스템의 제어-출력 특성은 향상시키지만 라인 레플레이션에는 좋지 않음을 알 수 있었다. 제시한 정상 상태 모델 및 소신호 모델은 불연속 모드에서의 다상 교호 승압 컨

버터 설계시 많은 도움이 되리라 생각한다.



(a) Control-to-output (b) Line-to-output  
그림 3 상수 증가에 따른 전달 함수 특성 (시뮬레이션 결과)  
Fig. 3 Transfer function according to the number of phase (Pspice results)



(a) Control-to-output (b) Line-to-output  
그림 4 상수 증가에 따른 전달 함수 특성 (실험 결과)  
Fig. 4 Transfer function according to the number of phase (Experimental results)

이 논문은 산업자원부에서 시행한 전력산업 인프라 구축 지원사업의 지원에 의하여 수행된 연구결과입니다.

#### 참고 문헌

- [1] Shin, H.B., Jang, E.S, Park, J.K., Lee, H.W. and T.A. Lipo. "Small-signal Analysis of Multiphase Interleaved Boost Converter with Coupled Inductor". IEE Proc.-Electr. Power Appl, Vol. 152, No. 5, September 2005.
- [2] Sun, J., Mitchell, D.M., Greuel, M.F., Krein, G.P. and Bass, R.M. "Averaged Modeling of PWM Converters Operating in Discontinuous Conduction Mode". Proceedings of the IEEE. Vol. 16, No. 4, July 2001.