

경사 편심에 의한 유도전동기의 자기흡인력 평가

Calculation of Unbalanced Magnetic Pull of Induction Motors due to Rotor Misalignment

김선화† · 양보석* · 김현철**

S. H. Kim, B. S. Yang and H. C. Kim

Key Words: Induction Motor(유도전동기), Unbalanced Magnetic Pull(불평형 자기흡인력), Flux Density(자속밀도), Air-gap Permeance(공극 퍼미언스), Magneto Motive Force(기자력파), Angular Misalignment(경사 편심)

ABSTRACT

This paper presents the calculation of unbalanced magnetic pull (UMP) that causes rotor misalignment in induction motor. The excessive noise and vibration will be occurred by means of rotor misalignment. Angular misalignment of rotor will produce air-gap permeance wave which is function of axial and circumferential coordinate. In this paper, the UMP is calculated using permeance and magneto motive force (MMF) in the case of static and dynamic misalignment. Based on the percentage of misalignment, the result shows that the UMP and magnetic pressure are increased according to the increasing of misalignment. The UMP is occurred not only in $2f_L$ frequency component but also the others.

기호설명	
γ	경사 편심 [rad]
γ_{\max}	최대 경사 편심 [rad]
I_s	각 위상의 rms 전류 [A]
L	회전자 코어 길이 [m]
i_a	A 위상의 전류 진폭 [A]
K_w	권선 계수
z	극당 상당 도체 수
s	슬립
I_m	전류의 최대 진폭 [A]
p	전동기의극 수
σ	회전자 표면에 작용하는 응력 [N/m^2]
R, r	고정자 내경과 회전자 외경 [m]
ω_0	전원 주파수 [rad/s]
ω_r	회전자의 회전 주파수 [rad/s]
t	시간 [s]
β	기준 좌표로부터의 경사 편심각 [rad]
b	자속 밀도 [Wb/m^2]
x	축방향 기준좌표
δ	각 특정위치에서의 공극 길이 [m]
μ_0	공극의 투자율
μ	자성체의 투자율
δ_m	동심 시의 평균 공극 [m]
θ	원주 좌표

Λ	공극 퍼미언스 [m^{-1}]
F_a	a 상의 기본 기자력
F_{ma}	a 상의 기자력
F_{mmf}	기자력파
$F_{a,\max}$	a상의 최대 기자력파
F_{\max}	최대 기자력파
f_L	전원 주파수 [Hz]
f_r	회전 주파수 [Hz]

1. 서 론

유도 전동기는 오랫동안 다양한 산업용 제품의 기본적인 운동 발생기구인 구동기(driver)로서 가장 널리 사용되고 있다. 최근 환경적인 관심의 증가에 따라 성능 향상뿐만 아니라, 저 소음, 저 진동의 유도전동기에 대한 개발 요구가 증가하고 있다.⁽¹⁾ 특히 4극과 6극과 같은 소형 유도 전동기 소음의 대부분은 전자기력(electromagnetic force)에 의해 발생하는 진동으로부터 기인한다. 이들 힘은 기본 자속(fundamental magnetic flux)과 그 조화 성분들(harmonics)로 구성된다.

반면에, 최근 전기 기계의 설계는 보다 높은 전류와 자속 밀도(flux density)를 사용하는 경향이고, 이는 전동기의 소음과 진동을 발생시키게 된다. 진동과 소음은 전동기 작동 중에 발생하는 힘이 전동기의 어떠한 구조적인 공진(resonance)을 일으키지 않도록 제작된다면 크게 줄일 수 있다.

비록 하중 변화, 기동 및 정지 과정에서와 같이 모든 작동 조건에서 공진의 모든 가진을 피하기는 불가능하지만, 발생할 수 있는 가진력(exciting force)의 평가 및 회전자, 고정자 그리고 전체 구조에서 발생할 수 있는 공진 주파수를 사전에 파

† 책임저자; 부경대학교 기계공학부

E-mail: makgang11@nate.com

Tel: (051) 625-1604, Fax: (051) 625-1604

* 부경대학교 기계공학부

** (주)현대중공업

악하는 것은 공진에 의한 과대한 진동과 소음의 회피를 위해 매우 중요하고 필요하다.

전기기계의 기본적인 원리로부터, 전동기는 작동 중에 전기적인 힘과 기계적인 힘을 모두 받는 것으로 알려져 있다. 기계적인 힘으로는 자중, 기계적인 불평형(unbalance)에 의한 원심력, 정렬 불량(misalignment)에 의한 구속력과 모멘트 및 온도분포의 불균형에 의한 열응력(thermal stress) 등이 있고, 전기적인 힘으로는 구동토크, 공극 편심에 의한 전자기력 등이 있다. 특히 회전자 표면에 작용하는 반경력(radial force)은 매우 크지만, 회전자가 고정자와 동심을 유지함으로써 상쇄될 수 있다. 만일 회전자가 편심을 일으키면, 불평형 자기흡인력(unbalanced magnetic force)이 발생한다. 이 현상은 순 반경력(net radial force)을 발생하도록 회전자(또는 고정자) 표면에 작용하는 반경 및 접선력의 불균형으로 설명될 수 있다. 힘의 불균형은 결과적으로 진동과 소음을 발생시킬 수 있고, 특히 유연 축(flexible shaft)에서 증폭된다면 고정자와 회전자 사이의 접촉(rubbing) 가능성이 극대화될 수 있다. 아울러 이 힘은 고속 회전기계 설계에서 중요한 관심사인 위험속도(critical speed)를 운전속도 영역 이내로 낮추도록 할 수도 있다.

따라서 전동기의 설계는 정상 운전조건 하에서 이러한 각종 힘들에 대한 보다 정확한 평가와 이를 힘의 상호작용에 의한 소음과 진동의 발생을 최소화 하며, 보다 안정한 운전이 되도록 고려하여야 한다. 통상 전동기에 결함이 발생하면, 이들 힘들 사이의 평형은 잃게 되고, 이는 결함이 더욱 커지도록 하는 상승작용을 하게 된다.

만약 전기기계의 회전자가 고정자 내에서 기계적으로 동심을 이루면, 순 전자기력은 그 축(axis)에 대해 회전 모멘트(rotating moment)를 발생시킬 것이다. 그러나 동심을 이루지 못하고, 기계적인 편차(deviation)는 회전자를 더욱 잡아당겨 정렬이 더욱 어긋나도록 하는 순 반경력을 발생시킬 것이다. 이 힘을 통상 불평형 자기흡인력(UMP, unbalanced magnetic pull)이라 부른다.

통상 유도전동기는 작은 공극(air-gap) 길이를 가지며, 고정자, 회전자, 엔드 링 및 베어링의 제작 공차(tolerance)가 다른 각 위치에서 고정자와 회전자 사이의 공극의 변화를 초래할 수 있다. 조립이나 기계의 운동에서 경사편심이 발생할 수 있고 이것에 의해 공극퍼미언스가 변화, 불평형 자기흡인력이 발생하게 된다. 본 논문에서는 경사편심 지어진 회전자와 고정자의 공극거리를 기하학적으로 정의하고, 이를 이용하여 표면에 작용하는 Maxwell 응력을 구하고 자기흡인력을 정량적을 구하는 방법을 제안한다.

2. 전자기력과 운동 방정식

회전자에 작용하는 전자기적 가진력을 해석하기 위해 다음과 같이 몇 가지 가정을 하였다.

- 1) 회전자의 진동만을 고려하기 위해 회전자에 비해 고정자는 강체(rigid body)로 고려한다.
- 2) 회전자의 철심(rotor core)과 고정자 철심의 투자율(permeability)은 무한대이다. 즉, 공기의 투자율에 비해 철심의 투자율이 훨씬 크므로 자속밀도 해석시 철심의 자기저항을 무시하였다.
- 3) 누설 자속과 자기포화를 고려하지 않는다. 이 가정은 core 의 모서리부분의 회전자와 고정자 의 자속이 모두 쇄교한다는 것과 기자력파의 고조파성분을 고려하지 않는다는 것을 의미한다.

2.1 Maxwell의 응력방정식

자기장 속의 물체표면에 작용하는 응력을 계산하는 Maxwell 응력방정식은 다음과 같다.

$$\sigma(\theta, x, t) = \frac{b^2(\theta, x, t)}{2} \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) \quad (1)$$

여기서 $b(\theta, x, t)$ 는 자속 밀도, θ, x, t 는 각각 원주 좌표와 축 방향 좌표와 시간을 의미한다.

가정 2)에 따라서 식(1)은 다음과 같이 단순화된다.

$$\sigma(\theta, x, t) = \frac{b^2(\theta, x, t)}{2\mu_0} \quad (2)$$

또한 자속밀도는 다음과 같이 표현된다.

$$b(\theta, x, t) = \mu_0 F_{mmf}(\theta, t) \Lambda(\theta, x, t) \quad (3)$$

여기서 $F_{mmf}(\theta, t)$ 는 기자력파, $\Lambda(\theta, x, t)$ 는 공극 퍼미언스이다.

2.2 공극 퍼미언스

공극 퍼미언스를 평가하기 위해, 그림 1과 같은 직교 좌표를 설정한다. 회전자의 경사편심에 의한 회전자와 고정자의 공극길이를 축방향으로 투영하여 나타내면 그림 1과 같다.

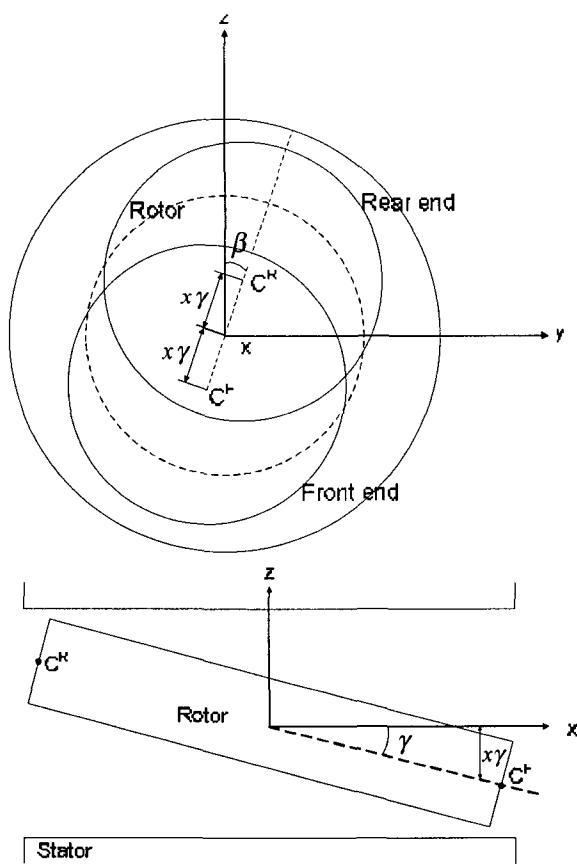


Fig. 1 A misaligned rotor

여기서 축 방향 길이 좌표에서 임의의 위치 x_n 에서의 경사 편심에 의한 길이를 $L(x_n)$ 이라 하면, $L(x_n)$ 은 반지름이 x_n 이고 각도가 γ 인 호의 길이로 근사화 할 수 있다.

회전자와 고정자의 거리 즉, 공극길이는 간단한 삼각함수의 공식을 이용하여 식 (4)와 같이 축 방향의 길이 좌표와 원주좌표의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\delta(x, \theta) = \delta_m - x \cdot \gamma \cos(\theta - \beta) \quad (4)$$

퍼미언스는 공극 길이의 역수이므로

$$\Lambda(x, \theta) = \frac{1}{\delta(x, \theta)} = \frac{1}{\delta_m - x \cdot \gamma \cos(\theta - \beta)} \quad (5)$$

여기서 δ_m 은 평균공극길이, β 는 y축을 기준으로 경사편심의 초기각을 의미한다.

공극 퍼미언스는 푸리에 급수로 전개 가능하다.

식 (5)를 푸리에 급수 전개하면

$$\Lambda(\theta) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta)$$

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Lambda(\theta) d\theta$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Lambda(\theta) \cos \theta d\theta, \quad a_2 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Lambda(\theta) \cos 2\theta d\theta$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Lambda(\theta) \sin \theta d\theta, \quad b_2 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Lambda(\theta) \sin 2\theta d\theta$$

로 되고, 따라서

$$\Lambda(\theta) = a_0 + a_1 \cos \theta + a_2 \cos 2\theta + b_1 \sin \theta + b_2 \sin 2\theta \quad (6)$$

그리고 경사 면심을 동적 경사 편심으로 고려한다면 식 (7)과 같이 초기 경사각이 동기 속도와 시간의 함수가 될 것이다.

$$\beta = \omega_r t \quad (7)$$

2.3 기자력파(MMF, Magneto motive force)

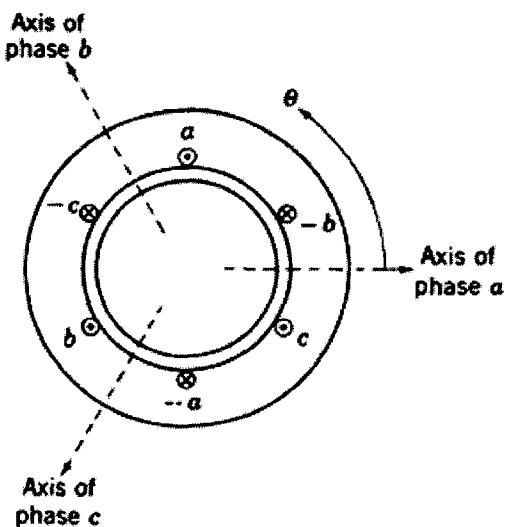


Fig. 2 Simplified 3 phase stator winding

Fig. 2는 단순화 시킨 3상 전동기의 모델링이다. 평형된 3상에서의 각상에 걸리는 전류는 다음식으로 표현된다.

$$i_a = I_m \cos \omega_0 t$$

$$i_b = I_m \cos(\omega_0 t - \frac{2}{3}\pi)$$

$$i_c = I_m \cos(\omega_0 t - \frac{4}{3}\pi)$$

여기서 I_m 은 각상의 최대전류이다. 기준 축에서 임의의 θ 지점의 고정자의 기본 기자력파는 다음과 같다.

$$F_a = F_{ma} \cos \theta$$

$$F_b = F_{mb} \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi)$$

$$F_c = F_{mc} \cos(\theta - \frac{4}{3}\pi)$$

여기서 각상의 기자력 F_{ma} , F_{mb} , F_{mc} 는 전류의 함수이다. 따라서 기자력파를 다시 나타내면

$$F_a = F_{a,\max} \cos \omega_0 t \cos \theta$$

$$F_b = F_{b,\max} \cos(\omega_0 t - \frac{2}{3}\pi) \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) \quad (8)$$

$$F_c = F_{c,\max} \cos(\omega_0 t - \frac{4}{3}\pi) \cos(\theta - \frac{4}{3}\pi)$$

상(phase)이 평형 하다고 가정한다면, 3상에서 각 위치의 기자력파의 진폭은 F_{\max} 로 동일하며 그 값은 Jacek⁽¹²⁾에 의해 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$F_{\max} = \frac{m\sqrt{2}}{\pi} \frac{K_w z}{p} I_s$$

$$I_s = I_m / \sqrt{2}$$

여기서 m 은 상의 수를 K_w 는 권선계수, z 는 극당 상당 도체수, p 는 motor의 극 수를 의미한다. 따라서 각상이 평형인 3상에서의 기자력파의 기본파는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{mmf} = \frac{2}{3} F_{\max} \cos(\theta - \omega_0 t) \quad (9)$$

2.4 자기흡인력(UMP, unbalanced Magnetic Pull)

자기흡인력은 식 (8)과 같이 식 (1)에서 구해진 응력(Magnetic Pressure)을 원주좌표와 축방향 길이 좌표로 적분하여 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} F_x &= \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \sigma(\theta, x, t) \cos \theta d\theta dx \\ F_y &= \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \sigma(\theta, x, t) \sin \theta d\theta dx \\ F_{ump} &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \end{aligned} \quad (10)$$

식 (6)에서 푸리에 계수를 구하는 과정에서 Mathematica를, 그리고 식 (8)에서 원주 적분은 MATLAB의 symbolic함수를 이용하였고 길이 적분은 수치 계산의 적분 방법을 이용하였다.

3. 계산 결과

초기 경사각이 고정되어 있는 정적 경사편심의 경우와 초기 경사각이 동기 속도로 회전하는 동적 경사편심의 두 경우로 나누어 결과를 나타낸다.

3.1 계산을 위한 파라미터

각 파라미터는 전동기 제작 회사에 의뢰하여 실제 설계된 제품의 기계적, 전기적 사양을 토대로 참조한다. 제품의 파라미터는 다음과 같다.

Table 1 Input parameters

파라미터	치수[단위]
고정자 내경 R	0.175 m
회전자 외경 r	0.1728 m
Rotor core 길이 L	0.617 m
공극 투자율 μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ H/m
전원 주파수 f_n	60 Hz
극 수 p	2
권선 계수 K_w	0.7946
극당 상당 도체수 z	96
상당 전류 I_s	36.40 A
평균 공극길이 δ_m	2.2 mm
슬립 s	0.0084

(1) 최대 경사 편심

경사 편심은 회전자가 rubbing 되지 않을 최대 경사편심을 가진다. 이것을 식 (10)과 같이 나타내고 경사편심률을 최대경사편심의 비로 나타낸다.

$$\gamma_{\max} = \arctan\left(\frac{2\delta_m}{L}\right) \quad (11)$$

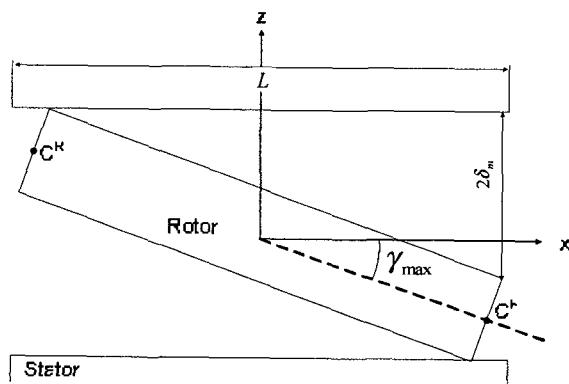


Fig. 3 Maximum misalignment

3.2 정적 경사 편심

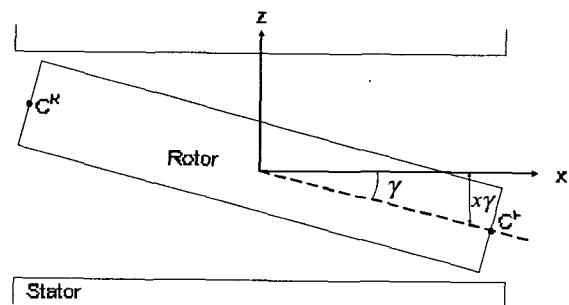
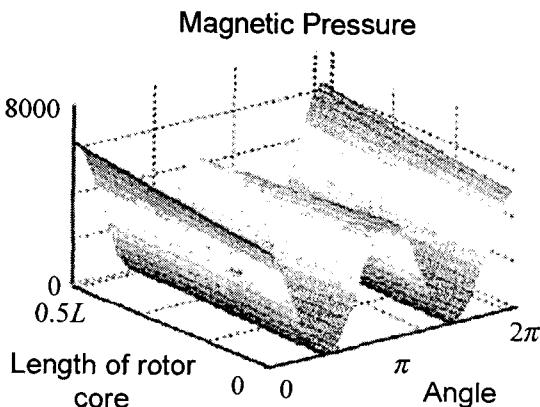


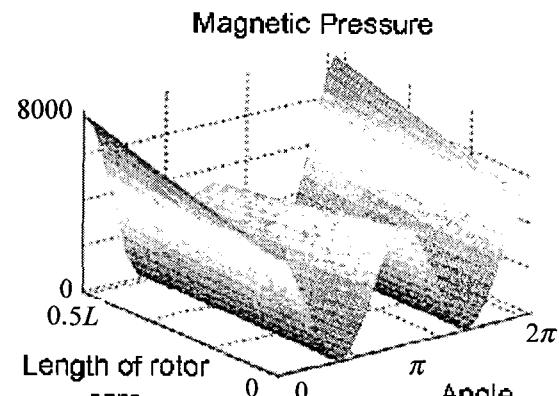
Fig. 4 Static misalignment

(1) Magnetic Pressure 분포

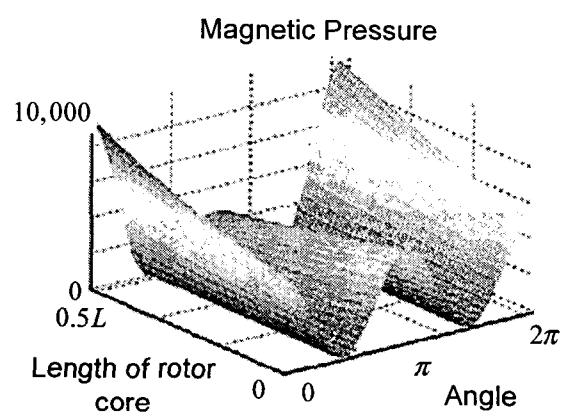
회전자에 작용하는 UMP의 영향을 해석하기 위해 편심률 10%, 20%, 30%의 원주좌표와 축 방향 길이에 따라 Magnetic Pressure의 분포를 나타낸다.



(a) 편심률 10%



(b) 편심률 20%



(c) 편심률 30%

Fig. 5 Magnetic Pressure distribution

회전자의 표면에 자속밀도의 분포로 나타나는 Magnetic Pressure는 동적 성분과 정적 성분이 동시에 나타나고, 그 값을 0-to-peak로 나타내면 그림 6과 같이 된다.

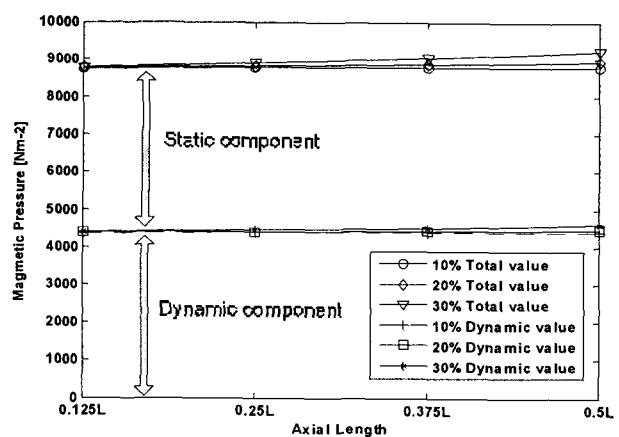


Fig. 6 Static and dynamic components

(2) 편심률 변화에 따른 UMP

$$F_{ump} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \sigma d\theta dx \quad \bar{\sigma} = \int_0^{2\pi} \sigma d\theta$$

이면, 정적분의 정의에서 식 (12)로 나타낼 수 있다.

$$F_{ump} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \bar{\sigma}(x_i) \delta x_i \quad (12)$$

$\delta x = L/8$ 로 두고, 편심률에 따른 반경력을 축 방향 좌표에 따라 나타내면 다음과 같다.

Table 2 Radial force (unit: N)

	0.125 L	0.25 L	0.375 L	0.5 L
10%	1244.9	1248.9	1255.6	1264.9
20%	1248.9	1264.9	1291.7	1329.7
30%	1255.6	1291.7	1353.3	1444.0

3.3 동적 경사 편심

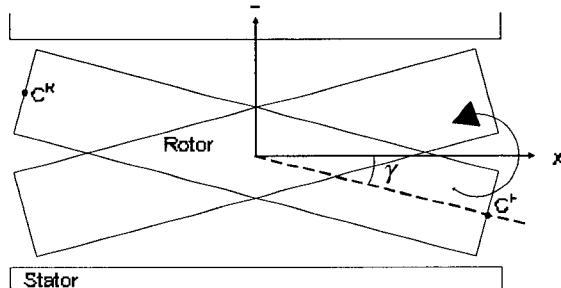


Fig. 7 Dynamic misalignment

(1) Magnetic Pressure 분포

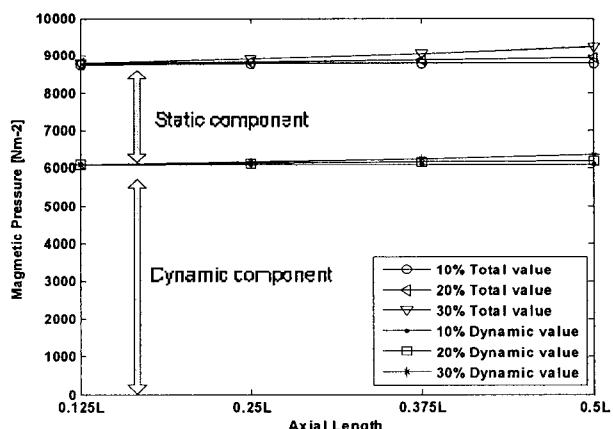


Fig. 8 Static and dynamic components

(2) Magnetic Pressure 의 주파수 성분

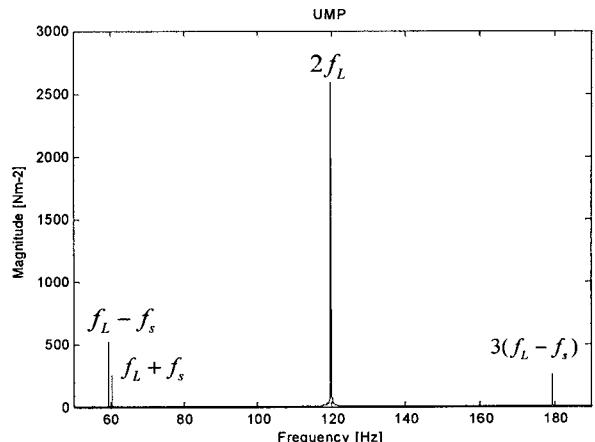


Fig. 9 Frequency component of magnetic pressure

동적 경사 편심이란 Fig. 7과 같이 경사진 회전자가 동기 속도로 휙돌림 운동(whirling)을 하는 것을 의미한다. Fig. 8은 동적 경사 편심 조건에서 발생하는 정적 성분 및 종적 성분의 축 길이 방향 분포를 나타낸다. Fig. 9는 magnetic pressure의 주파수 성분을 보인다. 동적 경사 편심의 경우, 회전자 표면에 작용하는 Magnetic Pressure은 기자력파의 전원주파수 성분(f_L)과 공극 퍼미언스의 회전주파수(f_r)의 결합으로 인해 그림처럼 여러 가지 주파수 성분이 나타나게 된다.

4. 결론

본 논문에서는 평행 편심된 회전자의 반경력을 고려하는 기존의 방법과는 달리 경사 편심된 회전자의 표면에 작용하는 전자기력을 계산하는 방법을 제안하였다. 그리고 실제 제작되는 전동기의 사양을 이용하여 현장이나 제작, 조립과정에서 발생할 수 있는 경우를 생각하여 정적 편심과 동적 편심의 경우로 나누어 계산하였다. 또한 회전자 표면에 작용하는 응력(magnetic pressure)을 동적 요소와 정적 요소로 구별하였고, 특히 동적 편심의 경우 주파수성분을 파악하여 시스템의 기진력으로서의 자기흡인력을 고찰하였다.

본 논문을 통해 경사 편심을 고려한 회전자의 자기흡인력을 평가하고, 향후 축계 해석을 통해 misaligned rotor의 안정성 평가의 연구를 계획하고 있다.

참고문헌

- (1) S.P. Verma and A. Balan, Experimental investigations on the stators of electrical machines in relation to vibration and noise problems, IEE, 1997, pp. 74-80.
- (2) B.S. Yang, Y.H. Kim, B.G. Son, Instability and Unbalance Response of Large Induction Motor Rotor by Unbalanced Magnetic Pull, Journal of Vibration and Control, 10(3), 2004, pp447-460
- (3) D. G Dorrel, W.T. Thomson and S. Roach, Analysis of airgap flux, current and vibration signals as a function of the combination of static and dynamic airgap eccentricity in 3-phase induction motors, IEEE, 1995, pp. 563-570.
- (4) A.C. Simith and D. G Dorrel, Calculation and measurement of unbalanced magnetic pull in cage induction motors with eccentric rotors, part I: Analytical model, Proc IEE on Electric power applications, 143(3), pp. 193-201.
- (5) P. Von Kaehne, Report Ref. Z/T-142, Electrical research association, U.K. Unbalanced magnetic pull in rotating electrical machines. Survey of published work, 1963.
- (6) K. J. Binns and M. Dye, Identification of principal factors causing unbalanced magnetic pull in cage induction motors, Proc. IEE 120, 1973, pp. 349-354.
- (7) A. Swann, Effects of rotor eccentricity on the magnetic field in the air gap of a non-salient-pole machine, Proc. IEE, 110(5), 1963, pp. 903-915.
- (8) M. Bradford, Unbalanced magnetic pull in a 6-pole induction motor, Proc. IEE, 115, 1968, pp. 1619-1627.
- (9) R. Belmans, A. Vandendput and W. Geysen, Influence of unbalanced magnetic pull on the radial stability of flexible-shaft induction machines, Proc. IEE, 134(2), 1968, pp. 101-109.
- (10) A. Arkki and O. Lindgren, Unbalanced magnetic pull in a high speed induction motor with an eccentric rotor, Proc. ICEM'94, 1968, Paris, pp. 53-58.
- (11) D. G Dorrel and A.C. Simith, Calculation of UMP in induction motors with series or parallel windings, IEEE Trans on energy conversion, 9(2), 1994, pp. 304- 310.
- (12) 2005, Noise of Polyphase electric Motors, Taylor & Francis, F. Jacek Gieras, W. Chong,
- (13) 2005, Electric Machinery Fundamentals, McGraw-Hill, Stephen J. Chapman
- (14) Jun Sun and Gui Changlin, Hydrodynamic lubrication analysis of journal bearing considering misalignment caused by shaft deformation Tribology International, Volume 37, Issue 10, October 2004, Pages 841-848