

스펙트럴 전달행렬에 의한 헬리컬 기어계의 진동해석 Vibration Analysis of the Helical Gear System by Spectral Transfer Matrix

박찬일†
Chan IL Park

Key Words : Helical gear(헬리컬기어), Spetral method(스펙트럴 법), Transfer matrix(전달행렬), Vibration transmission (진동전달)

ABSTRACT

This paper presents a study on the analytical prediction of vibration transmission from helical gears to the bearing. The proposed method is based on the application of the three dimensional helical gear behaviors and complete description of shaft by the spectral method. Helical gear system used in this paper consists of the driving element, helical gears, shafts, bearings, couplings and load element. In order to describe all translation and rotation motion of helical gears, twelve degree of freedom equations of motion by the transmission error excitation are derived. Using these equations, transfer matrix for the helical gear is derived. For the detail behavior of shaft motion, the 12×12 transfer matrix for the shaft is derived. Transfer matrix for the bearing, coupling, driving element, and load is also derived. Application of the boundary conditions in the assembled transfer matrix produces the forces and displacements in each element of the helical gear system. The effect of the proposed method is shown by numerical example.

기호설명		J_m	polar moment of inertia of mass
u, v, w	translational displacements in x,y,z direction	l	length
$\theta_x, \theta_y, \theta_z$	rotational displacements around x,y,z direction	m	mass
δ	displacement of gear	F	force
k	stiffness, wave number	M	moment
D	damping	ω	angular frequency
e	transmission error	t	time
R_b	base circle radius	Subscripts	
β_b	base helix angle	1,2	shaft line number, gear number
γ	trans pressure angle	G	gear
$\{z_1\}, \{z_2\}$	state vectors of shaft line1,2	S	shaft
$\{Z_c\}$	combined state vector	B	bearing
ρ	density	M	inertia
E	young's modulus	K	coupling
G	shear modulus	C	combined
A	Area	x,y,z	rectangular coordinate
I	moment of inertia of area	Superscripts	
J	polar moment of inertia of area	frequency domain quantity	
j	complex		

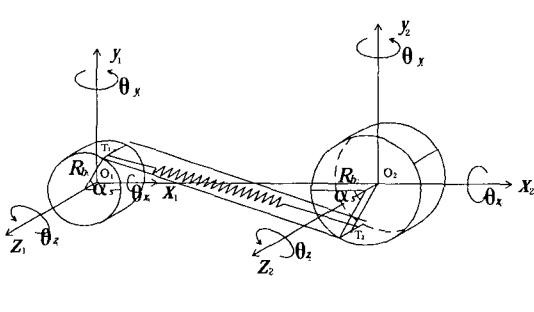
1. 서 론

고속 및 저소음 기어 시스템의 요구가 증가함에 따라 기어 시스템의 정확한 동적 거동을 이해하는 것이 매우 중요하게 된다. 기어 소음이 구조적인 소음에 의해 생성되므로 헬리컬기어 시스템의 진동 전달을 더 정확히 예측하는 것이 필요하다. 이 연구에서는 헬리컬 기어 가진으로부터 베

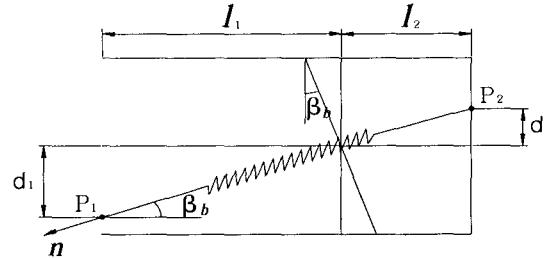
† 책임자자; 강릉대학교 정밀기계공학과
E-mail : pci@kangnung.ac.kr
Tel : (033) 640-2392, Fax : (033) 640-2244

어링까지 진동 전달의 해석적인 예측을 하고자 한다. 관련된 선행연구로 Iwatsubo.[1]는 전달 행렬에 의해 질량이 없는 탄성축으로 모델링된 스피거어 시스템에 대해 굽힘과 비틀림이 연성된 진동을 해석하였다. Park[2]은 질량이 없는 탄성 축으로 모델링된 헬리컬기어 시스템의 조화 응답을 해석하였다. Rautert[3]은 집중매개변수로, Chung[4] 과 Kahraman[5]은 유한요소법으로 기어계를 해석하였고, Lim[6]은 베어링강성의 유도와 이를 스피거어계에 적용하였다. Furukawa [7]는 모달종합법으로 베어링힘을 계산하였고, Wang [8]은 헬리컬기어계의 12DOF 동적 모델을 개발하였다. Lahar[9]은 베어링강성의 시간 변동특성을 도입하여 기어계를 해석하였다.

그러나 선행연구는 집중질량법의 사용이나 질량을 고려하지 않은 방법등으로 인해 고주파지역에서 헬리컬 기어계의 정확한 결과를 주지 못하고 있다. 집중매개변수 모델은 기어계의 연성된 굽힘과 비틀림 진동을 해석하기 어렵다. 또한 유한요소법으로 기어계를 해석하기 위해서는 많은 해석 시간이 필요하다. 그러므로 본 논문은 축을 고려하는 대부분의 기어계에서 작용선과 연관된 기어 치 강성을 고려한 헬리컬 기어의 모델링과 연성된 굽힘 비틀림 축진동 해석을 하는 방법을 제안한다. 이 연구에서 고주파수 영역에서 진동 전달을 잘 예측할 수 있도록 헬리컬 기어의 3 차원 진동 거동과 질량이 있는 연속계로 모델링 된 축 및 기어계 요소의 진동 전달 모델을 개발한다. 개발된 모델을 이용하여 정적 전달오차 가진에 의한 강제 진동 응답을 구한다.



(a) Helical gear coordinate



(b) Plane of action
Fig. 1 Helical gear model

2. 요소 전달행렬의 유도

2.1 헬리컬기어의 전달행렬

헬리컬기어는 Fig.1 과같이 작용평면에서 작용선을 따라 치의 강성에 의해 연결된 두개의 강체 원통으로 모델링한다. 치의 강성에 의한 변형은 식(1)으로 맞물림 치의 힘은 식(2)로 주어진다.

$$\delta = \delta_1 - \delta_2 - e \quad (1)$$

$$F_G = k_G \delta + D_G \frac{d\delta}{dt} \quad (2)$$

x 방향 힘 $-F_{x1}^i, F_{x1}^{i+1}$ a 과 맞물림 치의 힘 F_G 이 기어 질량 m_1 에 작용한다면, 운동방정식(3) 이 얻어진다. 비슷한 방법으로 운동방정식(4)부터 (14)까지 얻어진다.

$$m_1 \ddot{u}_1 = F_{x1}^{i+1} - F_{x1}^i + F_G \cos \beta_b \sin \alpha_s \quad (3)$$

$$m_1 \ddot{v}_1 = F_{y1}^{i+1} - F_{y1}^i + F_G \cos \beta_b \cos \alpha_s \quad (4)$$

$$m_1 \ddot{w}_1 = F_{z1}^{i+1} - F_{z1}^i + F_G \sin \beta_b \quad (5)$$

$$J_{x1} \ddot{\theta}_{x1} = M_{x1}^{i+1} - M_{x1}^i - F_G \sin \beta_b R_{b1} \sin \alpha_s + F_G \cos \beta_b \cos \alpha_s d_1 \quad (6)$$

$$J_{y1} \ddot{\theta}_{y1} = M_{y1}^{i+1} - M_{y1}^i + F_G \sin \beta_b R_{b1} \cos \alpha_s + F_G \cos \beta_b \sin \alpha_s d_1 \quad (7)$$

$$J_{z1} \ddot{\theta}_{z1} = M_{z1}^{i+1} - M_{z1}^i - F_G \cos \beta_b R_{b1} \quad (8)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 = F_{x2}^{i+1} - F_{x2}^i - F_G \cos \beta_b \sin \alpha_s \quad (9)$$

$$m_2 \ddot{v}_2 = F_{y2}^{i+1} - F_{y2}^i + F_G \cos \beta_b \cos \alpha_s \quad (10)$$

$$m_2 \ddot{w}_2 = F_{z2}^{i+1} - F_{z2}^i + F_G \sin \beta_b \quad (11)$$

$$J_{x2} \ddot{\theta}_{x2} = M_{x2}^{i+1} - M_{x2}^i - F_G \sin \beta_b R_{b2} \sin \alpha_s + F_G \cos \beta_b \cos \alpha_s d_2 \quad (12)$$

$$J_{y2} \ddot{\theta}_{y2} = M_{y2}^{i+1} - M_{y2}^i - F_G \sin \beta_b R_{b2} \cos \alpha_s + F_G \cos \beta_b \sin \alpha_s d_2 \quad (13)$$

$$J_{z2} \ddot{\theta}_{z2} = M_{z2}^{i+1} - M_{z2}^i - F_G \cos \beta_b R_{b2} \quad (14)$$

운동방정식(3)의 조화해로부터 식(15)가 얻어

지고 식(4)~(14)도 같은 방법으로 유도된다.

$$\hat{F}_{x1}^{i+1} = \hat{F}_{x1}^i - F_G \cos \beta_b \sin \alpha_s - m_{G1} \omega^2 \hat{u}_1 \quad (15)$$

축 1과 2의 상태벡터는 각각 3 방향의 직진변위, 3 방향의 회전변위, 3 방향의 힘과 3 방향의 모멘트의 12 성분을 갖는다.

$$\{z_j\} = \{\hat{u}_j \hat{v}_j \hat{w}_j \hat{\theta}_x \hat{\theta}_y \hat{\theta}_z \hat{F}_{xj} \hat{F}_{yj} \hat{F}_{zj} \hat{M}_{xj} \hat{M}_{yj} \hat{M}_{zj}\}^T \quad (16)$$

축 1과 2의 상태벡터를 결합한 결합 상태벡터 $\{Z_C\} = \{z_1 z_2\}^T$ 를 사용하여 헬리컬기어 전달행렬은 절점 (i+1)에서 상태벡터와 절점(i)에서 상태벡터를 다음과 같이 연결한다.

$$\{Z_C\}^{i+1} = [T_G] \{Z_C\}^i \quad (17)$$

2.2 축의 전달행렬

죽은 보, 로드, 비틀림축의 특성을 가진 연속체로서 모델링한다. Bernoulli Euler 보, 로드, 비틀림축을 위한 전달행렬이 스펙트럴법을 사용하여 유도된다. [12~16].

2.2.1 보 요소

Bernoulli Euler 보의 지배방정식은 다음식으로 주어진다.

$$\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = -\frac{\rho A}{EI} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (18)$$

조화 해를 가정하면서 일반 해가 다음과으로 주어진다.

$$\hat{u}(z) = c_1 \cos k_b z + c_2 \sin k_b z + c_3 \cosh k_b z + c_4 \sinh k_b z \quad (19)$$

$$\text{여기서 } k_b^4 = \frac{\rho A}{EI} \omega^2$$

식(19)에 z-x 평면에서 변위, 회전각, 힘과 모멘트 관계를 적용하면 절점 (i+1)에서 상태벡터와 절점(i)에서 상태벡터를 연결하는 보의 전달행렬이 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{Bmatrix} \hat{u} \\ \hat{\theta}_y \\ \hat{F}_x \\ \hat{M}_y \end{Bmatrix}^{i+1} = \begin{bmatrix} S_{1,1} & S_{1,5} & S_{1,7} & S_{1,11} \\ S_{5,1} & S_{5,5} & S_{5,7} & S_{5,11} \\ S_{7,1} & S_{7,5} & S_{7,7} & S_{7,11} \\ S_{11,1} & S_{11,5} & S_{11,7} & S_{11,11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u} \\ \hat{\theta}_y \\ \hat{F}_x \\ \hat{M}_y \end{Bmatrix}^i \quad (20)$$

비슷한 방법으로 z-y 평면에서 전달행렬이 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{Bmatrix} \hat{v} \\ \hat{\theta}_x \\ \hat{F}_y \\ \hat{M}_x \end{Bmatrix}^{i+1} = \begin{bmatrix} S_{2,2} & S_{2,4} & S_{2,8} & S_{2,10} \\ S_{4,2} & S_{4,4} & S_{4,8} & S_{4,10} \\ S_{8,2} & S_{8,4} & S_{8,8} & S_{8,10} \\ S_{10,2} & S_{10,4} & S_{10,8} & S_{10,10} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{v} \\ \hat{\theta}_x \\ \hat{F}_y \\ \hat{M}_x \end{Bmatrix}^i \quad (21)$$

2.2.2 로드요소

로드의 하중지지능력은 축방향이다. Z 방향에 서의 변위를 w(z,t)라고 하면 로드의 지배 방정식은 다음으로 주어진다.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[EA \frac{\partial w}{\partial z} \right] = \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (22)$$

지배 방정식의 일반해에 변위와 힘을 적용하면 상태벡터를 연결하는 2x2 전달행렬이 다음식으로 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} \hat{w} \\ \hat{F}_z \end{Bmatrix}^{i+1} = \begin{bmatrix} S_{3,3} & S_{3,9} \\ S_{9,3} & S_{9,9} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{w} \\ \hat{F}_z \end{Bmatrix}^i \quad (23)$$

2.2.3 비틀림 축 요소

비틀림 축의 하중지지능력은 축방향 비틀림이며 비틀림축의 거동은 로드의 거동과 비슷하다. $\theta(z,t)$ 를 z 방향에 대한 회전각이라 두면 지배 방정식은 다음으로 주어진다.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] = \rho J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (24)$$

로드요소와 비슷한 방법으로 회전각 $\hat{\theta}_z$ 와 토크 \hat{M}_z 를 연결하는 2x2 전달행렬이 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} \hat{\theta}_z \\ \hat{M}_z \end{Bmatrix}^{i+1} = \begin{bmatrix} S_{6,6} & S_{6,12} \\ S_{12,6} & S_{12,12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\theta}_z \\ \hat{M}_z \end{Bmatrix}^i \quad (25)$$

일반적인 축요소는 로드요소, 보요소, 비틀림축요소를 포함한다. 그러므로 위의 모든 요소를 포함한 일반적인 축의 12x12 전달행렬이 얻어진다

$$\{z\}^{i+1} = [T_s] \{z\}^i \quad (26)$$

2.3 베어링의 전달행렬

베어링은 x,y,z 방향에 축과 수직하게 강성과 감쇠를 가진다고 가정한다. 절점(i)에 대해 변형, 회전각과 모멘트가 연속이고, 스프링력과 감쇠력 때문에 전단력의 불연속이 일어난다. 이러한 힘의 평형과 연속조건을 사용하여 다음과 같은 베어링

의 12×12 전달행렬이 얻어진다

$$[T_B] = \begin{bmatrix} B_{1,1} & \dots & B_{1,12} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{12,1} & \dots & B_{12,12} \end{bmatrix} \quad (27)$$

여기서

$$\begin{aligned} B_{7,1} &= k_{Bx} + jD_{Bx}, B_{8,1} = k_{By} + jD_{By} \\ B_{9,1} &= k_{Bz} + jD_{Bz}, B_{i,j} = 1, \text{others } B_{i,j} = 0 \end{aligned}$$

2.4 관성요소와 커플링 요소의 전달행렬
구동부와 부하부는 질량 극관성 모멘트를 가지고 커플링 요소는 비틀림 강성을 가진다고 가정 한다. 그러면 관성요소를 위한 12×12 전달행렬 $[T_M]$ 와 커플링 요소를 위한 전달행렬 $[T_K]$ 이 다음과 같이 얻어진다.

$$M_{12,6} = -J_m \omega^2, M_{i,i} = 1, \text{others } M_{i,j} = 0 \quad (28)$$

$$K_{12,6} = k_{Kz}, K_{i,i} = 1, \text{others } K_{i,j} = 0 \quad (29)$$

3. 전달행렬의 결합

Figure 2 는 이 해석에 사용된 헬리컬 기어계의 모델이다. 그 계는 모터, 헬리컬 기어쌍, 축, 베어링과 부하로 되어있다.

기어 3을 지지하는 축은 축선 1과 기어 14를 지지하는 축은 축선 2의 축, 베어링, 커플링등의 주변 요소의 배열로부터 식 (30), (31), (32), (33)를 얻는다.

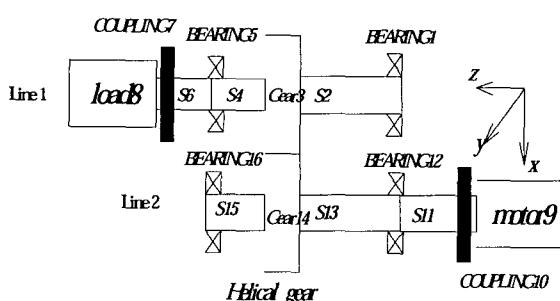


Fig. 2 Helical gear system used in the analysis

$$\{z_1\}_3^R = [T_S][T_B]\{z_1\}_1^R = [T_{1R}]\{z_1\}_1^R \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \{z_2\}_{14}^R &= [T_S][T_B][T_S][T_K][T_M]\{z_2\}_9^R \\ &= [T_{2L}]\{z_2\}_9^R \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \{z_1\}_8^L &= [T_M][T_K][T_S][T_B][T_S]\{z_1\}_3^L \\ &= [T_{1L}]\{z_1\}_3^L \end{aligned} \quad (32)$$

$$\{z_2\}_{16}^L = [T_B][T_S]\{z_2\}_{14}^L = [T_{2L}]\{z_2\}_{14}^L \quad (33)$$

기어 사이에 축 1과 2를 결합하면 다음 결합전달행렬이 사용된다.

$$\{Z_C\}_{8,16}^L = [T_{AL}]\{Z_C\}_{3,14}^L \quad (34)$$

$$\{Z_C\}_{3,14}^R = [T_{AR}]\{Z_C\}_{1,9}^R \quad (35)$$

여기서 $[T_{AR}]$ 과 $[T_{AL}]$ 은 25차 행렬

$$[T_{AR}] = \begin{bmatrix} T_{1R} & 0 & 0 \\ 0 & T_{2R} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [T_{AL}] = \begin{bmatrix} T_{1L} & 0 & 0 \\ 0 & T_{2L} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

전체 결합 전달행렬은 다음으로 주어진다.

$$\{Z_C\}_{8,16}^L = [T_{AL}][T_G][T_{AR}]\{Z_C\}_{1,9}^R \quad (36)$$

계의 진동전달은 강제 진동해석에 의해 얻어지며, 해석에 사용된 헬리컬기어의 가진은 정적 전달오차이다. 구동부와 부하부 외부의 힘과 모멘트는 0이라는 경계조건으로부터 미결정 변위가 결정되고 변위에 대응하는 힘과 모멘트가 결정된다.

4. 수치예제

Table 1 The data of analysis

Input torque	98.1Nm
Mesh stiffness	$6.70 \times 10^8 \text{ N/m}$
Transmission error	$9.3 \times 10^{-6} \text{ m}$
Bearing 1 stiffness	$k_{Bx} = k_{By} = 3.46 \times 10^8 \text{ N/m}$ $D_{Bx} = D_{By} = 380 \text{ N/m/sec}$
Bearing 5 stiffness	$k_{Bx} = k_{By} = 3.46 \times 10^8 \text{ N/m}$ $D_{Bx} = D_{By} = 380 \text{ N/m/sec}$
Bearing 12 stiffness	$k_{Bx} = k_{By} = 4.48 \times 10^8 \text{ N/m}$ $D_{Bx} = D_{By} = 480 \text{ N/m/sec}$
Bearing 16 stiffness	$k_{Bx} = k_{By} = 4.48 \times 10^8 \text{ N/m}$ $D_{Bx} = D_{By} = 480 \text{ N/m/sec}$
Shaft 2	Diameter=45mm, Length=37mm
Shaft 4	Diameter=45mm, Length=108mm

Shaft 6	Diameter=38mm, Length=220mm
Shaft 11	Diameter=38mm, Length=231mm
Shaft 13	Diameter=45mm, Length=35mm
Shaft 15	Diameter=45mm, Length=77mm
Prime mover 9 Mass moment of inertia	$4.254 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
Load 8 Mass moment of inertia	$4.074 \times 10^{-1} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
Coupling 10 torsional stiffness	$1.92 \times 10^{-1} \text{ Nm/rad}$
Coupling 7 torsional stiffness	$1.34 \times 10^{-1} \text{ Nm/rad}$

Table 2 The data of helical gear

	Gear 14	Gear 3
Normal module(mm)	25	
Normal pressure angle (deg)	20°	
Center distance (mm)	150	
Whole depth (mm)	5.6025	
Helix angle (deg)	25°	
Number of teeth	19	89
Face width (mm)	48	48
Amount of add. Co.	0.3372	0.0893

수치예제를 위하여 Table 1 과 Table 2 의 데이터가 사용된다. 기어와 축의 재질은 강 ($E=206 \text{ Gpa}$, $\rho=7700 \text{ kg/m}^3$, $\nu=0.29$)을 사용한다. 맞물림치의 강성과 전달오차는 기존의 개발된 프로그램으로 계산하고 [11] 평균 맞물림치의 강성이 사용된다. 1 자유도계 모델에 0.07 의 감쇠 계수가 사용된다. 베어링강성과 감쇠는 참고문헌 [17,18]에 의해 사용된다.

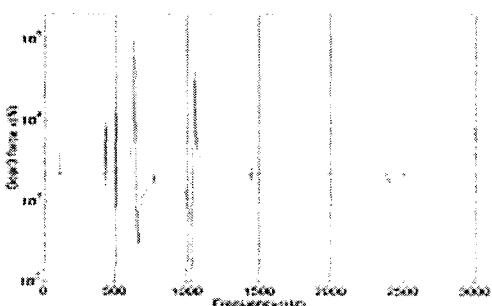


Fig. 3 Gear 3 Force x(N)

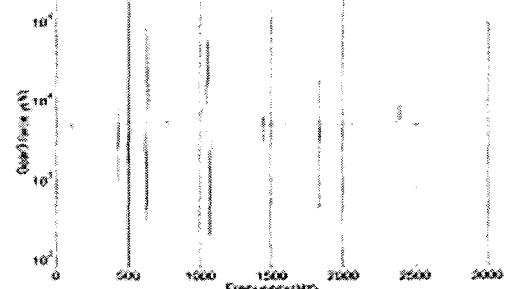


Fig. 4 Gear 3 Force y(N)

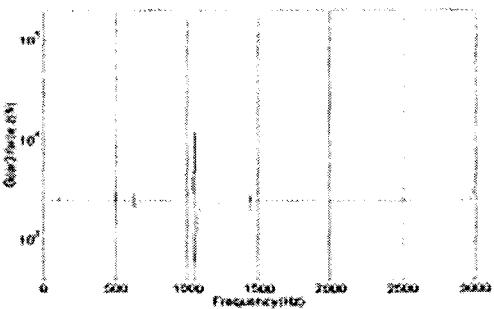


Fig. 5 Gear 3 Force z(N)

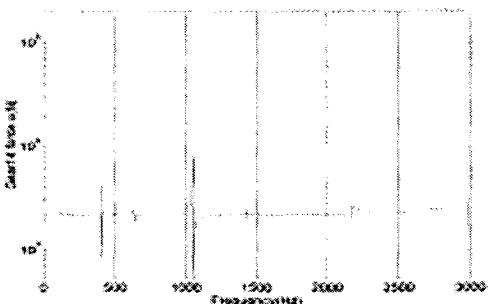


Fig. 6 Gear 14 Force x(N)

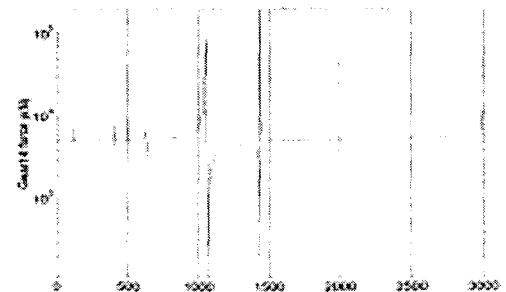


Fig. 7 Gear 14 Force y(N)

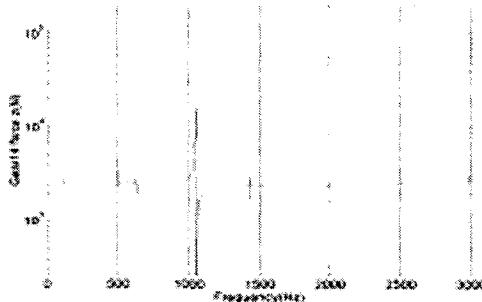


Fig. 8 Gear 14 Force z(N)

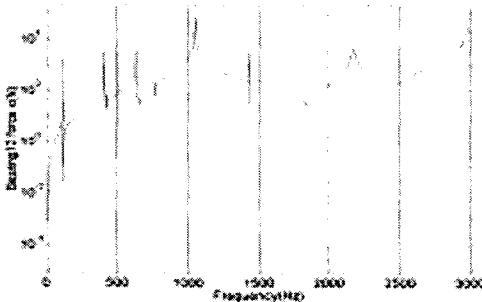


Fig. 9 Bearing 12 Force x(N)

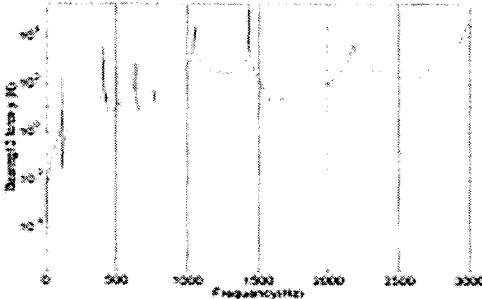


Fig. 10 Bearing 12 Force y(N)

계산은 MATLAB에 의해 주파수 3kHz 안에서 조사된다. 가진은 전달오차의 1 차 조화주파수이다. Figure 3,4,5는 x,y,z 방향에서 피동 기어인 기어 3의 맞물림 기어의 힘이다. 이 그림에서 기어 3의 x와 y 방향의 힘은 z 방향의 힘에 비해 크게 변동한다. Figure 6,7, 8은 구동기어, 기어 14의 x,y,z 방향의 맞물림 기어의 힘이다. 그의 특징은 기어 3과 비슷하다. 이 방향의 전동들은 헬리컬 기어의 반경방향진동, 축방향 진동, 회전 방향 진동의 정보를 준다. Figure 9과 10은 베어링 12의 x 방향과 y 방향의 힘을 보인다. 기어로부터 전동이 베어링으로 전달되어, 베어링의 주요 주파수가 기어의 주요 주파수와 비슷하다. 현실적인 베어링 감쇠의 도입으로 힘의 크기의 정확성을 줄 수 있을 것이다. 그 밖의 많은 피크

가 축과 연관된 모드로부터 기인한다. 이러한 사실은 기존에 발표된 논문과 정성적으로 일치한다. 본 연구에서 제안된 방법을 사용하면 축의 고주파수도 축의 질량-스프링 모델에서의 자유도를 증가시키지 않고 계산될 수 있고 유한요소 모델링에서 많은 요소를 사용하지 않더라도 해석의 정확성을 기할 수 있어 해석의 정확성과 편이성을 줄 수 있다. 본 논문에서 사용한 1 단기어계보다 널리 사용하고 있는 2 단 기어계에서, 축이 더해지더라도 이 방법을 적용하여 해석할 수 있다.

5. 요약 및 결론

이 연구는 스펙트럴법을 이용하여 헬리컬 기어로부터 베어링까지 전동 전달을 해석하였다. 이 연구에 사용된 헬리컬기어 시스템은 구동부, 헬리컬 기어, 축, 베어링, 커플링과 부하부로 구성되어 있다.

3 차원 헬리컬기어 거동을 위한 전달 행렬과 축의 완전한 묘사를 위한 전달행렬이 스펙트럴법으로 유도되었다. 또한 구동부와 부하부를 위한 전달행렬과 커플링을 위한 전달행렬이 유도되었다. 각 요소들은 전체 전달행렬로 결합되고 정적 전달오차에 의해 가진되고 경계조건을 적용하여 헬리컬 기어계의 각 요소의 힘과 변위를 계산하였다. 또한 수치예제에 의해 제안된 방법의 적용방법을 보였다.

이 방법은 축의 고주파수도 축의 질량-스프링 모델에서의 자유도를 증가시키지 않고 계산될 수 있고 유한요소 모델링에서 많은 요소를 사용하지 않더라도 해석의 정확성을 기할 수 있다. 또한 2 단 기어계와 같이 축이 더해지더라도 이 방법에 의해 해석할 수 있다. 차후 연구로 실험적인 검증 작업을 할 예정이다.

후기

본 연구는 학술진흥재단 지역우수과학자 지원과제(R05-2004-000-10905-0)로 관계자에게 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Iwatsubo, T. and Arii, S. and Kawai, R., 1984, "Coupled Lateral-torsional Vibration of Rotor System Trained by Gears(part1. Analysis by Transfer Matrix Method)," Bulletin of JSME, Vol. 27, No.224, pp.271-277.

- (2) Park, Nogil, 1987, "An Analytical Investigation of Geared System Dynamics Containing Spur and Helical Gears," Ph.D. Thesis, the North Carolina State University.
- (3) Rautert, J. and Kollmann, F.G. 1989, "Computer simulation of dynamic forces in helical gear and bevel gears," Proceedings of the 1989 International Power Transmission and Gearing Conference, pp.435-446.
- (4) Chung, C. et al., 1999, "Gear Noise Reduction through Transmission Error Control and Gear Blank Dynamic Tuning," SAE Paper 1999-01-1766.
- (5) Kahraman, A. et al., 1992, "Dynamic Analysis of Geared Rotors by Finite Elements," Trans. of the ASME, Journal of Mechanical Design Vol. 114, pp. 507-514
- (6) Lim, T.C. and Singh, R. 1991, "Vibration transmission through rolling element bearings. Part III: Geared rotor system studies," Journal of Sound and Vibration 151(1), pp.31-54.
- (7) Furukawa, T. 1991, "Vibration Analysis of Gear and Shaft System by Modal Method," Proc. of MPT'91 JSME International Conference on Motion and Power Transmission, pp.123-127.
- (8) Wang, S. et al., 1996, An Analytical Investigation of the Dynamic Behavior of a Helical gear system," Proceedings of the 7th International Power Transmission and Gearing Conference, pp.169-176.
- (9) Lahmar, F. and Velex, P., 2003, "simulations of Gear-Rolling Element Bearing Interactions in Geared Transmissions," Proceedings of DETC '03, DETC 2003 / PTG-48040, 99. 1-9.
- (10) Park, C.I. and Lee, J. M., 1996, "Vibration Transmission Characteristics of Helical Gear System with Lead Error," Recent Advances in Solids/Structures and Application of Metallic Materials, PVP-Vol.342 pp.109-116.
- (11) Park, C.I. and Cho, D. H., 2002, "Transmission Error Analysis of Helical Gears in Consideration of Shaft and Bearing Deformation," Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers, Vol. 26, No.10, pp.2194-2200.
- (12) Doyle, J.F. and Farris, T.N., 1990, "A Spectrally Formulated Element For Wave Propagation in 3-D Frame Structures," Int. Anal. Exper. Modal Anal. 5(4), pp.223-237.
- (13) Snowdon, J.C., 1971, "Mechanical Four-Pole Parameters and Their Application," Journal of Sound and Vibration, 15(3), pp.307-323.
- (14) Graff, K.F., 1991, Wave Motion in Elastic Solids, Dover.
- (15) Doyle, J.F., 1997, Wave Propagation in Structures: Spectral Analysis Using Fast Discrete Fourier Transforms, 2nd ed. Springer-Verlag, NY.
- (16) Pestel, E.C. and Leckie, F.A., 1963, Matrix Methods in ElastoMechanics, McGraw-Hill.
- (17) Gargiulo, E.P. JR. 1980, "A Simple Way to Estimate Bearing Stiffness," Machine Design, July, pp.107-110.
- (18) Krauss, J. et al., 1987, "In Situ Determination of Rolling Bearing Stiffness and Damping by Modal Analysis," Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 109, pp.235-240.

APPENDIX

z-x평면에서 보의 전달행렬성분

$$S_{1,1} = \frac{1}{2}(\cos k_b l + \cosh k_b l)$$

$$S_{1,5} = \frac{1}{2k_b}(\sin k_b l + \sinh k_b l)$$

$$S_{1,7} = \frac{1}{2EIk_b^3}(\sin k_b l - \sinh k_b l)$$

$$S_{1,11} = \frac{1}{2EIk_b^2}(-\cos k_b l + \cosh k_b l)$$

$$S_{5,1} = \frac{k_b}{2}(-\sin k_b l + \sinh k_b l)$$

$$S_{5,5} = \frac{1}{2}(\cos k_b l + \cosh k_b l)$$

$$S_{5,7} = \frac{1}{2EIk_b^2}(\cos k_b l - \cosh k_b l)$$

$$S_{5,11} = \frac{1}{2EIk_b}(\sin k_b l + \sinh k_b l)$$

$$S_{7,1} = -\frac{EIk_b^3}{2}(\sin k_b l + \sinh k_b l)$$

$$S_{7,5} = -\frac{EIk_b^2}{2}(-\cos k_b l + \cosh k_b l)$$

$$S_{7,7} = \frac{1}{2}(\cos k_b l + \cosh k_b l)$$

$$S_{7,11} = -\frac{k_b}{2}(-\sin k_b l + \sinh k_b l)$$

$$S_{11,1} = \frac{EI - k_b^2}{2}(-\cos k_b l + \cosh k_b l)$$

$$S_{11,5} = \frac{EIk_b}{2}(-\sin k_b l + \sinh k_b l)$$

$$S_{11,7} = \frac{1}{2k_b}(-\sin k_b l - \sinh k_b l)$$

$$S_{11,11} = \frac{1}{2}(\cos k_b l + \cosh k_b l)$$

z-y 평면에서 보의 전달행렬성분

$$S_{2,2} = \frac{1}{2}(\cos k_b l + \cosh k_b l)$$

$$S_{2,4} = -\frac{1}{2k_b}(\sin k_b l + \sinh k_b l)$$

$$S_{2,8} = \frac{1}{2EIk_b^3}(\sin k_b l - \sinh k_b l)$$

$$S_{2,10} = -\frac{1}{2EIk_b^2}(-\cos k_b l + \cosh k_b l)$$

$$S_{4,2} = -\frac{k_b}{2}(-\sin k_b l + \sinh k_b l)$$

$$S_{4,4} = \frac{1}{2}(\cos k_b l + \cosh k_b l)$$

$$S_{4,8} = -\frac{1}{2EIk_b^2}(\cos k_b l - \cosh k_b l)$$

$$S_{4,10} = \frac{1}{2EIk_b}(\sin k_b l + \sinh k_b l)$$

$$\begin{aligned}
 S_{8,2} &= -\frac{EIk_b^3}{2} (\sin k_b l + \sinh k_b l) \\
 S_{8,4} &= \frac{EIk_b^2}{2} (-\cos k_b l + \cosh k_b l) \\
 S_{8,8} &= \frac{1}{2} (\cos k_b l + \cosh k_b l) \\
 S_{8,10} &= \frac{k_b}{2} (-\sin k_b l + \sinh k_b l) \\
 S_{10,2} &= -\frac{EIk_b^2}{2} (-\cos k_b l + \cosh k_b l) \\
 S_{10,4} &= \frac{EIk_b}{2} (-\sin k_b l + \sinh k_b l) \\
 S_{10,8} &= -\frac{1}{2k_b} (-\sin k_b l - \sinh k_b l) \\
 S_{10,10} &= \frac{1}{2} (\cos k_b l + \cosh k_b l)
 \end{aligned}$$

로드의 전달행렬 성분

$$S_{3,3} = \cos k_r l$$

$$S_{3,9} = \frac{1}{EAk_r} \sin k_r l$$

$$S_{9,3} = -EAk_r \sin k_r l$$

$$S_{9,9} = \cos k_r l$$

$$\text{여기서 } k_r^2 = \frac{\rho}{E} \omega^2$$

비틀림 축의 전달행렬 성분

$$S_{6,6} = \cos k_t l$$

$$S_{6,12} = \sin k_t l$$

$$S_{12,6} = -GJk_t l$$

$$S_{12,12} = \cos k_t l$$

$$\text{여기서 } k_t^2 = \frac{\rho}{G} \omega^2$$